This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Acerca de este libro

Esta es una copia digital de un libro que, durante generaciones, se ha conservado en las estanterías de una biblioteca, hasta que Google ha decidido escanearlo como parte de un proyecto que pretende que sea posible descubrir en línea libros de todo el mundo.

Ha sobrevivido tantos años como para que los derechos de autor hayan expirado y el libro pase a ser de dominio público. El que un libro sea de dominio público significa que nunca ha estado protegido por derechos de autor, o bien que el período legal de estos derechos ya ha expirado. Es posible que una misma obra sea de dominio público en unos países y, sin embargo, no lo sea en otros. Los libros de dominio público son nuestras puertas hacia el pasado, suponen un patrimonio histórico, cultural y de conocimientos que, a menudo, resulta difícil de descubrir.

Todas las anotaciones, marcas y otras señales en los márgenes que estén presentes en el volumen original aparecerán también en este archivo como testimonio del largo viaje que el libro ha recorrido desde el editor hasta la biblioteca y, finalmente, hasta usted.

Normas de uso

Google se enorgullece de poder colaborar con distintas bibliotecas para digitalizar los materiales de dominio público a fin de hacerlos accesibles a todo el mundo. Los libros de dominio público son patrimonio de todos, nosotros somos sus humildes guardianes. No obstante, se trata de un trabajo caro. Por este motivo, y para poder ofrecer este recurso, hemos tomado medidas para evitar que se produzca un abuso por parte de terceros con fines comerciales, y hemos incluido restricciones técnicas sobre las solicitudes automatizadas.

Asimismo, le pedimos que:

+ *Haga un uso exclusivamente no comercial de estos archivos* Hemos diseñado la Búsqueda de libros de Google para el uso de particulares; como tal, le pedimos que utilice estos archivos con fines personales, y no comerciales.

+ *No envíe solicitudes automatizadas* Por favor, no envíe solicitudes automatizadas de ningún tipo al sistema de Google. Si está llevando a cabo una investigación sobre traducción automática, reconocimiento óptico de caracteres u otros campos para los que resulte útil disfrutar de acceso a una gran cantidad de texto, por favor, envíenos un mensaje. Fomentamos el uso de materiales de dominio público con estos propósitos y seguro que podremos ayudarle.

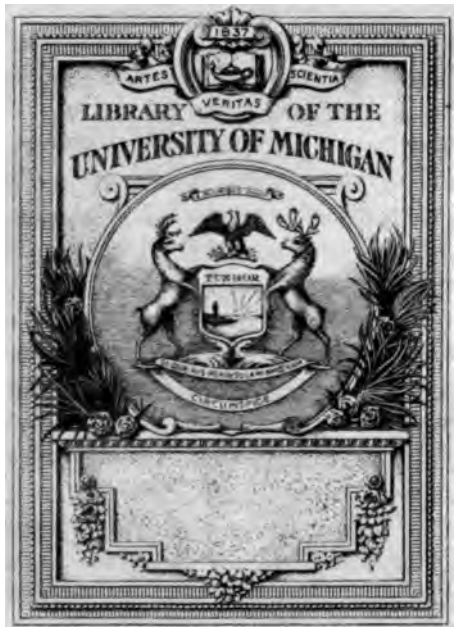
+ *Conserve la atribución* La filigrana de Google que verá en todos los archivos es fundamental para informar a los usuarios sobre este proyecto y ayudarles a encontrar materiales adicionales en la Búsqueda de libros de Google. Por favor, no la elimine.

+ *Manténgase siempre dentro de la legalidad* Sea cual sea el uso que haga de estos materiales, recuerde que es responsable de asegurarse de que todo lo que hace es legal. No dé por sentado que, por el hecho de que una obra se considere de dominio público para los usuarios de los Estados Unidos, lo será también para los usuarios de otros países. La legislación sobre derechos de autor varía de un país a otro, y no podemos facilitar información sobre si está permitido un uso específico de algún libro. Por favor, no suponga que la aparición de un libro en nuestro programa significa que se puede utilizar de igual manera en todo el mundo. La responsabilidad ante la infracción de los derechos de autor puede ser muy grave.

Acerca de la Búsqueda de libros de Google

El objetivo de Google consiste en organizar información procedente de todo el mundo y hacerla accesible y útil de forma universal. El programa de Búsqueda de libros de Google ayuda a los lectores a descubrir los libros de todo el mundo a la vez que ayuda a autores y editores a llegar a nuevas audiencias. Podrá realizar búsquedas en el texto completo de este libro en la web, en la página `http://books.google.com`

B 1,064,302


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR

Y
65
.M172

REVISTA

DE LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES

DE

MADRID

TOMO I.

MADRID
IMPRENTA DE L. AGUADO
CALLE DE PONTEJOS, NÚM. 8.
1904.

ART. 117 DE LOS ESTATUTOS DE LA ACADEMIA

«La Academia no adopta ni rehusa las opiniones de sus individuos; cada autor es responsable de lo que contengan sus escritos.»

Compl. sets
Gottsch
6-26-29
19930
2 vol

REVISTA

DE LA

REAL ACADEMIA DE CIENCIAS

EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES DE MADRID

I. — Observaciones relativas al proceso químico de la Queratinización.

POR J. R. CARRACIDO.

Sabido es que la substancia fundamental de las células superficiales de la epidermis, de los pelos, de las uñas, de los cuernos, de las plumas, de las escamas de los reptiles, etc., está constituída por las materias albuminóideas denominadas *queratinas*. Estas, lo mismo que las materias *colágenas* formadoras de los cartílagos y de los huesos, presentan caracteres físicos antitéticos á los de las proteínas y nucleoproteínas organizadas en las masas semilíquidas de los elementos histológicos de los tejidos vivos, en armonía con la función pasiva de resistencia que aquellas materias desempeñan en el organismo.

Todas las substancias proteicas de los protoplasmas celulares son complexos químicos prolijamente diferenciados cuyas moléculas contienen núcleos cíclicos, que, por su resistencia á los agentes de transformación, representan la parte esquelética, y núcleos acíclicos, que, por su gran alterabilidad, funcionan como órganos sensibles del proceso químico capaces de responder á todo género de excitaciones del medio circundante; pero unos y otros los contienen las materias protoplásmicas en cier-

tas proporciones correspondientes al fin de una relativa persistencia de la molécula, al través de las mudanzas del proceso fisiológico. Con la estructura de estos complexos químicos contrasta la de los albuminoides colágenos que carecen de núcleos cíclicos ó los contienen en pequeñísima proporción, y la de los queratínicos, en los cuales existen en proporción mucho mayor que en las materias protoplásmicas. Las moléculas de éstas son conjuntos armónicos de los dos factores, y las de los albuminoides colágenos y queratínicos pueden conceptuarse como asociaciones inarmónicas, en las que predominan, ya los grupos acíclicos, ya los cíclicos.

Sentados estos precedentes se llega como consecuencia lógica al fraccionamiento de los albuminoides protoplásmicos realizado en el curso de la evolución ontogénica, en las dos secciones, la materia colágena y la queratínica; en igual forma que el nitrato de bismuto se fracciona en el agua, en la sal básica que se precipita y en la que en el medio ácido queda disuelta. Como el organismo produce secreciones inútiles que excreta, y secreciones que utiliza en la producción de ulteriores trabajos fisiológicos, igualmente en la escala catabólica de las substancias proteicas, se llega en unos casos al límite de las excreciones en que son arrastrados los compuestos abiuréticos, pero en otros no se pasa de una primera escisión en dos grupos, cuyas diferencias se compensan, los cuales, conservando todavía el carácter albuminóideo, son utilizados por el organismo para edificar órganos de resistencia y de defensa. Los albuminoides citoplásmicos se forman en la obra sintética de la evolución progresiva, y los colágenos y queratínicos en el fraccionamiento inicial de un proceso regresivo de las formaciones protéinicas. La producción de las substancias fundamentales de los órganos de resistencia y de defensa se efectúa en virtud de una degradación química semejante á la que elabora las secreciones.

Infiérese de lo dicho que se producirán las queratinas siempre que en el organismo se formen materias albuminóideas rebajadas en la proporción de los grupos cíclicos, correspondiendo las formaciones queratínicas al papel colector del exceso

de dichos grupos. La queratinización preséntase ya en la vida intrauterina, y es natural que así suceda, porque en ella se forman la mucina del cordón umbilical y de los tejidos conectivos, y la materia colágena del tejido cartilagíneo, todas ellas más pobres en grupos cíclicos que los albuminoides citoplásmicos y que las proteínas de la sangre, á cuyas expensas se nutre el nuevo organismo. Por ser albuminóideas, y al parecer muy semejantes todas las substancias plasmadoras de la organización, y por la escasez de relaciones en que vivieron la Histología y la Química, no se puntualizaron todas aquellas diferencias que en el examen comparativo de la fase anabólica y la catabólica inducen á reconocer la producción de albuminoides originados por metamorfosis regresivas; y, como consecuencia del defectuoso criterio seguido en la apreciación de los datos recogidos en uno y en otro campo, no se llegó á ver en las materias colágenas y queratínicas las dos secciones de un fraccionamiento.

Además de la queratinización iniciada en las primeras fases de la ontogénesis, llama la atención, por lo extraordinario de sus proporciones, la correspondiente al período de la pubertad, en el cual se cubren de pelo partes del cuerpo antes desnudas; y fuera de la especie humana obsérvase en muchos animales el acrecentamiento de la queratinización en la época del celo, y sobre todo lo que acontece á los *Cérvidos*, cuyos cuernos aparecen y caen periódicamente en relación con las funciones genésicas.

¿Explica estos fenómenos el concepto precedente de la queratinización?

Según las investigaciones de Kossel efectuadas, primero en la freza del salmón, en la del arenque y en la del esturión, y extendidas después á las de otros peces, resulta que en todas las de procedencia masculina descubre la análisis química los albuminoides embrionarios denominados *protaminas*, los cuales están constituídos, en unos casos totalmente y en otros *casi* en totalidad, por las tres bases exónicas, lisina, arginina é histidina; de lo cual resultá que las protaminas son integraciones de factores acíclicos, y, por consiguiente, en su formación me-

diante los albuminoides de las células en que se realiza el génesis de los espermatozoos, habrán de segregarse los grupos cíclicos que en el curso de su eliminación, acumulándose sobre las materias que los retienen, constituyen las queratinas como contrapeso de las protaminas que, al disgregarse de las moléculas citoplásmicas de estructura mixta, se llevaron solamente grupos acíclicos.

Este trasiego, del cual puede decirse que polariza los factores integrantes de los complexos albuminóideos en el curso de la queratinización correlativa al génesis de las materias colágenas y al de las protamínicas, presenta como testimonio comprobante de su obra las diferentes proporciones de azufre peculiares á cada uno de los diversos grupos de las substancias proteicas. Las albúminas y globulinas contienen, como término medio, 1 por 100 de dicho elemento; y suponiendo que de ellas se originan, de un lado, las materias colágenas y las protamínicas, y de otro las queratínicas, la suposición tiene en su apoyo los datos siguientes que suministra la análisis química:

1.° Las protaminas no contienen azufre.

2.° La oseína y sus congéneres parece que tampoco lo contienen, porque la pequeña proporción encontrada en algunos análisis se atribuye á las proteínas, difíciles de separar de su mezcla de las materias colágenas.

3.° Las queratinas son muy ricas en azufre: los cabellos humanos contienen el 5 por 100, é igual proporción los cuernos de los rumiantes, y en los pelos rojos se encontró hasta 8,3 por 100.

Estas diferencias son un argumento más en pro del fraccionamiento de las proteínas, de las cuales parten polarizados, como de una línea neutra, los albuminoides de estructura acíclica y no sulfurados (los colágenos y las protaminas), y los predominantemente cíclicos y muy sulfurados (las queratinas).

II.—Un método de coloración de los cilindros-ejes de las células nerviosas.

Por S. Ramón Cajal.

Hasta hoy, el estudio de la marcha y conexiones de las fibras nerviosas del eje cerebro-raquídeo de los vertebrados adultos, se ha efectuado casi exclusivamente con el método de Weigert-Pal, que, según es bien sabido, impregna solamente el forro medular ó grasiento de los tubos nerviosos. Semejante proceder, al que se deben revelaciones muy valiosas, tiene una grave desventaja: la de no colorear la porción originaria y terminal de los tubos nerviosos ni los parajes correspondientes á las estrangulaciones y divisiones de las fibras, por la razón obvia de que, al nivel de estas partes, falta la vaina aisladora de mielina. Por consecuencia de esta deficiencia analítica, los preparados teñidos con la laca hematoxilínica no exhiben el menor rastro de ramificación nerviosa, ni permiten determinar con seguridad si tal ó cual tubo, penetrante en la substancia gris, tiene en ella su origen ó su terminación. Para compensar las citadas limitaciones se han imaginado otros procederes de teñido, entre los cuales mencionaremos el de Golgi y el de Ehrlich, los cuales son ya capaces, dentro de ciertas condiciones, de dar imágenes precisas del origen y terminación de las fibras nerviosas. Realmente, para el esclarecimiento de ciertas disposiciones particulares de la substancia gris, semejantes coloraciones son irreemplazables, y á ellas se deben descubrimientos de gran transcendencia anatómica y fisiológica; pero dificultades técnicas, con frecuencia insuperables, nos obligan á prescindir á menudo de su empleo. Sabido es que el método de Golgi no da resultados algo constantes más que en los embriones y animales de pocos días; y en cuanto al de Ehrlich, es incapaz de impregnar otra cosa que la superficie de las piezas bañada por el aire.

No han faltado ciertamente laudables tentativas para crear procedimientos tintóreos específicos de los cilindros-ejes del sistema nervioso adulto. Apenas hay substancia de acción histológica selectiva que no haya sido utilizada con tal objeto: el carmín, la hematoxilina, las anilinas ácidas, el nitrato de plata, el cloruro de oro, etc., han dado, en manos de técnicos hábiles é ingeniosos, resultados de no escaso valor. Pero, innegablemente, las mejores preparaciones se han conseguido con el nitrato de plata precipitado por los reductores ó la acción de la luz. Fórmulas bastante aceptables, basadas sobre la afinidad que las sales de plata y de oro poseen por los cilindros ejes, en presencia de los reductores, hemos publicado nosotros en diversas épocas (1). También Fajersztajn (2) y Bielschowsky (3) han aconsejado procederes más ó menos parecidos utilizando el nitrato de plata alcalino y la propiedad precipitante del formol, sobre todo adicionado de una sal básica.

Mas fuerza es confesar que estos métodos de impregnación de los axones son engorrosos é inconstantes, y no permiten, sino en raras ocasiones, conseguir series regulares de cortes de los centros nerviosos del hombre y mamíferos adultos. El más grave inconveniente de que adolecen consiste en que la coloración, á la manera del método de Weigert, prende exclusivamente en las porciones meduladas de los axones, repugnando las estrangulaciones y divisiones de las fibras, con lo que las revelaciones conseguidas no van más allá de las logradas con el susodicho proceder de la laca hematoxilínica.

Tan notorias y lamentables deficiencias técnicas nos han movido en estos últimos meses á imaginar nuevas maneras de impregnar las fibras nerviosas con las sales de plata, habiendo logrado resultados que, en nuestro sentir, superan tanto bajo el aspecto de la constancia, cuanto en lo referente á capacidad

---

(1) *S. R. Cajal:* Pequeñas comunicaciones técnicas. *Rev. trim. microgr.* Tomo v, 1900.

(2) *Fajersztajn:* Ein neues Silverimprägnationverfahren als Mittel zur Färbung der Axen cylinder. *Neurol. Centralbl.* Febrero, 1901.

(3) *Bielschowsky: Neurologischen Centralblatt,* 1902.

analítica, á todos los procederes propuestos hasta aquí para la coloración de los cilindros-ejes.

El nuevo método, simple modificación de otro recientemente aconsejado por nosotros para la impregnación argéntica de las neurofibrillas, se separa de los demás procederes de argentación por estas tres particularidades: *a*, fijación previa de las piezas en alcohol absoluto (ó de 40°), con ó sin adición de amoníaco; *b*, empleo de solución de nitrato de plata caliente y perfectamente neutro; *c*, reducción de las piezas en bloque, por 24 horas, en un baño neutro ó débilmente alcalino de hidroquinona. Según que el alcohol actúe más ó menos tiempo, la plata metálica, reducida á un polvo rojo completamente invisible al microscopio, se deposita selectivamente en los cilindros-ejes y neuronas grandes, respetando por completo la mielina, la neuroglia y casi todas las células nerviosas medianas y pequeñas de la substancia gris. Las partes impregnadas, cuyo matiz va del negro al café rojo, y aun al rojo puro, destacan admirablemente sobre fondo incoloro, siendo de notar que la selección no es eventual ni recae exclusivamente en algunos elementos, cual acontece en los procederes de Golgi y Ehrlich, sino que alcanza á todos los axones sin excepción, así como á sus estrangulaciones, bifurcaciones, colaterales y á su porción inicial ó punto de nacimiento en las neuronas. Con todo eso, la impregnación más intensa y selectiva recae en los axones medulados, cuyo curso cabe seguir á través de la substancia gris con la mayor comodidad.

He aquí el *modus operandi:*

1.° Piezas nerviosas frescas (la reacción se obtiene hasta dos días después de la muerte), que no pasen de tres milímetros de espesor, son fijadas, por 24 horas, en alcohol de 40° (Cartier). Una mezcla de alcohol y glicerina neutra da también buenos resultados como baño fijador.

2.° Llévanse después á un baño de nitrato de plata al 1 por 100 conservado en estufa (de 30° á 35°), donde permane-

---

(1) *S. Ramón Cajal. Trab. del Lab. de Inv. biol.* Tomo II, fascículo 4.—1903.

cerán de 5 á 6 días, según la dimensión de los trozos nerviosos (1). Es preciso que la sal argéntica haya tenido tiempo de penetrar en el centro del tejido; de lo contrario, las regiones centrales carecerían de reacción ó mostrarían una impregnación muy pálida. Una permanencia insuficiente en el baño argéntico se reconoce fácilmente por lo granuloso y basto de la impregnación.

3.° Previo lavado, por algunos segundos, en agua destilada, se abandonan las piezas, por un día, en este baño reductor:

Hidroquinona (ó ácido pirogálico).	de 1 á 2	gramos.
Agua destilada.....	100	»
Formol.....	10	»

Algunas vecés añadimos al baño un poco de sulfito de sosa anhidro, con lo que las piezas muestran una impregnación algo más fina; pero esta adición no es necesaria, y tiene el inconveniente de ensuciar el reductor, que adquiere, por oxidación, un tono pardo obscuro. En realidad, bastan las sales alcalinas del tejido nervioso para fijar el ácido clorhídrico nacido por consecuencia de la reducción.

4.° Lavado rápido en agua, induración en alcohol, englobamiento en celoidina ó parafina, y ejecución de cortes finos (de 1,50 á 3 centésimas), que se montarán en damar sin ulterior coloración. Evítese la esencia de bergamota, porque ataca algo la impregnación; el mejor aclarador es la esencia de orégano, que se quitará con xilol.

Si algunos cortes (de ordinario los tomados del centro de las piezas) exhibieran una coloración roja demasiado pálida, no vacilaremos en virar la tinta con este baño de oro:

Sulfocianuro de amonio.....	3
Hiposulfito de sosa.....	3
Solución de cloruro de oro, unas gotas.	

(1) Por lo común nos servimos del nitrato de plata cristalizado del comercio y químicamente puro. No obstante, cabe emplear también con éxito el nitrato de plata fundido, de reacción neutra ó débilmente alcalina.

A los pocos minutos, el tono rojo se habrá transformado en gris negro; ocurrido esto, lávanse las secciones en agua destilada y se deshidratan, aclaran y montan como de ordinario (1).

Cuando la fijación previa en alcohol se ha prolongado más de 24 horas (por ejemplo, tres ó más días), las células y cilindros-ejes gruesos palidecen, adquiriendo un matiz amarillento sumamente pálido; mientras que, por el contrario, las delgadas fibras ameduladas, poco ó nada teñidas cuando dicho fijador actúa poco tiempo, ofrecen un tono negro ó café enérgico. En las preparaciones así obtenidas obsérvanse muy claramente las arborizaciones nerviosas pericelulares y los cabos ensanchados en forma de maza ó pirámide de las fibrillas terminales.

En fin, la adición al alcohol de 1 por 100 de amoníaco procura excelentes imágenes, aunque algo pálidas, de las neurofibrillas de las voluminosas neuronas, así como una impregnación muy completa de las fibrillas desprovistas de mielina. Las piezas fijadas en alcohol amoniacal deberán permanecer en el baño de plata al 1 ó 1,50 por 100 de seis á siete días si la temperatura de la estufa no pasa de 32°. La impregnación granulosa y basta de las neurofibrillas anuncia también una demasiado corta permanencia en el baño argéntico caliente.

No es nuestro ánimo describir aquí detalladamente los efectos logrados con estas y otras variantes del método del nitrato de plata reducido. Concretarémonos tan sólo á apuntar las revelaciones del proceder al alcohol (fijación de las piezas en este líquido desde uno á tres días), por ser el más sencillo, cons-

(1) Para virar puede usarse también sin inconveniente una simple solución de cloruro de oro moreno ó amarillo, que actuará muy rápidamente; las piezas se llevarán después al hiposulfito. Si se quisiera aumentar todavía la intensidad del teñido, no hay sino llevar los cortes, recién sacados del cloruro de oro (sin hiposulfito), á un baño reductor fotográfico. Al depósito metálico áureo se añadiría la reducción de cierta cantidad de cloruro de plata que el cloruro de oro ácido produce constantemente en presencia de la plata precipitada y muy dividida. Pero este proceder, así como las intensificaciones logradas por los reactivos comunes (sublimado y amoníaco, bromuro de cobre y nitrato de plata, etc.), dan demasiada obscuridad á los fondos.

tante y cómodo de los procederes recomendados para la impregnación argéntica de los cilindros-ejes. Su constancia y expedición son tales, que se obtienen buenos resultados, no sólo en órganos frescos del hombre y vertebrados, sino hasta en centros nerviosos procedentes de cadáveres en que se inició la descomposición (dos á tres días), ó de animales que sufrieron graves lesiones de la substancia gris y blanca. Por tales ventajas, este proceder está llamado á dar resultados interesantes en las degeneraciones secundarias de las vías nerviosas, en las cuales, á diferencia del método de Marchi, que revela exclusivamente la mielina desintegrada, pone de manifiesto las alteraciones varicosas de los axones (1) y las mutaciones ocurridas en las fibrillas ameduladas y arborizaciones terminales.

Para dar alguna idea de las revelaciones del susodicho método en las piezas normales, vamos á reseñar brevemente las conseguidas en la médula espinal, cerebelo y ganglios raquídeos.

Médula espinal. Los cortes, moderadamente finos, de este centro muestran con toda claridad, coloreados en negro ó café intenso, todos los cilindros-ejes medulados, y en tono café ó rojo mucho más claro, las prolongaciones dendríticas de las neuronas y las fibras ameduladas. Las células mismas exhiben también una coloración parda en la cual se divisan, con aspec-

---

(1) A fin de estudiar las alteraciones de los cilindros-ejes consecutivas á la sección de una vía nerviosa, hemos cortado el nervio óptico y algunas raíces posteriores en varios conejos. El resultado ha sido comprobar un aspecto moniliforme, como arrosariado de los axones, que se inicia desde los 8 ó 10 días y alcanza todo su apogeo á los 24 ó 26. Las vías nerviosas degeneradas se reconocen bien gracias al citado aspecto granuloso, y por presentar el axón, de distancia en distancia, adelgazamientos notables y flexuosidades que parecen corresponder á los parajes en donde los preparados de Marchi exhiben los depósitos de grasa libre. La lesión se acentúa más en las porciones de los axones próximas á la herida, tardando mucho en generalizarse á las ramas terminales ó colaterales meduladas. En otro trabajo volveremos á tratar de dichas experiencias, que no damos todavía por terminadas, ni están, por tanto, maduras para su publicación *in extenso*.

to granuloso, las neurofibrillas; pero, en tales preparados, la reacción es inferior á la observada en los cortes nitratados sin fijación ó fijados previamente en alcohol alcalino.

Descúbrese muy neta y cómodamente el brote del cilindro-eje del contorno celular ó del curso de una dendrita, comprobándose el hecho, señalado por Bethe y otros autores, de que, al nivel del comienzo del forro medular, el axón afecta una gran estrechez, á cuyo nivel las neurofibrillas se condensan en haz apretadísimo. Pero, mientras en los preparados de Bethe, de Simarro y de Donaggio, la porción estrechada del axón palidece notablemente, como en todas las ulteriores estrangulaciones, en los nuestros la intensidad del colorido consérvase en las partes adelgazadas, pudiendo, con la mayor comodidad, cual ocurre en los preparados de Golgi, perseguirse el trayecto entero del conductor hasta la substancia blanca (células funiculares), ó hasta las raíces anteriores (células motrices). Por lo demás, el adelgazamiento del axón, al nivel de las estrangulaciones, es mucho más notable que en los preparados de Ehrlich-Dogiel, faltando constantemente el espesamento bicónico y el forro de cemento. Precisamente la ausencia de impregnación de tales partes accesorias de las estrangulaciones explica la exagerada angostura del axón en tales parajes, y acredita en aquéllas una composición química especial, muy diversa de la constitutiva del cilindro-eje. Al llegar el axón á la substancia blanca se bifurca á menudo, sobre todo cuando se trata de fibras comisurales, comprobándose una vez más el hecho, descubierto por nosotros hace tiempo, de que las colaterales y bifurcaciones de los tubos centrales se generan constantemente al nivel de las estrangulaciones de la mielina. Es muy frecuente ver también que una de las ramas divisorias de los tubos comisurales es mucho más delgada que la otra.

En los animales adultos, la extensión considerable de los itinerarios, y las revueltas de éstos, hacen en ocasiones difícil y penosa la persecución de un axón, habiendo necesidad en consecuencia, si se desea determinar enteramente el itinerario, de estudiar comparativamente varios cortes seriados. En cambio, los animales recién nacidos (perro, gato, conejo, etc.), mués-

transe a este respecto mucho más propicios, gracias á la cortedad de las distancias y á la relativa sencillez del curso de los tubos medulados. Y como nuestro método da en la médula joven los mejores resultados, aconsejamos á todo el que pretenda esclarecer, apelando á los recursos anatómicos directos, la marcha general de los axones por la substancia gris el empleo exclusivo de los mamíferos recién nacidos ó fetos de término. En estos animales, además, la gran transparencia de la substancia gris permite estudiar cómodamente cortes espesos hasta de 4 y 5 centésimas de milímetro.

Ocioso es consignar que se colorean también las bifurcaciones de las raíces sensitivas, pudiéndose comprobar en lo substancial las disposiciones hace tiempo descubiertas por nosotros (1) y confirmadas por von Lenhosséк, van Gehuchten, Kölliker, Retzius y tantos otros sabios. A menudo, al nivel de dichas divisiones, el axón se ensancha, constituyendo una especie de triángulo, de cuyas esquinas proceden las ramas ascendente y descendente. Alguna vez fórmanse tres ramas en vez de dos, disposición ya notada por nosotros en la médula del gato cobreada por el azul de metileno (2). En cuanto á las colaterales sensitivas, emergen frecuentemente de una inflexión de los tubos del cordón posterior, y, en ocasiones, de una asa, bastante prolongada y de brazos sumamente próximos.

Si en vez de estudiar preparados fijados 24 horas en alcohol, se examinan los que sufrieron durante tres días la acción de este indurante, las fibras meduladas se muestran pálidas según dejamos dicho, y la reducción argéntica recae de preferencia sobre las fibrillas amielínicas y nidos pericelulares. Compruébase en estos cortes la riqueza enorme de ramificaciones nerviosas terminales residentes entre las células, y la existencia en los nidos nerviosos de dos clases de ramillas: las llegadas, radial ú oblicuamente, de territorios alejados de la célula motriz, y las que, antes de terminar, caminan paralelamente cier-

---

(1) *S. Ramon Cajal: Anatomischen Anzeiger*, Bd., 1890.

(2) *S. R. Cajal*: El azul de metileno en los centros nerviosos, *Rev. trim. microgr.*, tomo I, 1896.

to trecho á lo largo del soma ó las dendritas. Las mazas terminales de Auerbach resaltan por su color negro ó café del contorno celular apenas teñido, y afectan por lo común menor dimensión que en las impregnaciones argénticas sin fijación alcohólica previa. Por lo demás, tales espesamentos finales aparecen sin excepción en todas las neuronas grandes y medianas, faltando exclusivamente en los corpúsculos del vértice y centro del asta posterior, y en aquellos parajes en que el soma hállase en contacto con elementos de neuroglia. Según hicimos notar en nuestro anterior trabajo, existen mazas ó varicosidades de trayecto y mazas de terminación. Las primeras representan excrecencias ó dilataciones de una fibrilla nerviosa, mediante las cuales toca ésta en el cuerpo neuronal, sin perjuicio de pasar á otros territorios de la misma célula, y aun á neuronas más apartadas. No es raro ver que la excrecencia colateral articular corresponde al vértice de una inflexión ó ángulo trazado por una fibra que se aparta bruscamente para marchar hacia otras neuronas. En fin, hagamos notar que, además de las fibrillas terminadas por mazas, obsérvanse otras hebras pericelulares casi lisas que se limitan á recubrir la célula y serpentear por sus expansiones.

Por lo que toca al protoplasma, preséntase pálidamente teñido, indicándose solamente las neurofibrillas. También el nucléolo aparece impregnado, mostrándose formado por un grupo de esférulas que no suelen adquirir en estos preparados la intensidad de coloración tomada por los cuerpos nucleares accesorios, muy finos y numerosos en los corpúsculos adultos.

Cerebelo. Tíñense de color negro ó café todas las fibras meduladas y no pocas ameduladas, tales como las fibrillas paralelas de la capa molecular y las *cestas* de las células de Purkinjè. Estos plexos ó cestas pericelulares se impregnan constantemente en café ó pardo negro, así como los axones de que se originan, sorprendiéndose perfectamente la terminación inferior de las ramificaciones nerviosas, las cuales acompañan cierto trecho, según reconocimos hace tiempo, á la porción inicial de los axones de Purkinjè. Las descripciones publicadas en reciente trabajo, acerca de estas y otras disposiciones del

cerebelo, nos dispensan de entrar aquí en pormenores descriptivos.

Ganglios raquídeos. Las imágenes logradas en estos centros con nuestro método son en un todo comparables con las del proceder de Ehrlich, al cual lleva la ventaja de suministrar impreguaciones constantes y permitir la ejecución de cortes finos y regulares. A la fijación en alcohol puro es todavía preferible la del alcohol amoniacal, con la que se consiguen además excelentes impregnaciones del retículo protoplásmico. Bajo el aspecto de la claridad de las imágenes y de la facilidad de persecución de las expansiones de los corpúsculos monopolares, son de recomendar los animales jóvenes ó recién nacidos; en los adultos es muy raro, dado lo laberíntico y largo de los itinerarios, que pueda perseguirse la prolongación citada desde su origen hasta su bifurcación.

Cuando los cortes están convenientemente orientados y los ganglios no son muy voluminosos, cabe observar muy bien: el punto de arranque de la expansión principal; el glomérulo inicial, que se colorea tan intensamente como la porción medulada del axón; y todo el itinerario de la expansión hasta la división en *T*, en la cual se comprueba una vez más que la rama destinada á la médula espinal es más fina que la dirigida á la periferia. Obsérvase también, contra el dictamen de Dogiel, que el glomérulo carece de mielina y yace en gran parte rodeado por numerosas células capsulares, á las cuales se debe que las revueltas no se toquen y se eviten comunicaciones laterales de corrientes. En algunos casos se ven llegar á los glomérulos y circular entre sus revueltas aquellas fibras simpáticas aferentes finas, descritas primeramente por nosotros, y confirmadas recientemente por Retzius.

III.—El aparato tubuliforme del epitelio intestinal de los mamíferos.

POR S. RAMÓN CAJAL.

En nuestro trabajo anterior sobre los efectos del método del nitrato de plata reducido (1) hemos señalado la existencia del aparato endocelular de Golgi en los corpúsculos epiteliales del *Lumbricus*, en los cuales reside entre la superficie libre y el núcleo, análogamente á lo que ocurre en las neuronas, donde yace también entre la porción culminante del soma y el órgano nuclear. La nota actual versa sobre el epitelio intestinal de los mamíferos, donde el citado proceder, aplicado en los animales recién nacidos, da muy buenos resultados.

El encuentro en los corpúsculos epitélicos de los mamíferos de un aparato reticular, semejante al descrito por Golgi en las células nerviosas, tiene dos antecedentes importantes. Fué Negri (2) quien primeramente lo observó, sirviéndose del método del sabio de Pavía, en varias categorías de células glandulares, singularmente en las pancreáticas, presentándosele con caracteres análogos al del aparato tubular hallado por nosotros en los invertebrados, es decir, bajo la forma de un glomérulo de trabéculos gruesos, varicosos, unidos en red y situados entre el núcleo y la luz glandular.

También Holmgren (3) ha descrito en las células intestina-

---

(1) *S. Ramón y Cajal:* Un sencillo método de coloración de las neurofibrillas, etc. *Trab. del Lab. de Inv. biol.* Tomo VII, cuad. 4.—1903.

(2) *Negri:* Di una fina particularitá di structura delle Cellule di alcune ghiandole dei mamiferi. *Boll. Soc. med. chir. di Pavia,* número 1.—1900.

(3) *Holmgren:* Ueber die Trophospongien der Darmepithelzellen. *Anat. Anzeinger,* núm. 21, 1902. Véase también: Ueber die Trophospongien de Nervenzellen. *Anat. Anzeiger,* Bd. 24, 1904. Ueber die Trophospongien der Nevenhodenzellen und der Lebergangzellen. *Anat. Anzeiger,* Bd. 22, 1902.

les y glándulas de Lieberkühn un aparato tubular mucho más sencillo que el correspondiente de los invertebrados. Redúcese á una red de lagunas ó senos dispuestos en pelotón, residentes entre el núcleo y la chapa de la célula. Pero añade este sabio dos hechos que, de ser ciertos, prejuzgarían el carácter funcional del referido aparato, á saber: la comunicación de los tubos con los espacios interepiteliales y la penetración dentro de los mismos de unos cordones protoplásmicos ramificados *(trophospongium)*, procedentes de ciertas células estrelladas yacentes entre los elementos epiteliales. De existir semejante disposición, que Holmgren generaliza á los elementos nerviosos, los referidos conductos vendrían á ser una prolongación del sistema lacunario linfático intersticial, y el *trophospongium* ó cordones penetrantes, algo así como un aparato vector alimenticio.

La teoría del trophospongium no está en armonía con los resultados del método de Golgi (Golgi, Veratti, Negri, etc.), ni con los efectos de otros procedimientos de coloración. Así, Kopsch (1) y Misch (2), que han utilizado el ácido ósmico para la impregnación de la red de Golgi, niegan las comunicaciones con el exterior y la penetración de los filamentos exógenos. Soukanoff (3) y nosotros (4) no hemos visto tampoco semejantes comunicaciones en las pirámides cerebrales. En fin, según hicimos notar en nuestro anterior trabajo, los tubos intraprotoplásmicos de los invertebrados forman glomérulos pocas veces anastomosados, y jamás comunicantes con el exterior. Solamente en el epitelio intestinal de la sanguijuela hemos hallado tubos desembocados debajo y á los lados de las células;

---

(1) *Kopsch:* Die Darstellung der Binnennetzes in spinalen Ganglienzellen, etc. *Sitzungber. der kgl. preus. Acad. der Wiss. zu Berlin.* Bd. 40, 1902.

(2) *Misch:* Das Binnennetz der spinalen Ganglien *Int. Monatschr. f. Anat. und Physiol.* Bd. 20; Hef. 10-12, 1903.

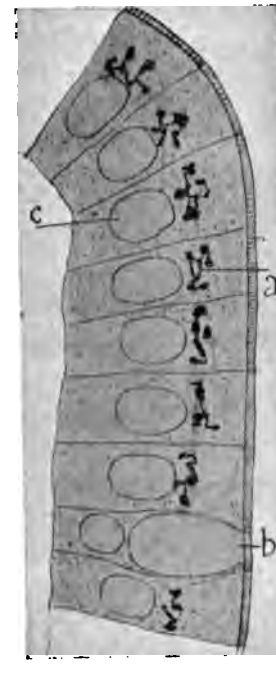
(3) *Soukanoff:* Sur le réseau endocellulaire de Golgi dans les éléments nerveux de l'écorce cérébrale. *Le Neuraxe*, vol. IV; 1903.

(4) Loc. cit.

pero dudamos que este aparato tubular, cuya morfología y situación son muy singulares, corresponda positivamente á la red endocelular de Golgi.

La cuestión, pues, es interesante y merece ser nuevamente examinada á la luz de un nuevo procedimiento de teñido que lleva al de Holmgren la ventaja de poder ser aplicado á cortes espesos y de proporcionar imágenes de una grandísima claridad.

(FIGURA 1.)



Trozo de un corte longitudinal de una vellosidad del intestino del *cavia cobaya* recién nacido. *a*. aparato tubular; *b*. célula caliciforme; *c*, núcleo.

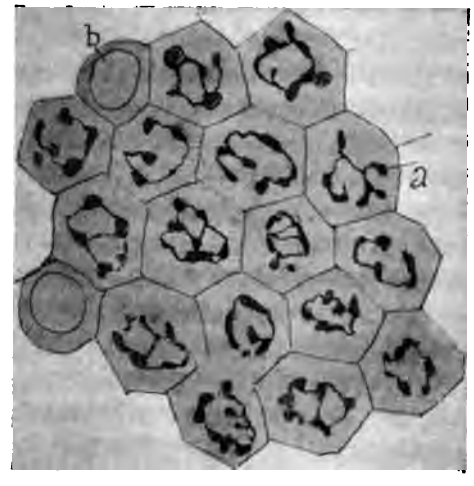
En la figura 1 mostramos un trozo de corte longitudinal de una vellosidad del intestino del *cavia cobaya* recién nacido. El nitrato de plata se ha reducido, bajo la forma de un finísimo precipitado granuloso de color café obscuro, dentro del citado aparato tubular, respetando completamente el resto de la célula. Nótese que la posición y forma de los conductitos coinciden esencialmente con las descripciones de Holmgren. Solamente se advierte que la red es menos complicada de lo que este autor supone, faltando frecuentemente las anastomosis. Glomérulos hay dispuestos bajo la forma de un conducto encorvado, flexuoso y provisto de dilataciones cavernosas. En algunas células la forma general recuerda completamente el núcleo de los leucocitos, habiendo divertículos cuya continuidad con el resto del aparato parece interrumpida.

Comparando los cortes longitudinales con los paralelos al plano epitelial (fig. 2) se echa de ver un rasgo interesante; el glomérulo posee forma aplanada, disponiéndose con todas sus revueltas en un plano ó zona muy inmediata al núcleo. Así que

en los cortes longitudinales de las vellosidades no es posible juzgar bien de la forma del aparato tubular.

Todas las células epitélicas de chapa, sin excepción, poseen un glomérulo. En las caliciformes falta, sin embargo; diríase que la licuación del protoplasma, en la época de la formación del cáliz, ha destruído el aparato tubular. En fin, las glándulas

(FIGURA 2.)



Corte paralelo de las vellosidades. *a*, aparato tubular; *b*, célula caliciforme.

intestinales poseen asimismo un glomérulo situado en el mismo paraje que el del epitelio de las vellosidades, pero algo más pequeño y con menos revueltas.

El hecho más importante sobre el cual queremos llamar la atención es éste: en ningún caso los tubos referidos comunican con el exterior, ni reciben expansiones de elementos estrellados. La existencia misma de los corpúsculos interepiteliales de Holmgren nos parece dudosa, y creemos que este autor ha tomado por tales algún leucocito deformado y eventualmente emigrado en el cemento interepitelial. En nuestro concepto, la teoría del *trophospongium* no sería, pues, aplicable sino á casos muy especiales, acaso solamente á las grandes neuronas de

los gasterópodos, en las cuales el enorme volumen del protoplasma exigió un sistema complementario de conductos nutritivos.

Por lo demás, el glomérulo en cuestión nos parece formado de tubos y no de hilos sólidos. Y nos fundamos para profesar esta opinión en que, en los preparados comunes bien fijados, se observa constantemente, al nivel del aparato, un sistema de huecos ó vacuolas comunicantes.

El procedimiento del nitrato de plata colorea, sin duda, alguna substancia contenida en tales senos, substancia que sería probablemente rica en albuminoides ó en cloruro de sodio.

En suma, las citadas observaciones, sin aportar nuevos argumentos en apoyo de nuestra hipótesis de que semejante aparato vacuolado represente la vesícula pulsátil de los infusorios, no la contraría, antes bien armoniza perfectamente con ella.

IV.—Dos plantas nuevas para la Flora de España.

Por B. Lázaro é Ibiza.

Aunque el número de las especies de plantas fanerógamas reconocidas como espontáneas en España ha crecido considerablemente en los últimos años, no parece que la riqueza floral denuestros campos se encuentre próxima al agotamiento, pues todo observador de los que emplean su actividad en este género de trabajos halla nuevas formas que demuestran que todavía el conocimiento de nuestras plantas fanerógamas dista bastante de estar ultimado. Lo incompleto de las observaciones hasta hoy realizadas, y la confusión que aún existe respecto de ciertas formas, permite que se encuentren algunas aún mal conocidas, ó que por error han pasado inadvertidas hasta hoy.

Y no ocurre esto únicamente con especies cuya característi-

ca sea difícil, sino también con otras que por su tamaño ó por lo acusado de sus caracteres se hacen notar con mayor facilidad, como sucede con el *Convolvulus tenuissimus* Sibth. Era de suponer que en este género de plantas, cuya presencia se acusa claramente por el tamaño y las coloraciones de sus corolas, no se hallase especie alguna que no hubiese sido ya notada; mas no sucede así.

El *Convolvulus tenuissimus* Sibth. (*C. argyreus* D. C.) es una planta ya conocida anteriormente en otras floras, y nada rara en varios países de la región mediterránea, mas nunca indicada en nuestra Península. En la parte occidental de Italia y en Sicilia, en las Bocas del Ródano y el Herault en Francia, en Marruecos y en la Argelia, se ha demostrado su existencia; circunstancias que hacen muy probable su hallazgo en el litoral mediterráneo español, aunque en la flora de Wilkomm no se indique entre las *especies inquerendæ*.

Y, sin embargo, no ha sido hallada aún en estas provincias, ó al menos no ha llegado á mi conocimiento, encontrándola en cambio allí donde no era tan fácil sospechar su existencia, en el litoral asturiano.

Desde hace cuatro años habían llamado mi atención algunos ejemplares de *Convolvulus*, recogidos durante el verano en Salinas de Avilés, por la forma de sus hojas, que no permitía asimilarlos á ninguna de las especies que representan este género en nuestra flora. Parecíanse en algo al *C. althæoides* L., especie que tantas veces he recogido, sobre todo en las excursiones de primavera por las provincias de Andalucía y Murcia, y á la que las hojas inferiores recuerdan sensiblemente; pero ni me parecía probable que ésta pudiese hallarse en las orillas del golfo de Gascuña, ni el tomento verdoso plateado de las dos caras de sus hojas y el limbo profundamente hendido, y aun casi partido en algunas, que observaba constantemente en las hojas superiores, me permitían referirlos á esta última especie.

Por otra parte, los ejemplares por mí recogidos en plena estación estival hallábanse tan avanzados, que carecían de flores y de frutos, mostrando sólo largos y patentes los pedúnculos

que habían sostenido estos órganos, por lo que sólo me fué posible clasificar estos ejemplares por comparación, refiriéndolos desde luego al *Convolvulus tenuissimus*. Pero pensando que, para reconocer con seguridad una especie como nueva para nuestra flora, debía apreciar antes todos los caracteres necesarios, procuré en los años sucesivos recoger nuevos ejemplares mejor caracterizados, y que me permitiesen alejar toda posibilidad de error.

No fué fácil lograr esto, pues la época en que yo puedo trasladarme á dicha localidad no es la más oportuna para hallar esta planta en plena floración, por lo que mis pesquisas fueron inútiles durante algunos años, en los cuales recogí plantas de esta especie, pero en estado tan avanzado como las halladas en el primer encuentro. Ya desconfiaba de conseguir mi objeto, cuando el verano último pude hallar algunos ejemplares con fruto, y uno florido aún, en los primeros días de Julio. Comprobé entonces que la corola tenía de tres á cuatro centímetros, que era pelosa y rosada, con el fondo del tubo blanquecino, y que la cápsula era lampiña; caracteres todos que confirmaron plenamente mi primera opinión.

Tales son las circunstancias que permiten asegurar la existencia de esta especie en el litoral asturiano, é incluirla desde hoy entre las españolas.

Desde hace algunos años conservo en mi herbario una *Biscutella* recolectada en Lorca, y que creí pudiera ser la variedad *Mauritanica* de la *B. auriculata* L., hasta que en el año anterior, al efectuar un examen comparativo de todas las formas españolas que de este género encierra mi colección, no pudiendo referirla á ninguna de las especies nuestras, ni referirla á ninguna de las conocidas en los países próximos, me decidí á describirla y denominarla como una especie realmente nueva, dándole el nombre de *Biscutella Elicrocensis* por el antiguo nombre de Lorca, localidad en que la hallé por primera vez, en los comienzos del mes de Abril.

Corresponde indudablemente esta nueva especie á la sección *Jondraba* D. C., por tener los dos sépalos exteriores espolonados, y los pétalos con el limbo patente; pero por sus frutos difiere marcadamente de la *Biscutella auriculata* L., y más aún de la *B. cichoriifolia* Lois, únicas especies de esta sección que pueden admitirse en nuestra flora. Sin duda se aproxima á la primera de estas especies más que á la segunda, pero presenta con ella una diferencia constante en las silículas, cuyas aletas son más anchas y sensiblemente ondeadas, y, sobre todo, lejos de observarse en ellas ni la más leve tendencia á prolongarse hacia la base del estilo, se nota que las aletas de una y otra valva se corresponden perfectamente en una recta normal al estilo, ó forman un ángulo entrante muy obtuso en vez de formarle saliente ó prolongado hacia el estilo, como se observa en todas las formas de la *B. auriculata.*

Se advierte además que en la *B. Elicrocensis*, los bordes internos de las valvas , por el desarrollo de las placentas, aparecen engrosados y formando los de una y otra valva un vallecito, en cuyo fondo se halla el nervio medio ó eje del fruto, mientras que en la *B. auriculata*, éste se acusa con relieve mucho más saliente que el de las placentas. Es cierto que esta última especie presenta una variedad *(B. Mauritana Jord.)* en la que las alas tampoco son decurrentes sobre el estilo; pero, para poderse determinar como tal la especie murciana, era necesario que tuviese pelos largos mezclados con los tubérculos de las valvas, carácter que le falta en absoluto, igualmente que algunos otros de los asignados á dicha variedad.

Menos pudiera referirse la *Biscutella* en cuestión á la *B. brevicalcarata* Batt., especie africana de la misma sección *Jondraba*, que tiene muy cortos los espolones de los sépalos y el estilo menos largo que la longitud del fruto, y sobre él prolongadas las aletas de las valvas.

Resulta de todo este examen comparativo que la especie en cuestión debe considerarse como nueva, y como tal habremos de describirla.

Biscutella Elicrocensis *nov. esp.* Hierba anual de 4 á 6 decímetros de altura, con los tallos sembrados de pelos paten-

tes, no rígidos, y las hojas apenas pubescentes; éstas son lanceoladas, enteras ó con 2-4 dientes laterales, apenas indicados, y sólo las hojas primordiales, que se estrechan para formar largos peciolos, presentan en sus limbos hendidos por un corto número de escotaduras no muy profundas. Los racimos florales son bastante densos, aunque algo menos que en la *B. auriculata;* flores con los pedicelos largos y lampiños, con casi toda su longitud y con 3 ó 4 pelitos en el ápice; los dos sépalos externos prolongados en sacos jibosos y obtusos de más de 2 milímetros de longitud; los pétalos trasovados, denticulados y ondeados en sus bordes y bruscamente angostados en uñas angostas, tan largas ó más que los sépalos. Silículas grandes, de unos 15 á 16 milímetros, con disco sembrado por igual de abundantes papilas blanquecinas, nervio marginal muy robusto y de curvatura muy regular y aleta marginal ancha, toda ella de igual latitud y ondeada ó rizosa en el margen y nada decurrente sobre el estilo; éste es delgadísimo, recto, marcadamente mayor que la altura de la silicua y con el estigma muy poco marcado.

De esta especie he recogido ejemplares en la sierra de la Unión que tenían el tallo sencillo y las hojas muy pequeñas y enteras, y algunos de ellos con las valvas de las silículas desprovistas de papilas.

V.—Sobre las curvas representativas de la fuerza electromotriz y de la intensidad de una corriente alterna. Condiciones que deben tener los aparatos oscilatorios destinados á obtenerlas.

Por J. M. de Madariaga.

La obtención de las curvas representativas de la fuerza electromotriz y de la intensidad de una corriente alterna es de tanto interés como la del diagrama de trabajo de un motor térmico, que suministra el *indicador*. Así como éste da el medio de calcular la potencia desarrollada por el vapor ó por el gas en el cilindro, y pone de manifiesto las particularidades de la distribución, permitiendo, muchas veces, corregir sus defectos y el gasto excesivo de combustible en que se traducen, así también del trazado de aquellas curvas se pueden deducir fácilmente el valor de la potencia eléctrica media desarrollada por la máquina que se estudie y las condiciones de ésta, tanto en lo que se refiere á sus elementos eléctricos propiamente tales, como á los que formen su circuíto ó circuítos magnéticos.

Dos son los métodos empleados para registrar estas curvas: en uno de ellos, debido á Mr. Joubert, se determinan sucesivamente los puntos de aquéllas, hallando los valores del voltaje y de la corriente para cada valor del tiempo. De él ha hecho Mr. Hospitalier una feliz aplicación, construyendo el aparato que llama *Ondographe*, el cual da, de una vez, las curvas completas. En otro procedimiento, resultan éstas de las oscilaciones que las funciones que las representan comunican á un móvil: registrando ó marcando las posiciones de éste, para cada valor del tiempo, se puede tener el trazado de aquellas curvas. Los aparatos que para ello sirven se designan genéricamente por los autores franceses é ingleses con el nombre de *Oscillographes* (1). Esta nota tiene por objeto deducir las condicio-

(1) La palabra *oscilógrafo*, compuesta de dos, de origen latino

nes que estos últimos aparatos deben tener para que su movimiento pueda ser interpretación exacta de las curvas buscadas. Para redactarla se han consultado los trabajos de Mr. Cornu sobre este punto: el método de exposición y el desarrollo de los cálculos, que se han detallado un tanto para facilitar la lectura, son diferentes de los seguidos por el eminente físico francés, y, en las consecuencias, se ha procurado completar el estudio, considerando los diferentes casos que pueden presentarse.

Consiste uno de estos aparatos en un sistema móvil, carrete colocado en un campo magnético, que es recorrido por la corriente que se somete á estudio, ó pieza de hierro sobre la que obra el devanado de uno ó varios carretes fijos por los cuales pasa la dicha corriente. Cualquiera que sea el móvil, está suspendido por un hilo metálico, cuyo par de torsión es antagonista de la acción que produce la corriente que se estudia, ó, si es una pieza de hierro dulce, sostenido por dos puntas apoyadas en sus tejuelos respectivos, en cuyo caso el par resistente es producido por un campo magnético intenso. El amortiguamiento resulta de la acción del aire, de la de las corrientes parásitas que se desarrollan durante el movimiento, ó de la de un líquido viscoso en el cual está sumergido el móvil.

Escribiremos la ecuaciónn fundamental del movimiento, expresando que la «derivada, con relación al tiempo, de la suma de los momentos de las cantidades de movimiento del sistema móvil, es igual á la suma de los momentos de los pares agentes».

Llamando μ al momento de inercia del sistema móvil,
α al ángulo variable de desviación,
$q \cdot \frac{d\alpha}{dt}$ al momento del par ó pares amortiguadores, proporcionales á la velocidad angular,

---

y griego, respectivamente, no sería correcta para designar en castellano con un unívoco uno de estos aparatos, que, en opinión del Sr. Cortázar, podría denominarse *talantígrafo,* de Ταλαντωσίς, oscilación.

$r.\alpha$ al par resistente de torsión del hilo de suspensión, ó de otra naturaleza,

F al par motor, que por el momento supondré que sea función armónica sencilla del tiempo, que designaré por $B.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t$, siendo τ el período de aquélla y B el momento de su amplitud, la ecuación del movimiento se puede escribir

$$\mu.\frac{d^2\alpha}{dt^2}+q.\frac{d\alpha}{dt}+r.\alpha=F=B.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t,$$

ó, partiendo por μ,

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2}+\frac{q}{\mu}.\frac{d\alpha}{dt}+\frac{r}{\mu}.\alpha=\frac{B}{\mu}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t \qquad \text{(I)}.$$

La solución general de esta ecuación diferencial de segundo orden con segundo miembro es (1)

$$\left\{\begin{aligned}\alpha=&\frac{e^{m't}\left[\int\frac{B}{\mu}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t\times e^{-m't}.dt+C'\right]}{m'-m''}-\\&-\frac{e^{m''t}\left[\int\frac{B}{\mu}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t\times e^{-m''t}dt+C''\right]}{m'-m''},\end{aligned}\right\}$$

en cuya expresión C' y C'' son dos constantes de integración, y m', m'' las raíces de la ecuación de segundo grado

$$m^2+\frac{q}{\mu}.m+\frac{r}{\mu}=0 \qquad \text{(II)}$$

(1) V. Torner, *Elementos de Cálculo integral;* ó Sturm, *Cours d'Analyse.*

que valen

$$\left.\begin{aligned} m' &= -\frac{q}{2\mu} + \sqrt{\frac{q^2}{4\mu^2} - \frac{r}{\mu}} \\ m'' &= -\frac{q}{2\mu} - \sqrt{\frac{q^2}{4\mu^2} - \frac{r}{\mu}} \end{aligned}\right\}$$

Para encontrar las dos integrales que figuran en el numerador, apliquemos el método de integración por partes, y se tendrá

$$\int e^{-m't} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} t . dt = -\frac{e^{-m't}}{m'} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} t - \int -\frac{e^{-m't}}{m'} \times$$

$$\times \cos \frac{2\pi}{\tau} . t \times \frac{2\pi}{\tau} . dt = -\frac{e^{-m't} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} t}{m'} + \frac{\frac{2\pi}{\tau}}{m'} \times$$

$$\times \left[\frac{-e^{-m't}}{m'} . \cos \frac{2\pi}{\tau} . t + \int \frac{-e^{-m't}}{m'} \times \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} . t \times \frac{2\pi}{\tau} . dt \right] =$$

$$-\frac{e^{-m't}}{m'} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} . t - \frac{2\pi . e^{-m't}}{\tau . m'^2} . \cos \frac{2\pi}{\tau} . t - \left(\frac{2\pi}{\tau . m'} \right)^2 \times$$

$$\times \int e^{-m't} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} . t . dt;$$

y pasando el último término al primer miembro

$$\int e^{-m't} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} . t . dt \left(1 + \frac{4\pi^2}{\tau^2 . m'^2} \right) = -\frac{e^{-m't}}{m'} . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{\tau} . t -$$

$$-\frac{2\pi . e^{-m't}}{\tau . m'^2} . \cos \frac{2\pi}{\tau} . t;$$

de donde

$$\int e^{-m't}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t.dt=\frac{\tau^2.m'^2}{\tau^2.m'^2+4\pi^2}\left[\frac{-e^{-m't}}{m'}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.-\frac{2\pi.e^{-m't}}{\tau.m'^2}.\cos\frac{2\pi}{\tau}.t\right]=\frac{e^{-m't}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\left[-m'.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.-\frac{2\pi}{\tau}.\cos\frac{2\pi}{\tau}.t\right].$$

De igual modo se tendrá

$$\int e^{-m''t}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.dt=\frac{e^{-m''t}}{m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\left[-m''.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.-\frac{2\pi}{\tau}.\cos\frac{2\pi}{\tau}.t\right].$$

Sustituyendo en el valor de α, será

$$\alpha=\frac{e^{m't}\left[\frac{B}{\mu}\left\{\frac{-e^{-m't}.m'}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\frac{\frac{2\pi}{\tau}.e^{-m't}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}.\cos\frac{2\pi}{\tau}.t\right\}+C'\right]}{m'-m''}-$$

$$-\frac{e^{m''t}\left[\frac{B}{\mu}\left\{\frac{-e^{-m''t}.m''}{m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t-\frac{\frac{2\pi}{\tau}.e^{-m''t}}{m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t\right\}+C''\right]}{m'-m''},$$

que, sacando á $\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t$ y á $\cos\frac{2\pi}{\tau}.t$, factores comunes, se puede escribir

$$\alpha = \frac{B}{\mu(m'-m'')}\left[\left\{\frac{-m'}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}+\frac{m''}{m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\right\}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.\left\{\frac{\frac{2\pi}{\tau}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}-\frac{\frac{2\pi}{\tau}}{m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\right\}\cos\frac{2\pi}{\tau}\,t\right]+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}=$$

$$=\frac{B}{\mu(m'-m'')}\left[\frac{m''.m'^2-m'm''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}(m''-m')}{m'^2.m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left(m'^2+m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.-\frac{\frac{2\pi}{\tau}(m''^2-m'^2)}{m'^2.m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left(m'^2+m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}\cos\frac{2\pi}{\tau}.t\right]+$$

$$+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}=$$

$$=\frac{B}{\mu(m'-m'')\sqrt{m'^2.m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left(m'^2+m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}}\times$$

$$\times\left[\frac{m''.m'^2-m'm''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}(m''-m')}{\sqrt{m'^2.m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left(m'^2+m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t-\right.$$

$$\left.-\frac{\frac{2\pi}{\tau}(m''^2-m'^2)}{\sqrt{m'^2m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\left(m'^2+m''^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}}\cos\frac{2\pi}{\tau}\,t\right]+$$

$$+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}.$$

Sustituyendo en el primer término por m' y m'' sus valores, se obtiene

$$\alpha = \frac{B}{\mu\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}\right)^2+\left(\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}}\left[\frac{\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}\right)^2+\left(\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}}\times\right.$$

$$\left.\times\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}\cdot t-\frac{\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}}{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}\right)^2+\left(\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}\cdot t\right]+$$

$$+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}.$$

La expresión comprendida dentro del corchete puede ponerse bajo la forma $\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}t-\varphi\right)$, en la que se verifique que $\varphi = \operatorname{arc\,tang}\frac{\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}}{\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}} = \frac{\frac{2\pi}{\tau}\cdot q}{r-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\cdot\mu}$, puesto que los coeficientes de $\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t$ y de $\cos\frac{2\pi}{\tau}\cdot t$ son menores que la unidad, la suma de sus cuadrados igual á ella, y el ángulo φ está determinado con la condición de satisfacer siempre á la ecuación resultante

$$\alpha = \frac{B}{\mu\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot\frac{q}{\mu}\right)^2+\left(\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}}\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}\cdot t-\varphi\right)+$$

$$+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}\qquad\text{(III)}.$$

El segundo término del segundo miembro puede escribirse, sustituyendo en vez de m' y m'' sus valores, de este modo

$$\frac{e^{-\frac{q}{2\mu}t}}{2.\sqrt{\frac{q^2}{4\mu^2}-\frac{r}{\mu}}}\left[C'.e^{\sqrt{\frac{q^2}{4\mu^2}-\frac{r}{\mu}}.t}-C''.e^{\left(-\sqrt{\frac{q^2}{4\mu^2}-\frac{r}{\mu}}\right).t}\right],$$

lo cual hace ver que este segundo término, que sería solución de la ecuación diferencial propuesta, si no tuviese segundo miembro, corresponde al movimiento que el sistema móvil, imán ó carrete, tomaría, si la causa agente qne se pretende registrar, en vez de ser una función periódica, obrase de una manera instantánea, dejando después libre al sistema. El movimiento que éste tomará será, pues, el resultante de los dos representados, respectivamente, por cada uno de los términos de la ecuación (III). Para interpretar cuál sea, hay que distinguir tres casos, según que las raíces m' y m'' sean reales y desiguales, imaginarias, ó reales é iguales.

Primer caso. *Raíces reales y desiguales:*

$$\frac{q^2}{4\mu^2}-\frac{r}{\mu}=\delta^2>0;\ m'<0;\ m''<0;\ m'<m''$$

en valor absoluto.

Llamando β al exponente $\frac{q}{2\mu}$, se tiene

$$\alpha=\frac{B}{\mu\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau}.\frac{q}{\mu}\right)^2+\left(\frac{r}{\mu}-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}}.\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}t-\varphi\right)+$$

$$+\frac{e^{-\beta t}}{2.\delta}\left[C'.e^{\delta t}-C''.e^{-\delta t}\right].$$

El primer término del segundo miembro representa un movimiento sinusoidal del mismo período τ de la fuerza electromotriz ó corriente que se quiere registrar, pero asinfásico con ella, puesto que tiene un retraso angular

$$\varphi = \text{arc tang} \frac{\frac{2\pi}{\tau} \cdot q}{r - \frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot \mu},$$

que puede escribirse también, en virtud de las notaciones convenidas, de este modo:

$$\varphi = \text{arc tang} \frac{\frac{2\pi}{\tau} \cdot 2\mu\delta}{r - \frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot \mu} = \frac{\frac{2\pi}{\tau} \cdot 2\delta}{\frac{r}{\mu} - \frac{4\pi^2}{\tau^2}}.$$

Este retraso será mayor ó menor que $\frac{\pi}{2}$, ó, en tiempo, un cuarto de período, según que r sea menor ó mayor que $\frac{4\pi^2}{\tau^2} \cdot \mu$.

El segundo término puede ponerse bajo la forma

$$\frac{1}{2\delta \cdot e^{\delta t}} \left[C' \cdot e^{\delta t} - C'' \cdot \frac{1}{e^{\delta t}} \right],$$

lo cual hace ver que este valor varía de un modo continuo con t, siendo siempre positivo hasta anularse, teóricamente para $t = \infty$, prácticamente cuando ha transcurrido un cierto tiempo, distinto según el valor del amortiguamiento δ. Para comprobarlo, demos á t el valor o, y este segundo término se convertirá, evidentemente, en

$$\frac{1}{2\delta} (C' - C'') = 0, \text{ que da } C' = C''.$$

La desviación propia del sistema móvil podrá, según esto, representarse por una curva C (fig. 1.ª) que, partiendo del origen, se eleva hasta que su ordenada alcanza el valor máximo,

que es fácil, por derivación de dicha expresión, determinar para el tiempo

$$t = \frac{1}{2\delta} \cdot \log_e \frac{6 + \delta}{6 - \delta};$$

y desciende, después, más ó menos rápidamente, según sea mayor ó menor el amortiguamiento 6, hacia el eje de los tiempos.

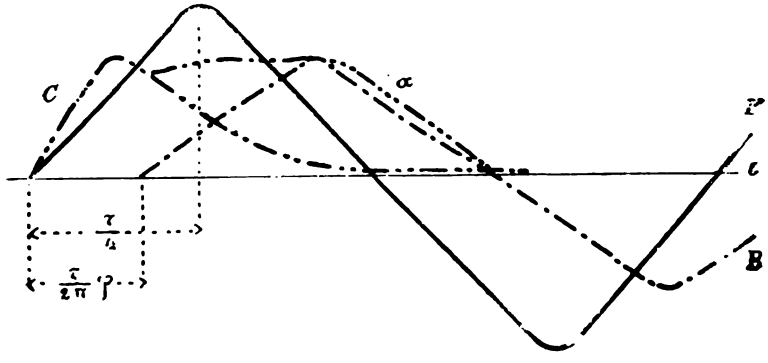


Figura 1.ª

En la figura 1.ª, F representa la función, fuerza electromotriz ó corriente agente que se aplica al sistema móvil; B, la curva del movimiento debido á esta acción, si no obrasen otras sobre el sistema; y C el movimiento libre de aquél, es decir, el que tomaría el móvil si, separado de su posición de equilibrio, dejase de obrar sobre él, en el acto, la causa perturbadora. Se ve claramente que para un cierto valor del amortiguamiento, el movimiento estaría representado, al cabo de pocos momentos de iniciarse, por la curva B, sinusoide retrasada con respecto á F, en tiempo, la cantidad $\frac{\tau}{2\pi} \cdot \varphi$. Para que esta línea sea representación exacta de la función F, en cada momento, será necesario que coincida en fase con ella lo más completamente posible: una relación entre las amplitudes de ambas, fácil de hallar tomando con un instrumento de medida el valor eficaz de F, daría entonces á conocer todas las circunstancias de esta

función. Mas, para que el retraso sea pequeño, es necesario que lo sea la función que da el valor de

$$\varphi = \text{arc tang}\frac{\frac{2\pi}{\tau}\cdot q}{r - \frac{4\pi^2}{\tau^2}\cdot\mu},$$

y para esto, como se ve, que q, que no puede ser excesivamente reducido para que las ordenadas de la curva C sean prácticamente nulas al cabo de poco tiempo, *no tenga*, sin embargo, *un valor demasiado grande; que lo sea* r, acción que llamamos, al principio, resistente, de tensión del hilo de suspensión, que debería ser grueso, ó la directriz de un campo magnético, que habría de ser intenso, si éste es el medio empleado para dar al sistema móvil su posición normal durante el reposo; y, además, que *el momento de inercia de aquél sea muy pequeño.*

En lo que va expuesto hemos admitido que la acción F es nula en el origen de tiempos que se ha tomado para apreciar el movimiento: podría aplicarse aquélla al aparato en cualquier instante, y fácil sería modificar las fórmulas deducidas para tener en cuenta esta circunstancia.

Segundo caso.— *Raíces m' y m'' imaginarias:*

$$\frac{q^2}{4\mu^2} - \frac{r}{\mu} = \delta^2 < 0.$$

El segundo término de la ecuación (II), que da el valor de α, puede escribirse

$$M = \frac{e^{-\delta t}}{m' - m''}\left[C'.e^{\delta t} - C''.e^{-\delta t}\right] = \frac{e^{-\delta t}}{m' - m''}\left[C'.e^{t.\sqrt{-1}.h} - \right.$$

$$\left. - C''.e^{-t.\sqrt{-1}.h}\right] = \frac{e^{-\delta t}}{m' - m''}\left[C'(\cos t.\sqrt{h} + \sqrt{-1}.\text{sen}\, t.\sqrt{h}) - \right.$$

$$\left. - C''(\cos t.\sqrt{h} - \sqrt{-1}.\text{sen}\, t.\sqrt{h})\right] = \frac{e^{-\delta t}}{m' - m''}\left[(C - C'')\cos t.\sqrt{h} + \right.$$

$$\left. + (C' + C'')\sqrt{-1}.\text{sen}\, t.\sqrt{h}\right] = \frac{e^{-\delta t}}{m' - m''}[D\cos(t.\rho) + N\,\text{sen}\,(t.\rho)],$$

designando por D y N, respectivamente, las expresiones $(C' - C'')$ y $(C' + C'')$, y por ρ el radical $\sqrt{\frac{r}{\mu} - \frac{q^2}{4\mu^2}}$.

Para $t = 0$, el valor anterior se convierte en

$$0 = 1 . [D . 1 + 0] = D,$$

que da $C' = C''$, y queda $M = \frac{e^{-\beta t}}{m' - m''} [N . \text{sen} t\rho]$; que para valores crecientes de t es, unas veces positiva, y otras negativa, según el signo del seno, y al mismo tiempo decreciente, por entrar $e^{\beta t}$ en el denominador. El movimiento libre del sistema será, en este caso, oscilatorio, ó *periódico*, de amplitud decreciente. Para determinar la duración de las oscilaciones, fíjese la atención en que la velocidad angular

$$\frac{dM}{dt} = \frac{e^{-\beta t}}{m' - m''} [N\rho . \cos(t\rho) - \beta N . \text{sen}(t\rho)]$$

se anula para $N\rho \cos(t\rho) = N\beta \,\text{sen}(t\rho)$, ó para $\text{tang}(t\rho) = \frac{\rho}{\beta}$, que da $\text{sen}(t\rho) = \frac{\rho}{\sqrt{\beta^2 + \rho^2}}$. La primera desviación terminará en el instante $t_1 = \frac{1}{\rho} . \text{arc tang} \frac{\rho}{\beta}$, y valdrá

$$M_1 = \frac{N}{m' - m''} \cdot \frac{\rho}{\sqrt{\beta^2 + \rho^2}} \cdot e^{-\frac{\beta}{\rho} \cdot \text{arc tang} \frac{\rho}{\beta}}$$

La velocidad se anula también cuando $\text{tg}(t_2 . \rho) = \text{tg}(\pi + t_1 \rho)$, ó, lo que es lo mismo, para $t_2 = \frac{\pi}{\rho} + t_1$, y, en general, para $t_n = \frac{\pi}{\rho} (n - 1) + t_1$. La enésima semioscilación valdrá

$$M_n = \frac{e^{-6t_n}}{m'-m''} . N . \operatorname{sen}(\pi(n-1) + t_1 . \rho) =$$

$$= \frac{e^{-6t_n}}{m'-m''} N . \operatorname{sen}(t_1 . \rho) = e^{-6 . \frac{\pi}{\rho}(n-1)} \times M_1 .$$

Luego la duración de una semioscilación valdrá $\frac{\pi}{\rho}$, y serán todas isócronas. El período $T = \frac{2\pi}{\rho} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{r}{\mu} - \frac{q^2}{4\mu^2}}}$.

Puesto que

$$M_n = \frac{N}{m'-m''} . \operatorname{sen}(t_1 \rho) . e^{-6t_n} \text{ y } M_{n-1} = \frac{N}{m'-m''} . \operatorname{sen}(t_1 \rho) . e^{-6t_{n-1}},$$

resulta que las amplitudes decrecen como los términos de una progresión geométrica, cuya razón es

$$e^{-6(t_n - t_{n-1})} = e^{-6 . \frac{T}{2}} .$$

Según esto, el valor de α será

$$\alpha = \frac{B}{\mu \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\tau} . \frac{q}{\mu}\right)^2 + \left(\frac{r}{\mu} - \frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}} . \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau} t - \varphi\right) +$$

$$+ \frac{e^{-\frac{q}{2\mu} . t}}{2 . \frac{2\pi}{T}} [C' + C''] . \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} . t;$$

en cuya fórmula,

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg} \frac{\frac{2\pi}{\tau} . q}{r - \frac{4\pi^2}{\tau^2} . \mu} = \operatorname{arc\,tang} \frac{\frac{4\pi 6}{\tau}}{\frac{r}{\mu} - \frac{4\pi^2}{\tau^2}}; \text{ y } T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{r}{\mu} - \frac{q^2}{4\mu^2}}},$$

como se acaba de deducir.

De aquí resulta que

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\frac{r}{\mu} - \beta^2}\ ;\ \frac{r}{\mu} = \frac{4\pi^2}{T^2} + \beta^2;\ \text{y}$$

$$\varphi = \text{arc tang} \frac{2\beta \,.\, 2\pi}{\beta^2 + 4\pi^2 \left(\frac{1}{T^2} - \frac{1}{\tau^2} \right)}.$$

El movimiento resultará de la composición de los que corresponden á cada uno de los términos del valor de α, que aparecen representados por las curvas B y M de la figura 2.ª,

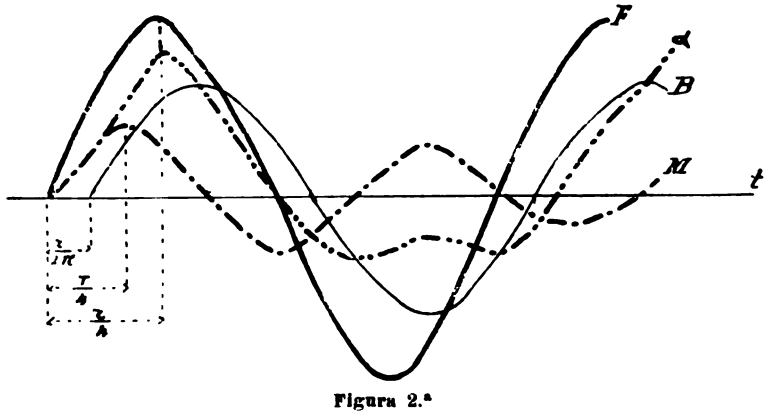


Figura 2.ª

trazada en el supuesto de que el período T del movimiento oscilatorio del sistema libre sea menor que el τ de la función agente. Como en el caso anterior, convendrá que la curva B sea sinfásica con F, y para esto que el retraso φ sea lo menor posible, á cuyo efecto, como τ es en la práctica muy pequeño, será necesario que $\frac{r}{\mu}$ sea grande relativamente á $\frac{q}{2\mu} = \beta$; en otros términos, *para un cierto valor del amortiguamiento deberá ser grande el par director y pequeño el momento de inercia del sistema móvil.*

(Continuará.)

VI.—Nuevos estudios acerca de la fosforescencia de algunos sulfuros metálicos.

Por José Rodríguez Mourelo.

Mientras practicaba los experimentos relativos á los modos de obtener los sulfuros fosforescentes de bario, calcio y estroncio, que en otras publicaciones he relatado (1), se conseguían en el laboratorio del profesor Moissan, empleando su horno eléctrico, cristales definidos de los monosulfuros puros de algunos metales alcalino-terrosos Ba S, Sr S, Ca S. No disponía

(1) Véanse: *Recherches sur le sulfure de strontium et méthode pour l'obtenir très phosphorescent.*— Comptes Rendus de l'Academie des Sciences de Paris, t. 124, pág. 1.024.—10 de Mayo de 1897.

La phosphorescence du sulfure de strontium.—Comptes Rendus, t. 124, pág. 1.237.—31 de Mayo de 1897.

La couleur de la phosphorescence du sulfure de strontium. — Comptes Rendus, t. 124, pág. 1.521.—28 de Junio de 1897.

Sur la stabilité du sulfure de strontium phosphorescent.— Comptes Rendus, t. 125, pág. 462.—16 de Septiembre de 1897.

Sur l'obtention du sulfure de strontium au moyen du gaz sulfhidrique et de la strontiane ou du carbonate de strontium. Influence de la temperature.—Comptes Rendus, t. 125, pág. 775.—15 de Noviembre de 1897.

Sur la durée du pouvoir phosphorescent du sulfure de strontium. —Comptes Rendus, t. 125, pág. 1.098.—20 de Diciembre de 1897.

Sur la decomposition de l'hyposulfite et du sulfite de strontium par la chaleur et la production du sulfure stroncique phosphorescent.—Comptes Rendus, t. 126, pág. 420.—31 de Enero de 1898.

Sur les proprietés du sulfure de strontium phosphorescent. — Comptes Rendus, t. 126, pág. 904.—21 de Marzo de 1898.

Sur les melanges phosphorescents formés par le sulfure de strontium.—Comptes Rendus, t. 126, pág. 1.508.—23 de Mayo de 1898.

Sur la composition des sulfures de strontium phosphorescents (1 Note).—Comptes Rendus, t. 127, pág. 229.—25 de Julio de 1898.

Sur la composition des sulfures de strontium phosphorescents

medios de alcanzar tan elevadas temperaturas, y las empleadas en mis investigaciones no han sido suficientes, aun prolongando su acción por muchas horas, para que, aplicadas á las mezclas fosforescentes, afectasen éstas formas geométricas determinadas; cuantas he preparado, y su número es considerable, habiendo gran variedad de ellas, son cuerpos amorfos, al punto de que, ni apelando al microscopio, se distinguen siquiera rudimentos de forma ó, á lo menos, de estructura cristalina; nada hay que á tal cosa se asemeje, y hasta parece incompatible con la fosforescencia en los casos particulares que detenidamente he examinado.

En general, la masa extraída de los crisoles tiene aspecto de escoria bastante compacta y unida; poco resistente á la acción del martillo, es áspera al tacto, presentando estructura parti-

---

(2 Note).—Comptes Rendus, t. 127, pág. 372.—22 de Agosto de 1898.

Sur le sulfure de strontium phosphorescent preparé au moyen du carbonate de strontium et la vapeur de soufre.—Comptes Rendus, t. 128, pág. 427.—13 de Febrero de 1899.

Sur la phosphorescence du sulfure de strontium.—Comptes Rendus, t. 128, pág. 557.—27 de Febrero de 1899.

Sur l'activité du manganèse par rapport à la phosphorescence du sulfure de strontium.—Comptes Rendus, t. 128, pág. 1.239.—15 de Mayo de 1899.

Nouvelles recherches sur l'activité du manganèse par rapport à la phosphorescence du sulfure de strontium.—Comptes Rendus, t. 129, pág. 1.236.—26 de Diciembre de 1899.

Influencia del sulfato de uranio en la fosforescencia del sulfuro de estroncio.—Sesión inaugural de la Sección de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales del Ateneo de Madrid el día 19 de Noviembre de 1901.

Mis experimentos acerca de la fosforescencia.—Revista *Nuestro Tiempo*, núm. 12 del año 1.º—Madrid, Diciembre de 1901.

Condiciones de formación del sulfuro de bario fosforescente.—Anales de la Sociedad Española de Física y Química, t. 1, página 35.—1903.

Métodos de obtención del sulfuro de bario fosforescente.—Anales de la Sociedad Española de Física y Química, t. 1, página 71.—1903.

Cambio de color de un sulfuro de calcio fosforescente.—Anales de la Sociedad Española de Física y Química, t. 1, pág. 346.—1903.

cular granujienta. Dijérase formada ó constituída mediante agregación de menudísimos gránulos redondeados y desiguales, cuya adherencia es tanto mayor cuanto ha sido más elevada la temperatura á que se ha producido el sulfuro: dentro de los límites á cada uno asignados, y siempre que á las primeras materias destinadas á reaccionar se añaden carbonato y cloruro de sodio, la adherencia de los gránulos es mayor, y en ocasiones la masa adquiere determinado brillo y está como protegida por una suerte de barniz que la perserva grandemente de la oxidación superficial que el prolongado contacto del aire pudiera ocasionar.

Relaciónase de modo directo el estado de agregación física de los sulfuros con su propiedad luminescente característica, y en su intensidad, sobre todo, influye no poco, conforme lo demuestran muchos hechos observados y numerosos experimentos que para comprobarlo he practicado: de ellos citaré primeramente el que juzgo decisivo y considero mejor ejemplo de la influencia dicha, cuya importancia es capital respecto de muchos casos de fosforescencia.

Se trata de un sulfuro de bario obtenido, unas veces mediante la acción del vapor de azufre sobre la barita cáustica, y otras veces actuando el ácido sulfhídrico con el carbonato de bario, operando siempre á elevada temperatura; resulta un cuerpo desprovisto de fosforescencia y pulverulento, el cual, de nuevo calentado al rojo vivo, no sólo adquiere la propiedad de que se trata, sino también la peculiar estructura granujienta de los sulfuros fosforescentes. Paréceme condición necesaria en el fenómeno de la luminescencia semejante estado de agregación física; á lo menos, ninguno de los sulfuros de bario, estroncio y calcio que he obtenido deja de tenerla, y aun aquellos cuya fosforescencia es de la mayor intensidad y los más excitables por la luz, si no pierden estas cualidades pulverizándolos finamente, evitando al hacerlo el contacto del aire todo lo posible, se aminoran de modo notable y sólo recobran aquella excelencia calentándolos de nuevo y en crisol cerrado durante tres horas á la temperatura del rojo vivo, pasado cuyo tiempo, y seguido lento enfriamiento, de nuevo aparecen agregados como al prin-

cipio; su estructura es granuda, y el aspecto escoriforme. Aparte de las acciones químicas que pueden ocasionar el carbonato y el cloruro de sodio, que en mis experimentos mezclaba en leves proporciones con los carbonatos de bario, estroncio ó calcio y el azufre, destinados á reaccionar, produciendo los correspondientes sulfuros fosforescentes, contribuyen no poco, en particular el cloruro, á la estructura de que se trata, y esto explica, en cierto modo, la mayor intensidad de la fosforescencia en los productos así impurificados.

Por ventura es este fenómeno de suyo bastante complicado y difícil de explicar, determinándolo al cabo el conjunto de las propiedades de los cuerpos que lo presentan. Que, á lo menos en parte, depende de su particular estructura, es punto esclarecido; en cuanto la fosforescencia, se extingue unas veces y siempre se aminora en cuanto el estado de agregación se modifica ó destruye en la manera que es dicha, aunque en el hecho sea parte lo que á la rapidez de la oxidación de los cuerpos susceptibles de ella pueda favorecer el pulverizarlos, aumentando así su superficie.

No es único el hecho que estudio; porque del estado físico del carbón depende su propiedad descolorante, conócense las influencias del mismo en el platino, el níquel y cuantas substancias ejercen oficios de catalizadores, y, conforme la estructura especial del negro de humo es parte importante en el fenómeno de la absorción del calor que tal cuerpo presenta, así la estructura granujienta es parte en el fenómeno de la absorción de los rayos luminosos por los sulfuros fosforescentes de los metales alcalino-terrosos. Acaso á la misma estructura granujienta deba atribuirse otra propiedad importante, que será objeto de mayores desarrollos, es á saber: todo sulfuro fosforescente manifiesta su aptitud para almacenar luz con sólo haber sido excitado una vez; conservándolo privado del contacto del aire, á las siguientes veces necesita mucho menos tiempo de exposición luminosa para brillar en la obscuridad. No creo aventurado el admitir que los cuerpos en cuestión retienen algo de la luz absorbida, y por virtud de esta especie de *carga residuo* se excitan luego con mayor facilidad, bastando, en mu-

chos casos, los rayos obscuros, muy calientes, para provocar la fosforescencia; y que en ello influye la estructura del cuerpo, está demostrado en numerosos, directos y terminantes experimentos cuidadosamente practicados.

Un sulfuro de bario granudo fué excitado exponiéndolo á la luz directa, sin insolación, durante un minuto; llevado á la obscuridad, presentaba la más intensa fosforescencia del color amarillo propio del oro; el sulfuro había sido obtenido por reacción del azufre sobre el carbonato de bario, impurificado con carbonato y cloruro de sodio, haciendo de materia activa el subnitrato de bismuto, conforme á mi procedimiento. Encerrado en un frasco de vidrio, todavía, al cabo de seis años, conserva la propiedad luminescente: de este mismo sulfuro, luego de excitado una vez, se han tomado dos porciones iguales, de cinco gramos cada una; la primera se pulverizó finamente, evitando con el mayor cuidado el acceso del aire, y dejáronse las dos en la obscuridad completa hasta la extinción total de la fosforescencia, sólo alcanzada cuando fueron pasadas cinco horas.

Dispusiéronse, sin salir de la cámara obscura, dos láminas de hierro, calentadas con mecheros Bunsen, y antes que llegase el enrojecimiento se echó sobre cada una de ellas uno de los sulfuros: el granujiento, al punto comenzó á lucir; el pulverizado presentaba debilísima, casi imperceptible fosforescencia, de color indefinible. Calentado por tres horas en tubo de porcelana, al rojo vivo, y en una corriente lenta de nitrógeno seco, recobró á la vez su actividad y la estructura granujienta bastante marcada. Muchas veces repetido el hecho, siempre con iguales resultados, demuestra, en mi sentir, la influencia del estado de agregación física en la fosforescencia, cuando menos dentro de los indicados límites, y no vale invocar la oxidación del sulfuro pulverizado, porque en ninguno de los numerosos ensayos practicados me ha sido posible apreciar en peso las diferencias de sulfato contenidas en las mezclas tratadas de la manera que es dicha. Ha de entenderse que no se atribuye la fosforescencia exclusivamente á la estructura granujienta de los cuerpos dotados de la propiedad de almacenar luz, aunque se considera esencial en el fenómeno, y acaso más todavía para conservar,

reteniendo lo que he llamado *carga residuo*, la capacidad de absorber luz, propia de los cuerpos estudiados. Es, de consiguiente, una condición de la fosforescencia, pero no la única, ni siquiera la más importante.

Juzgo que son dos las causas productoras de los agregados amorfos y granujientos, tantas veces nombrados: la temperatura y las materias añadidas en calidad de cuerpos activos ó de substancias destinadas á favorecer el desarrollo de la fosforescencia, y respecto de ello se han practicado algunos experimentos. Siempre que se ha producido un sulfuro de bario, estroncio ó calcio, á temperatura relativamente poco elevada, no resultaba fosforescente, y era menester someterlo de nuevo á las acciones del rojo vivo para hacerle adquirir semejante propiedad. Tratábase en el primer caso de una substancia pulverulenta, en el segundo de una masa granuda, y es suficiente recordar los métodos de obtención, especialmente los consistentes en hacer actuar el vapor de azufre ó el gas sulfhídrico sobre barita, estronciana, cal ó los carbonatos correspondientes, para reconocer las influencias de la temperatura en la estructura de la mezcla fosforescente. Acaso ésta se halla también determinada por las propias modificaciones químicas, siendo, en cierto modo, consecuencia de la formación de las cortas cantidades de sulfato presentes en todos los sulfuros y ocasionadas por las inevitables acciones del oxígeno atmosférico, que el calor necesario para la reacción principal excita y auxilia.

Aparecen menos claras las influencias de las impurezas ó materias agregadas, según los distintos procedimientos. Teniendo en cuenta las modificaciones químicas que experimenta el carbonato de sodio, compréndese cómo necesariamente han de influir en las propiedades del producto resultante, y, por consiguiente, en su peculiar estructura. Respecto del cloruro de sodio, es menester considerar lo leve de sus alteraciones, ya que la cantidad hallada en el análisis de los sulfuros es bien poco menor de la que al carbonato primitivo se añadiera; pero ha de tenerse presente asimismo la volatilidad del cloruro de sodio al rojo vivo; de suerte que en una atmósfera que contiene su vapor se forma el sulfuro, adquiriendo la propiedad

de almacenar luz, sin que el dicho vapor pueda ser eliminado por efectuarse las operaciones en crisoles bien tapados. Tengo observado que una cantidad de cloruro de sodio, cuyo límite superior me han hecho fijar los experimentos $0^{gr},5$ como más conveniente por cada cien gramos de óxido ó carbonato de bario, estroncio ó calcio, no sólo es eficaz en cuanto al aumento de la fosforescencia y excitabilidad de los sulfuros, sino que contribuye á que afecten mejor definida la estructura granujienta, y quizá sea ésta la principal función del cloruro de sodio, aparte de hacer menos alterables, en contacto del aire, aquellos que lo contienen. No hallo otra explicación plausible á sus influencias singulares en un fenómeno de suyo complejo: por substancia activa respecto de la intensidad de la luminescencia es imposible tener el cloruro de sodio, en cuanto he obtenido sulfuros de bario, estroncio y calcio, á los cuales impurificaba, que ni fosforescían ni eran granujientos, y sólo adquirían tales caracteres calentándolos, al igual de otros, al rojo vivo por tres horas consecutivas.

Fácilmente se alteran en presencia del aire, y mejor estando húmedo, los sulfuros fosforescentes de bario, estroncio y calcio; su transformación total en productos oxidados sólo se logra pasado mucho tiempo. He dejado algunos de ellos abandonados hasta diez meses á las acciones atmosféricas; su color blanco agrisado muy claro cambiaba, pasando al amarillo verdoso; disgregábanse hasta convertirse en polvo, adquiriendo marcada reacción alcalina; y cuando pensaba recoger mezclas de hidratos, carbonatos y sulfatos, hallaba masas que desprendían olor sulfhídrico, atacables por los ácidos con desprendimiento de este gas, dejando gran residuo de sulfato, pero sin haber perdido enteramente la propiedad fosforescente, en cuanto la presentaban en extremo debilitada, necesitando para manifestarla larga exposición á la luz directa: tan pequeña es entonces la intensidad de la fosforescencia, que no se distingue con claridad su color particular.

Queriendo observar la descomposición de los sulfuros que he preparado siguiendo diversos procedimientos, dispuse tubos de vidrio de 50 centímetros de longitud y diámetro inte-

rior de 3 centímetros, abiertos por sus dos extremidades para facilitar el acceso del aire; en cada tubo se introdujeron cinco gramos de cada sulfuro, y así fueron expuestos á los rayos solares directos por tres horas consecutivas. Practicáronse los experimentos durante lo más fuerte del estío de 1897, cuando el termómetro marcaba al sol la temperatura de 45° centesimales: los resultados de tan enérgica insolación con completo acceso del aire variaron algo, y están relacionados con los modos de preparación y composición de las mezclas fosforescentes, siempre ensayadas en fragmentos y nunca en polvo fino, que entonces son por todo extremo alterables y fácilmente descomponibles. Aquí pongo, á guisa de ejemplo, lo conseguido respecto del sulfuro de bario, y cuanto del mismo diga es aplicable, en términos generales, á los de estroncio y calcio, y lo elijo atendiendo á ser sus propiedades individuales menos conocidas, y eso que quizá en él se han descubierto primero los fenómenos de fosforescencia.

Con el sulfuro de bario procedente de reducir el sulfato por el carbón nótase intenso desprendimiento de gas sulfhídrico, aminora la fosforescencia, aunque no gran cosa si el sulfato empleado contenía álcalis y cloruro de sodio, y la composición química varía tan poco, que el producto sólo llega á contener, á lo sumo, 4,32 por 100 de sulfato de bario.

Bien distinto es lo acontecido al sulfuro de bario procedente de las acciones del vapor de azufre ó del ácido sulfhídrico sobre el óxido ó el carbonato báricos, á la temperatura del rojo vivo. Aquí son más rápidas las alteraciones; el aire circulante en el tubo de vidrio se satura de gas sulfhídrico; disgrégase la masa aumentando de volumen; la intensidad de la fosforescencia disminuye de modo notable, y la cantidad de sulfuro de bario formado alcanza hasta el 12 por 100. He observado, como en el caso anterior, que las impurezas antes citadas, si no impiden completamente la oxidación, la dificultan sobremanera, y cuantos sulfuros las contienen gozan de mayores resistencias.

Ya se alteran algo menos los productos fosforescentes de la descomposición total del sulfito y del hiposulfito de bario en

las condiciones de los experimentos practicados; porque, si bien desprenden gas sulfhídrico y las cantidades de sulfato de bario en ellos contenidas pueden aumentar de 1,50 á 2 por 100, conservan el mismo grado de excitabilidad, y la intensidad de la fosforescencia disminuye poco.

Obsérvanse todavía menores alteraciones en el sulfuro de bario resultante de la acción del azufre sobre el carbonato de bario, adrede impurificado con 2 por 100 de carbonato de sodio y 0,5 de cloruro de sodio por cien gramos, operando con mezcla muy íntima y homogénea á la temperatura del blanco. Apenas se nota desprendimiento de gas sulfhídrico; no hay cambio apreciable en la cantidad de sulfato ni en la intensidad de la fosforescencia. He necesitado más largo tratamiento, prolongar y repetir cuatro días consecutivos la fuerte insolación al aire, para ver iniciarse y continuar la alteración de este sulfuro de bario; pero, una vez comenzada, continúa y á los sucesivos ó irregulares incrementos de las proporciones de sulfato de bario corresponden pérdidas de la intensidad de la fosforescencia y cambios en los modos de producirse.

Hállase la explicación satisfactoria de semejantes hechos, y es de esta manera, á mi entender: motivan la resistencia para las descomposiciones las impurezas y substancias calificadas de materias activas, desempeñando en ello función principal el cloruro de sodio. Efectivamente, al repartirse, fundido ó volatilizado, en la masa fosforescente, recubre los gránulos que la constituyen con una especie de barniz bien notado después del enfriamiento, el cual impide las oxidaciones rápidas, evitando el contacto directo del aire; mis investigaciones permiten asegurar que así acontece, porque las mezclas fosforescentes, exentas de compuestos alcalinos, y sobre todo de cloruro de sodio, son las que más pronto y con mayor intensidad se alteran, y de aquí el doble papel de esta substancia, contribuyendo á la fosforescencia y dando condiciones de estabilidad á las masas luminescentes. Prueba de ello es también que la pulverización y abandono al aire de los sulfuros, poco alterables de otra manera, es causa de rápidas descomposiciones. Además, queriendo probar directamente las influencias del cloruro de so-

dio, he practicado el siguiente decisivo experimento: á cien gramos de un sulfuro de estroncio que no lo contenía y hallábase por otros medios dotado de intensa fosforescencia, siendo en grado sumo alterable en contacto del aire, agregué dos gramos de cloruro de sodio fundido; pulverizada y hecha la mezcla, muy homogénea, fué calentada en crisol de barro sólo dos horas al rojo vivo; el producto resultante era fosforescente, por más que la intensidad había disminuído respecto de la que ofrecía el primitivo sulfuro de estroncio; en cambio adquiriera gran resistencia tocante á las acciones del aire, por causa del barniz protector de cloruro de sodio adherido á sus partículas. Aminorando la cantidad, se logran menores disminuciones en la intensidad de la fosforescencia, cuyo color nada cambia.

Influencias de distinto género son las ejercidas por otros agentes que he ensayado, respecto de la estabilidad de los sulfuros fosforescentes de bario, estroncio y calcio: suelo operar de continuo con diez gramos de cada uno, colocados en una navecilla de porcelana, y ésta dentro de un tubo de la misma materia, dispuesto para ser calentado. A la temperatura del rojo, y en corriente lenta de aire muy seco, la alteración es insignificante y nula completamente operando, de igual manera, con gases inertes, como el nitrógeno, asimismo desecados; el anhídrido carbónico, en las propias condiciones de sequedad y pureza, tampoco los altera gran cosa; prolongando la duración de la corriente largo tiempo, he comprobado en el producto resultante la existencia de la barita, la estronciana ó la cal, conforme á la naturaleza de los sulfuros ensayados, que comunicaban al agua franca reacción alcalina. Húmedos los citados gases, y sobre todo el vapor de agua, causan inmediatamente la descomposición, despréndese abundante gas sulfhídrico, es considerable el aumento del volumen de la masa, y á la postre sólo quedan los correspondientes hidratos de bario, estroncio ó calcio, ó los óxidos en el caso de haber operado á temperatura muy elevada y largo tiempo sostenida. Sólo en la velocidad de la descomposición difieren tales acciones de las provocadas á la temperatura ordinaria por los mismos gases húmedos, y de

todas suertes forman como un lazo de unión entre los sulfuros en que me ocupo y los monosulfuros alcalinos.

Vale citar el caso de que los primeros son descomponibles regularmente en contacto del agua, y esto se aplica para obtener puro el gas sulfhídrico.

Aun cuando tratase de cuerpos bastante inestables, no es difícil el conservarlos muchos años; la sola precaución consiste en guardarlos en tubos cerrados ó en frascos de tapón esmerilado y parafinado. Duran entonces por tiempo indefinido, permaneciendo en ellos, sin pérdida de intensidad, la cualidad de fosforecer, cuyo desarrrollo exige precisamente que hayan experimentado incipientes oxidaciones.

(Laboratorio de la Escuela Superior de Artes é Industrias de Madrid.)

VII.—Sobre coordenadas proyectivas.

Por M. Vegas.

1. Puesto que tres elementos, A, B y C, de una figura de primera categoría determinan otro elemento P, tal que la razón doble $(ABCP)$ sea igual á un número dado x, se toma este número como representante del punto P, ó sea, como abscisa del mismo.

Si se trata de una serie rectilínea ó de un haz de rayos paralelos, en el sistema de las abscisas expuesto están comprendidos los que determinan el elemento P por su distancia á otro B, por la inversa de esta distancia ó por la razón de las distancias que los separan de otros dos B y A, según que el elemento del infinito de dicha figura se confunda con el A, con el B ó con el C.

En los haces, propiamente tales, se presentan como casos

particulares del sistema de abscisas antes citado, el que determina un rayo P por la razón de los senos de los ángulos que forma con otros dos B y A, ó por la tangente del que forma con uno B.

En todos estos sistemas entre las abscisas x y x' de los elementos homólogos de dos figuras proyectivas existe una relación de la forma

$$Axx' + Bx + Cx' + D = 0$$

á condición de que los productos $B.C$ y $A.D$ no sean iguales.

2. Como en una figura de segunda categoría existen elementos de dos clases (puntos y rectas en las planas, rectas y planos en las radiadas), existen dos clases de sistemas de coordenadas.

Los diferentes puntos de un plano, no situados en la recta que une dos de ellos 0_1 y 0_2, pueden considerarse como intersecciones de los rayos de dos haces de rectas de vértices 0_1 y 0_2, y las coordenadas x é y de uno P de dichos puntos son las abscisas de los rayos 0_1P y 0_2P en su haz respectivo.

Una línea está, pues, representada por una ecuación

$$f(x, y) = o$$

y recíprocamente. Si se trata de una línea recta que pasa por uno 0_1 de los vértices de los dos haces generadores de la figura plana, la ecuación que la representa es $x = a$; y si dicha recta no pasa por ninguno de dichos vértices, como los haces de rectas que proyectan sus puntos desde los 0_1 y 0_2 son perspectivos, la ecuación que la representa es de la forma

$$Dxy + Ax + By + C = 0,$$

con la condición $Dmn + Am + Bn + C = o$, que expresa que las abscisas m y n del rayo $0_1 0_2$, común á aquellos haces, verifican la ecuación, condición que se reduce á la $D = o$ cuando m y n son infinitas.

Por consiguiente, en todos los sistemas de coordenadas en los que sean infinitas las abscisas del rayo $0_1 0_2$, común á los haces de rectas generadores del plano, una recta está representada por una ecuación lineal y recíprocamente.

Los casos particulares más importantes de este sistema de coordenadas son aquellos en los cuales uno ó dos de los vértices del triángulo $00_1 0_2$, formado por el rayo común á los haces generadores del plano y por los rayos 00_1 y 00_2 que tienen nula su abscisa en el haz respectivo, se sustituyan por direcciones. Estos rayos se llaman ejes coordenados, y cuando los haces 0_1 y 0_2 son de rayos paralelos se obtiene el sistema cartesiano.

3. Empleando consideraciones correlativas con las anteriores, se deduce que dos series rectilíneas de un plano determinan las diferentes rectas del mismo, cada una de las cuales se representa algébricamente por las abscisas u y v de los puntos de dichas series situados en esta recta, abscisas que son las coordenadas tangenciales de la misma.

Una ecuación $f(a, v) = o$ representa el haz de las tangentes á una curva, y recíprocamente; y si esta curva se reduce á un punto, la ecuación que lo representa es bilineal

$$Duv + Au + Bv + C = o$$

en el caso general, pero se convierte en lineal

$$Au + Bv + C = o$$

cuando el punto 0, común á las dos series generadoras del plano, tiene infinita su abscisa en ambas series.

Suponiendo que uno ó dos de los vértices del triángulo $00_1 0_2$, formado por aquel punto 0 y por los 0_1 y 0_2, que tienen nula su abscisa respectiva u y v, se sustituyen por direcciones, se obtienen los casos particulares más importantes de coordenadas tangenciales planas, entre los cuales se encuentran el de Plücker cuando los puntos 0_1 y 0_2 son puntos del infinito, y el de coordenadas paralelas de Ocagne cuando sólo es punto del infinito el 0.

4. Consideraciones análogas á las hechas en los dos párrafos anteriores permiten determinar:

Las rectas de una radiación por dos haces de planos de la misma, y las abscisas x é y de dos de estos planos, son las coordenadas de su recta de intersección.

Una ecuación $f(x, y) = o$ representa el conjunto de las generatrices de una superficie cónica, y recíprocamente; y cuando esta superficie se reduce á un plano, aquella ecuación es lineal si son infinitas las abscisas x é y

Los planos de una radiación por dos haces de rectas de la misma, y las abscisas u y v de dos de estas rectas, son las coordenadas tangenciales del plano que las contiene.

Una ecuación $f(u, v) = o$ representa el conjunto de los planos tangentes á una superficie cónica y recíprocamente; y cuando esta superficie se reduce á una recta, aquella ecuación es lineal si son infinitas las abscisas u y v

del rayo común á los haces generadores de la radiación.

5. Como en dos figuras proyectivas de segunda categoría, ya sean homográficas ó correlativas, á un elemento de una de ellas corresponde otro en la otra, y á una figura de primera categoría en aquélla corresponde otra figura de primera categoría en ésta; entre las coordenadas x é y de un elemento P y las x' é y' de su homólogo P' existen dos relaciones de la forma

$$\frac{x'}{a_1 x + b_1 y + c_1} = \frac{y'}{a_2 x + b_2 y + c_2} = \frac{1}{a_3 x + b_3 y + c_3}.$$

6. Para estudiar por medio del análisis las propiedades de las figuras en el espacio, existen tres clases de sistemas de coordenadas, según que se tomen como elementos los puntos, los planos ó las rectas. Los puntos del espacio se determinan por tres haces de planos, y las abscisas x, y, z de tres de estos planos (uno de cada haz) son las coordenadas de su punto común.

Generalmente, las aristas p, q y r de estos haces de planos, forman un triángulo cuyo plano tiene infinita su abscisa en los tres haces.

Una ecuación con dos variables, $f(x, y) = 0$, representa una superficie cónica cuyo vértice es uno, pq, de los puntos de intersección de las aristas de los haces de planos generadores del espacio y recíprocamente. Puesto que los haces p y q determinan una radiación de vértice pq, y en ella la ecuación considerada representa una superficie cónica y recíprocamente (4).

Una ecuación con tres variables, $f(x, y, z) = 0$, representa una superficie y recíprocamente. Puesto que esta ecuación procede de la eliminación del parámetro λ entre las dos ecuaciones

$$f(x, y, \lambda) = 0 \quad z = \lambda,$$

que representan una línea variable con este parámetro.

Si se trata de un plano, podrá suceder que sea rayo de uno de los haces generadores del espacio; que pase por uno de los vértices, P, Q y R, del triángulo pqr formado por las aristas de estos haces; ó que no se verifique ninguna de estas dos circunstancias. En el primer caso, la ecuación que representa este plano es evidentemente de primer grado con una sola variable; en el segundo caso, dicha ecuación es también de primer grado en dos variables (4); y vamos á demostrar que, en el tercer caso, el plano está representado por una ecuación de primer grado con las tres variables.

En efecto, si proyectamos los diferentes puntos del plano desde dos vértices P y Q del triángulo PQR, se obtienen dos radiaciones homológicas, es decir, homográficas con un haz de planos dobles de arista PQ, ó r, y, por tanto, entre las coordenadas z é y de una recta de la primera radiación y las coordenadas z y x de su correspondiente en la segunda deben existir (5) las relaciones

$$y = \frac{a_1 x + b_1 z + c_1}{a_3 x + b_3 z + c_3}, \quad z = \frac{a_2 x + b_2 z + c_2}{a_3 x + b_3 z + c_3} \qquad [z].$$

Pero al haz de planos representado por la ecuación $z = k$ corresponde el que representa la ecuación

$$(a_3 k - a_2) x + (b_3 k - b_2) z + c_3 k - c_2 = 0;$$

y como estos planos son dobles, se deben verificar las relaciones

$$a_3 k - a_2 = 0 \quad \text{y} \quad b_3 k - b_2 = \frac{c_2 - c_3 k}{k}$$

independientemente del valor de k, lo cual exige que se verifiquen las condiciones

$$a_3 = a_2 = b_3 = c_2 = 0 \quad \text{y} \quad b_2 = c_3,$$

en virtud de las cuales las dos ecuaciones [α] se reducen: la segunda á la identidad $z = z$, y la primera á la ecuación

$$y = \frac{a_1 x + b_1 z + c_1}{b_2}.$$

Luego la ecuación del plano de que se trata es

$$a_1 x - b_2 y + b_1 z + c_1 = 0$$

y recíprocamente.

Una recta está representada por dos ecuaciones de primer grado y recíprocamente.

Los casos particulares más importantes de este sistema de coordenadas se obtienen suponiendo que uno, dos ó tres vértices del tetraedro $PQRO$, determinado por el triángulo PQR y el punto O, cuyas tres coordenadas son nulas, ó sea el origen, se sustituyen por direcciones; así, en el caso de que los puntos P, Q y R están en el plano del infinito, aparece el sistema de coordenadas cartesianas.

7. Consideraciones correlativas con las expuestas en el párrafo anterior permiten determinar los planos del espacio por tres series rectilíneas cuyas bases p, q y r no estén en un plano, y representar analíticamente uno cualquiera de ellos por las abscisas u, v y w de los puntos correspondientes de aquellas series.

Suponiendo que las rectas p, q y r forman un triedro y que

la abscisa de su vértice es infinita en las tres series, una ecuación de primer grado representa un punto, que está en una arista de este triedro, en una cara, ó no está en ninguna de las caras, según que dicha ecuación tenga una, dos ó las tres variables y recíprocamente.

Una ecuación, $f(u, v, w) = 0$, representa una superficie no desarrollable considerada como envolvente de sus planos tangentes, superficie que se reduce á una línea situada en una de las caras del triedro pqr, cuando la ecuación encierra dos variables solamente; y el sistema formado por dos ecuaciones representa el haz de los planos tangentes comunes á las dos superficies que representan, ó, si se quiere, la desarrollable circunscrita á estas superficies.

Suponiendo que uno, dos ó tres de los vértices del tetraedro formado por el triedro pqr y por el plano $0_1\ 0_2\ 0_3$, determinado por los orígenes de las series p, q y r generadoras del espacio, se sustituyen por direcciones, se obtienen sistemas de coordenadas tangenciales, casos particulares del que se acaba de exponer; y entre estos sistemas se encuentra el de Plücker, que aparece cuando el plano $0_1\ 0_2\ 0_3$ es el del infinito.

8. Cuando se toma la recta como elemento del espacio, se determina una de ellas refiriéndola á dos

puntos O_1 y O_2, y entonces toda recta m, que no corta á la O_1O_2, queda determinada por los planos O_1m y O_2m que pasan por ella, la cual se representa, por tanto, analíticamente por las coordenadas α, β, γ y δ de estos dos planos, correspondiendo las α y β al O_1m en la radiación O_1 y las γ y δ al plano O_2m en la radiación O_2.

planos ω_1 y ω_2, y entonces toda recta m que no corta á la $\omega_1\ \omega_2$ queda determinada por los puntos $\omega_1\ m$ y $\omega_2\ m$ situados en ella, la cual se representa, por tanto, analíticamente por las coordenadas φ, ψ, χ y τ, de estos dos puntos, correspondiendo las φ y ψ al punto $\omega_1\ m$ en el plano ω_1 y las χ y τ al punto $\omega_2\ m$ en el otro plano ω_2.

Para determinar las rectas que cortan á la

$O_1 O_2$, que une los vértices de las dos radiaciones generadoras del espacio, se toma otro punto O_3 de referencia, no situado en aquella recta, en cuyo caso, toda recta no situada en el plano $O_1 O_2 O_3$ se determina por los planos que pasan por ella y por cada uno de los tres puntos de referencia, dos de cuyos planos, á lo menos, son distintos; y, finalmente, con objeto de determinar todas las rectas del espacio, se considera otra cuarta radiación, cuyo vértice O no está en el plano $O_1 O_2 O_3$. Pero entre las coordenadas de estos cuatro planos, que pasan por una recta,

$\omega_1 \omega_2$ de intersección de los planos de las figuras generadoras del espacio, se toma otro plano ω_3 de referencia, que no pasa por aquella recta; en cuyo caso, toda recta que no pasa por el punto $\omega_1 \omega_2 \omega_3$ se determina por los puntos en que corta á los tres planos de referencia, dos de cuyos puntos, á lo menos, son distintos; y, finalmente, con objeto de determinar todas las rectas del espacio, se considera otra cuarta figura plana, cuyo plano ω no pasa por el punto $\omega_1 \omega_2 \omega_3$. Pero entre las coordenadas de estos cuatro puntos, situados todos en una misma recta,

deben existir dos relaciones, puesto que sólo cuatro son independientes. En efecto, concretándonos al sistema de coordenadas establecido en la columna de la izquierda, consideremos el sistema de coordenadas de puntos cuyo tetraedro fundamental es el $OO_1O_2O_3$, y observemos que, en este sistema de coordenadas, las ecuaciones de los planos que proyectan una recta m desde los vértices O_1 y O_2 son

$$x = \alpha z + \beta t, \quad y = \gamma z + \delta t;$$

y, por tanto, las de los planos $O_3\, m$ y $O m$ son respectivamente

$$\gamma x - \alpha y = (\beta \gamma - \alpha \delta)\, t \quad \text{y} \quad \delta x - \beta y = (\alpha \delta - \beta \gamma)\, z.$$

que manifiestan que las coordenadas de cada uno de estos planos, en la radiación respectiva, dependen de las α, β, γ y δ.

Ahora bien, estas cuatro ecuaciones son conocidas cuando se conocen las cinco cantidades α, β, γ, δ y $\varepsilon = \alpha\delta - \beta\gamma$; luego estas cinco cantidades pueden tomarse como coordenadas de la recta.

Una ecuación $f(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon) = 0$ representa un complejo de rectas, el cual está constituído por las rectas dobles de un sistema focal cuando aquella ecuación es de primer grado; dos ecuaciones representan una congruencia de rectas, la cual se compone de las rectas dobles de dos figuras homográficas con dos ejes reales ó imaginarios conjugados, ó con un solo eje, cuando aquellas ecuaciones son de primer grado; y el sistema formado por tres ecuaciones representa un haz alabeado, que es de segundo orden cuando las ecuaciones son lineales.

Suponiendo que alguno de los vértices del tetraedro $OO_1O_2O_3$ se sustituye por una dirección, se obtienen casos particulares del sistema de coordenadas considerado, entre los cuales se encuentra el establecido por Plücher en su notable obra *Neue Geometrie des Raumes gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement*, que aparece cuando el plano $O_1O_2O_3$ es el del infinito.

9. Los principios establecidos anteriormente permiten efectuar en los sistemas generales de coordenadas expuestos el estudio de todas aquellas propiedades de las figuras geométricas que están sujetas á la ley de correlación, tales como las teorías relativas á los elementos de las líneas y de las superficies, ya sean éstos de primer orden, ordinarios ó singulares, ya sean de orden superior, como los relativos á la curvatura y á los contactos de líneas y superficies, que suelen estudiarse en los tratados de Cálculo infinitesimal y en los de Geometría Analítica empleando sólo las coordenadas cartesianas. Pero las proyectivas tienen sobre las cartesianas la ventaja de poderse con ellas aplicar los razonamientos tanto á los puntos, rectas y planos propiamente tales, como á los impropios ó del infinito.

VIII.—Pelos del Strobilanthes Dyerianus Hort.

Por Eduardo Reyes Prosper.

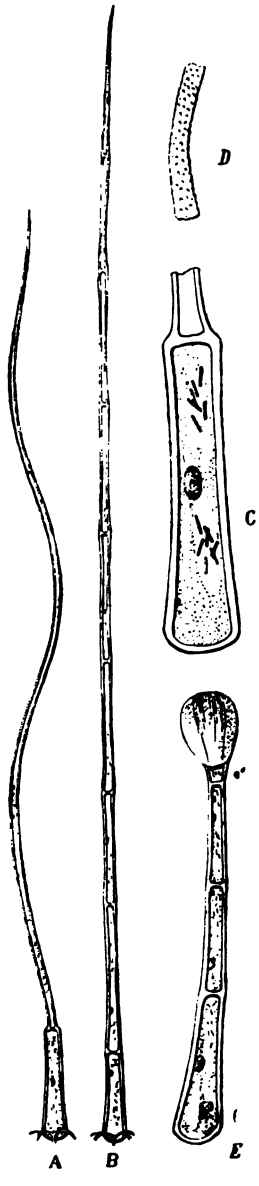
En el Strobilanthes Dyerianus Hort, Acantácea de la tribu de las Acantoideas, planta exótica cultivada como ornamental en las estufas de muchos jardines de Europa, he tenido ocasión de observar curiosos pelos, no dados á conocer hasta ahora.

En la hermosa Monografía de las Acantáceas de G. Lindau, donde es tan minucioso el estudio de la Anatomía microscópica de tan interesante familia, se mencionan las particularidades de los pelos encontrados en especies de los géneros Justicia, Thunbergia, Barleria, Aphelandra, Ruellia, Pseudocalyx, Meyenia, Lepidogathis, Neuracanthus, etc. Ninguno de los pelos que allí se describen puede compararse por sus modalidades fisiológicas y morfológicas con los que he podido ver en el Strobilanthes Dyerianus Hort.

Fijémonos ante todo en los pelos estaminales (Fig. A, aumento de 325 diámetros): percibiremos que, á pesar de su gran longitud, la inmensa mayoría de dichos pelos están constituídos por dos células, una basilar, más ancha y más corta, y otra célula muy larga, apical. Las paredes de estas células están recubiertas de pequeñas papilas muy delicadas, tanto que deben observarse sin cubreobjeto, porque su peso las aplasta ó deforma.

Tanto en la célula apical, como en la basilar, en ésta sobre todo, podemos ver que circulan impelidos por la corriente protoplásmica general, que es muy viva, cristales microscópicos que se agitan incesantemente, cambiando además de posición relativa unos respecto á otros á cada instante, por la acción de las corrientes secundarias; además pueden encontrarse uno ó dos cristales mayores aislados, cuya simetría es muy perceptible.

En la figura C puede apreciarse el detalle de la célula basilar de un pelo estaminal visto con 500 diámetros de aumento, y en la figura D represento un trozo de la célula apical, visto también con 500 diámetros de aumento, y en cuya superficie se perciben las papilas.



Si se estudian los pelos de las brácteas florales del Strobilanthes Dyerianus Hort, veremos que existen otras dos clases de pelos (fig. B, aum. 160, y fig. E, aum. 500). Hay pelos largos, pluricelulares, uniseriados, en los que, á semejanza de lo que acontece con los pelos estaminales, todas las células, y muy singularmente las inferiores, presentan cristalitos microscópicos, y en varias se observan también algunos cristales mayores, yendo unos y otros arrastrados por la corriente protoplásmica.

Entre los pelos largos que acabamos de mencionar se encuentran pelos más cortos en forma de maza, y en todas las células que constituyen el soporte de la región apical, aun en la pequeña e', se manifiestan movimientos protoplásmicos y los diminutos cristales ya mencionados.

En las hojas del Strobilanthes Dyerianus Hort se encuentran aún otras dos clases de pelos, que no describo ni dibujo porque son referibles á tipos que describe Lindau para especies de Justicia y Thunbergia. Por fin, en las secciones transversales de dichas hojas se

pueden ver hermosos y abundantes cistolitos de la misma forma y análoga situación que los que ha dado á conocer G. Lindau, en la Barleria Prionitis L.; en la Sanchezia oblonga, R. et Pav.; en el Ecbolium Linnaeanum, Kurz; en el Lepidogathis terminalis, Hochst; etc., etc.

IX.—Notas analíticas que pudieran contribuir al estudio del fósforo en las tierras.

Por José Alapont Ibáñez.

La valoración del fósforo total de las tierras de labor, especialmente de aquellas que por hallarse sometidas á un cultivo activo contienen abundante cantidad de materia orgánica, no es un problema de fácil solución.

En dichas tierras, una buena parte del fósforo se encuentra en forma de combinaciones orgánicas, hoy por hoy mal estudiadas, y, por consiguiente, poco conocidas. De aquí que creamos llegado el momento de aclarar conceptos respecto al valor real de los métodos ordinariamente seguidos en los laboratorios agronómicos, ya que, como vamos á probar en el presente trabajo, pueden conducir á resultados inexactos.

En efecto, los procedimientos aconsejados en la mayor parte de los autores (Wolff's, Wanschaff, Grandeau, etc.) tienen por base el tratamiento de una determinada cantidad de tierra (25 á 50 gr.) por el ácido nítrico hirviendo, durante un tiempo que oscila entre cuatro y seis horas, y, por este medio, el resultado del análisis, como veremos más adelante, no revela la cantidad total del fósforo que en la tierra existe, sino únicamente el fósforo de los fosfatos ordinarios, el de los fosfitos é hipofosfitos, y una pequeña parte del fósforo de las combinaciones orgánicas.

Otros comienzan por someter la tierra á una incineración

ordinaria en crisol de porcelana, para destruir la materia orgánica; con lo cual es evidente que, si se eleva poco la temperatura, habrá pérdida de las combinaciones orgánicas fosforadas, volátiles, que se forman en la descomposición de los principios inmediatos. Por el contrario, si la temperatura se eleva mucho, tendremos pérdida de una parte del fósforo de las combinaciones orgánicas, y pérdida de otra parte del fósforo de los compuestos minerales, ya que hasta los ortofosfatos, en presencia de la sílice y del carbón procedente de la materia orgánica, pueden al rojo perder fósforo (Woehler); y por si esto no bastara, después de sometida la tierra á una temperatura elevada, el ácido nítrico disolverá con dificultad al óxido de hierro y á la alúmina, que indudablemente retendrán una pequeña cantidad de ácido fosfórico, originando una nueva causa de error, que deberemos agregar á las anteriormente expuestas.

La transformación de la totalidad del fósforo de las combinaciones orgánicas é inorgánicas de las tierras en ácido fosfórico no se consigue sino á costa de una oxidación por el ácido cítrico hirviendo, durante un tiempo comprendido entre 25 y 30 horas; ó también, según el método de Berthelot, por una incineración á una temperatura próxima al rojo, en presencia de una gran masa de carbonato sódico y de una corriente de oxígeno puro.

Con el objeto de llegar á obtener resultados comparables, hemos hecho una serie de trabajos analíticos sobre una misma muestra de tierra fina (tamiz de un milímetro), desecada á 110°, y procedente de un campo dedicado desde inmemorial al cultivo de arroz.

Es de advertir que dichas tierras son en la práctica, actualmente al menos, insensibles á la aplicación de superfosfatos (1).

---

(1) Las tierras de una buena parte de la Ribera del Júcar dedicadas al cultivo de arroz son, como hemos dicho, insensibles á la aplicación de superfosfatos, hasta el punto de que los agricultores hace ya muchos años que emplean, como abono, únicamente, el sulfato amónico, y prescinden en absoluto de los superfosfatos.

Quien esto escribe, en contra de dicha costumbre, ha empleado en las cosechas correspondientes á estos tres últimos años 300 kilo-

Consignados estos antecedentes, pasamos á dar cuenta del resultado de nuestro trabajo.

(A)

En un crisol de porcelana colocamos 25 gramos de tierra que fueron incinerados al rojo durante una hora. Al cabo de dicho tiempo se dejó enfriar, y se puso la tierra en una cápsula; se agregó ácido nítrico, y se hirvió durante cinco horas. Después se filtró, lavó el residuo, y evaporó el líquido filtrado hasta sequedad. Conseguido esto, redisolvimos en pequeñas porciones de agua y ácido nítrico hirviendo; filtramos para separar la sílice, y en el líquido filtrado se precipitó el ácido fosfórico por el método molíbdico (Sonnenschein), pesando en definitiva 0,0611 gramos de pirofosfato magnésico, que, calculados con relación á 100 gramos de tierra, corresponden á

Ácido fosfórico.....	0,1563 gr.
Fósforo equivalente.....	0,0682 gr.

(B)

Se trataron 50 gramos de tierra por el ácido nítrico hirviendo durante ocho horas consecutivas; después filtramos, lavamos el residuo, y se procedió como en el caso anterior, pesando el pirofosfato magnésico encontrado 0,0956 gramos, que, calculados con relación á 100 gramos de tierra, corresponden á

Ácido fosfórico.....	0,1223 gr.
Fósforo equivalente.....	0,0534 gr.

---

logramos de superfosfatos, de 15 por 100 de ácido fosfórico soluble en agua, por año y hectárea, sin haber podido conseguir aumento alguno en las cosechas.

Debemos hacer notar que la producción, término medio, es de 6.000 kilogramos de grano y 7.800 kgr. de paja por hectárea, los que, dada su composición, contienen 38,34 kgr. de ácido fosfórico: de donde se deduce que, en estos diez últimos años, el cultivo ha substraído de dichas tierras la considerable cantidad de 383 kgr. de ácido fosfórico.

(C)

Cincuenta gramos de tierra fueron sometidos á la acción del ácido nítrico hirviendo durante veinte horas; filtramos, lavamos, etc., y, finalmente, pesamos 0,1324 gramos de pirofosfato magnésico, que, calculados con relación á 100 gramos de tierra, corresponden á

Acido fosfórico.....	0,1694 gr.
Fósforo equivalente.....	0,0739 gr.

(D)

Cincuenta gramos de tierra se trataron por el ácido nítrico hirviendo durante veintiocho horas sin interrupción; después de dicho tiempo se filtró, lavó, etc., como en los casos anteriores; encontrando 0,1453 gramos de pirofosfato magnésico, que, calculados con relación á 100 gramos de tierra, corresponden á

Ácido fosfórico.....	0,1860 gr.
Fósforo equivalente.....	0,0812 gr.

(E)

En un tubo de vidrio, de los que se usan en el análisis elemental, colocamos primeramente carbonato sódico puro, procedente de un buen bicarbonato, y llenamos próximamente la tercera parte del tubo; introducimos después tres navecillas de porcelana, que contenían entre las tres exactamente 10 gramos de tierra. El extremo del tubo de vidrio más próximo al carbonato se puso en comunicación con un aspirador, y el otro extremo del propio tubo se enchufó con un tubito de goma, que daba paso al oxígeno procedente de un gasómetro que contenía 20 litros del mencionado gas.

Se abrieron las llaves del gasómetro y del aspirador, y se encendieron los mecheros de la batería Bunsen. La temperatura próxima al rojo era insuficiente para fundir el carbonato alca-

lino; de elevar más la temperatura, se corría el peligro de que pudiera fundir dicha sal y nos atacara al vidrio.

La corriente de oxígeno obligaba á los gases desprendidos durante la combustión á pasar por la parte del tubo que contenía el carbonato sódico.

A los veinte minutos de comenzada la operación, la tierra de las navecillas había tomado un color obscuro, casi negro, y al cabo de hora y media ó dos horas perdió el color obscuro, adquiriendo un tinte rojizo. Entonces dimos por términada la operación.

Dejamos enfriar y desmontamos el aparato: la tierra de las navecillas y el carbonato alcalino se colocaron en una cápsula; se agregó ácido nítrico, poco á poco, hasta que cesó la efervescencia; añadimos nueva cantidad de ácido nítrico y hervimos durante tres horas; filtramos, lavamos, etc.; y, procediendo en el resto como en los casos anteriores, encontramos al pesar 0,0304 gramos de pirofosfato magnésico, que, calculado con relación á 100 gramos de tierra, corresponde á

Ácido fosfórico.....	0,1944 gr.
Fósforo equivalente.	0,0849 gr.

Del examen comparativo de los resultados expuestos se deduce que los medios de oxidación empleados, á saber, el ácido nítrico hirviendo durante veintiocho horas, cuando nos hemos concretado á la vía húmeda, y la incineración en presencia del oxígeno puro y del carbonato sódico, cuando se ha utilizado la vía seca, dan cifras próximamente iguales y mucho mayores que las reveladas por el procedimiento clásico de incineración en crisol de porcelana, y subsiguiente tratamiento por el ácido nítrico hirviendo durante cinco horas.

Berthelot, en sus trabajos en el laboratorio de Meudon, se limitó á hervir la tierra con el ácido nítrico durante diez y seis horas. Nuestro tratamiento, mucho más largo, ha llegado á una oxidación más completa, puesto que, hirviendo veintiocho horas, hemos podido hallar en la tierra una cantidad de fósforo casi igual á la encontrada por el método de incineración de Berthelot.

Tales resultados constituyen por sí el más sólido argumento para demostrar cómo el método clásico, desde el punto de vista puramente científico, puede en ocasiones conducir á un error, y á un error de la importancia que esas mismas cifras evidencian. Y si en el orden meramente científico ocurre esto, en el orden agronómico el error surge con más sensibles proporciones, porque la diferencia encontrada, 0,0381 por 100 de ácido fosfórico, pequeña, al parecer, representa, sin embargo, una gran cantidad de fosfatos, si tenemos en cuenta lo enorme de la masa de tierra (1) que toma parte activa en el cultivo en una hectárea.

Cuanto queda expuesto, nos permite llegar á las siguientes conclusiones:

1.ª El procedimiento generalmente admitido para la valoración del fósforo total de las tierras, limitándose á una incineración ordinaria en crisol de porcelana, seguida de un tratamiento por el ácido nítrico hirviendo durante cinco horas, puede conducir á resultados inexactos, especialmente cuando se aplica á tierras fértiles que, por hallarse dedicadas á un cultivo activo, contienen abundante cantidad de materia orgánica, y en su consecuencia de combinaciones orgánicas fosforadas.

2.ª El ácido nítrico, hirviendo durante veintiocho horas, puede llegar á oxidar la totalidad del fósforo de las combinaciones fosforadas orgánicas é inorgánicas de las tierras, transformándole en ácido fosfórico.

3.ª La incineración de la tierra, propuesta por Berthelot, en presencia del oxígeno puro y del carbonato sódico, constituye un método seguro y menos penoso que el anterior, para conseguir la completa transformación en ácido fosfórico de la totalidad del fósforo de las combinaciones fosforadas, orgánicas é inorgánicas, contenidas en las tierras.

4.ª Cuando los procedimientos empleados para la valoración de los elementos fertilizantes de las tierras no conducen á resultados rigurosamente exactos, no pueden ni deben servir

---

(1) Tres millones cuatrocientos veinte mil kilogramos, en la tierra objeto de nuestras investigaciones.

para fundamentar de una manera racional la composición de los abonos complementarios, de necesidad absoluta en las tierras dedicadas á un cultivo activo.

5.ª La gran cantidad de fósforo encontrada por nosotros, en las tierras objeto de nuestros análisis, explica de una manera racional y científica el hecho de que dichas tierras sean hoy insensibles á la aplicación de superfosfatos; sin que esto signifique que aplaudamos la costumbre adquirida en estos últimos años de prescindir en los abonos de los superfosfatos, ya que es indudable que, para mantener las tierras en el mismo grado de fertilidad que actualmente poseen, deberán restituirse anualmente los 38,34 kilogramos de ácido fosfórico contenidos en los 6.000 kgr. de grano y 7.800 kgr. de paja que al presente producen por hectárea.

X.—Noticias de interés científico.

CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICOS, QUE SE HA DE REUNIR EN HEIDELBERG DEL 8 AL 13 DE AGOSTO DE 1904.

La Sociedad Alemana de Matemáticos, encargada por el II Congreso celebrado en París en 1900, de preparar la tercera Asamblea, ha fijado el siguiente programa de las sesiones de Heidelberg, en la primera de las cuales se hará una solemne conmemoración del insigne matemático *C. G. J. Jacobi*, al cumplirse, en 1904, el centenario de su natalicio.

Lunes 8 de Agosto, á las 8 de la noche.—Recepción de los Miembros del Congreso.

Martes 9, de 10 á 1.—Primera sesión general.

Idem íd., á las 4 de la tarde.—Constitución de las Secciones.

Idem íd., á las 6 de íd.—Banquete.

Miércoles 10, de 9 á 10 y de 12 á 2.—Sesiones de Sección.

Idem íd., por tarde y noche.—Reunión y sarao.

Jueves 11, de 10 á 1.—Segunda sesión general.

Idem íd., á las 6 de la tarde.—Paseo por el Neckar é iluminación del Palacio.

Viernes 12, de 9 á 11 y de 12 á 2 de íd.—Sesiones de Sección.

Idem íd., por tarde y noche.—Reunión y sarao.

Sábado 13, á las 9 de la mañana.—Sesión administrativa.

Idem íd., de 10 á 1.—Tercera sesión general.

Las Secciones serán seis, á saber: 1.ª, de Aritmética y Algebra; 2.ª, de Análisis; 3.ª, de Geometría; 4.ª, de Matemáticas Aplicadas; 5.ª, de Historia de las Matemáticas; y 6.ª, de Pedagogía.

Al Congreso irá aneja una Exposición de Instrumentos Matemáticos y otra de Literatura Matemática, limitada á las producciones de los últimos diez años. Se admitirán también, en la de Instrumentos, los modelos históricamente interesantes.

La cuota de los Congresistas será de 20 marcos (unos 25 francos). Mediante ella se adquiere una tarjeta, que dará derecho á participar de las sesiones y de las fiestas.

Una Comisión se ocupará de proporcionar hospedajes, en fondas, ó en casas particulares.

La Comisión del Congreso espera que se le dé aviso de las adhesiones, con quince días de antelación.

La correspondencia se dirigirá al Sr. Profesor *Dr. A. Krazer*, Karlsruhe, i. B., Westendstrasse, 57.

La Comisión encargada de la Exposición de libros de Matemáticas está formada de los señores: Profesor *Dr. A. Gutzmer*, de Jena, y Profesor *Dr. A. Krazer*, de Karlsruhe.

Las señas del primero son: *Schaefferstrasse, 4, Jena.*

CONCURSO INTERNACIONAL, CONVOCADO POR EL MINISTERIO DE HACIENDA DE RUSIA, PARA PREMIAR EL DESCUBRIMIENTO DE UN DESNATURALIZADOR DEL ALCOHOL INDUSTRIAL (1).

«Condiciones del concurso.

»El alcohol desnaturalizado, exento del impuesto fiscal, encuentra una grande aplicación en las pequeñas industrias, químicas y técnicas; se emplea como agente de energía calórica, luminosa y motriz, en un sinnúmero de explotaciones rurales y urbanas, en las industrias unidas á la agricultura, en los caminos de hierro, en las minas, en la marina; finalmente, su empleo es cada día más común como combustible en la economía doméstica. Naturalmente es el alcohol desnaturalizado, circulando con toda inmunidad, libre de toda inspección del Fisco, que es objeto del mayor consumo. En estas condiciones es necesario que el alcohol desnaturalizado no sirva sino á su empleo directo, sin que en ningún caso pueda ser convertido en bebida espirituosa; debe cambiarse de tal modo que sea del todo impropio para este uso, ya sea directamente, ya sea después de haberlo vuelto á naturalizar, conservando, sin embargo, sus propiedades para los usos técnicos.

»Es, por consiguiente, evidente cuán grande es la importancia de las materias desnaturalizantes, como medios que permitan utilizar la energía solar condensada en el alcohol por la cultura agrícola, para usos que den por resultado la creación de nuevas riquezas técnicas é industriales.

»Las materias empleadas actualmente en los diferentes estados de Europa, para desnaturalizar el alcohol, tales como el

(1) Remitido este documento á la Academia por el Sr. Cónsul de Rusia en Barcelona, rogando se le dé publicidad, se copia literalmente.

espíritu de madera, conteniendo el *acetona* y los demás productos de la destilación seca de la madera, las *bases pyrídicas*, los *aceites de acetona*, la *brea de la hulla* (1), no pueden satisfacer completamente á las exigencias arriba mencionadas. Algunas poseen la propiedad desnaturalizante en un grado muy débil, y pueden sólo emplearse en grandes cantidades; otras, por razón de su naturaleza química, tienen un campo de aplicación muy reducido, que no abraza todas las industrias técnicas, y otras no garantizan suficientemente contra la posibilidad de volver á naturalizar al alcohol, ó bien su coste es demasiado elevado.

»En su consecuencia, y en vista de la grande importancia de estas materias desnaturalizantes, el Ministerio de Hacienda de Rusia abre un concurso internacional, ofreciendo un premio de 50.000 rublos al que, ya sea sujeto ruso, ó bien extranjero, encuentre una materia desnaturalizante que satisfaga, bajo todos los puntos de vista, á las exigencias siguientes:

I

»*Artículo 1.°* Las materias desnaturalizantes no deben modificar la naturaleza del alcohol hasta el punto de hacer impropio su empleo para los usos técnicos.

»*Artículo 2.°* Las materias desnaturalizantes no deberán contener elementos que den productos cáusticos, como el azufre, el fósforo, el arsénico y los halógenos.

»*Artículo 3.°* Las materias desnaturalizantes no deben contener productos que después de la evaporación del alcohol, ó cuando haya concluído de quemar, den residuos minerales ú orgánicos sólidos, cuya naturaleza pueda causar daño á las mechas ó á la parte metálica de los motores.

»*Artículo 4.°* Dichas materias no deben tampoco tener propiedades tóxicas.

---

(1) Para la desnaturalización incompleta, en el momento de las entregas de alcohol, hechas bajo una rigurosa inspección, se emplea también la trementina, el alcanfor, el benzol, el aceite animal y varios otros productos.

II

» *Artículo 5.°* La materia desnaturalizante debe hacer que el alcohol sea perfectamente impropio para usarse inmediatamente como bebida.

» *Artículo 6.°* No debe esparcir un olor desagradable y sofocante, que pudiese hacer incómodo ó nusible (nocivo) el alcohol desnaturalizado, tanto para los usos domésticos, como para las pequeñas industrias, ó para las fábricas.

» *Artículo 7.°* La materia que debe encontrarse, debe poseer en el más alto grado las propiedades desnaturalizantes, de manera que pueda emplearse en cantidad mínima; debe resultar á un precio módico, para que la desnaturalización no pueda influir, sino de un modo muy insignificante, en el precio de venta del alcohol desnaturalizado.

III

» *Artículo 8.°* La presencia de la materia desnaturalizante debe ser fácilmente reconocida por medio de procedimientos suficientemente sensibles.

» *Artículo 9.°* La separación de la materia desnaturalizante del alcohol, en vista de los abusos posibles con el alcohol vuelto á naturalizar, deberá presentar grandes dificultades y acarrear tales gastos, que la renaturalizacion sea gravosa. La cantidad del alcohol que pudiese ser completamente renaturalizada con el auxilio de todos los medios fraudulentos existentes, tanto químicos como físicos, debe formar una dosis sumamente insignificante del alcohol sujeto á la renaturalización, de modo que la parte más importante quede impropia á la consumación, y que sea siempre posible el comprobar en el producto obtenido, en las bebidas á cuya fabricación hubiese servido, la presencia de la materia desnaturalizante.

» El plazo dentro del cual deben presentarse al concurso las materias desnaturalizantes, está fijado hasta el 1.° de Julio

de 1905. Los concurrentes deben presentar, en la Dirección general de Contribuciones Indirectas y de la Venta de los Alcoholes:

a) Una muestra de la materia desnaturalizante encontrada, de 10 kilogramos de peso.

b) Una nota exponiendo el resultado de sus investigaciones con la descripción de la materia encontrada, así como la indicación del precio de la fabricación al por mayor.

c) Un pliego sellado conteniendo el nombre del autor y llevando subscrito el lema inscrito sobre la nota explicativa. Las materias desnaturalizantes presentadas se someterán al estudio, con relación á su propiedad desnaturalizante y á los procedimientos de renaturalización, en los tres laboratorios del Ministerio de Hacienda, en Odesa, en San Petersburgo y en Moscou.

»Los resultados de estos estudios se comunicarán á la Comisión del Concurso, nombrada por el Ministerio de Hacienda, la cual, después del examen de los resultados obtenidos, decidirá sin apelación sobre la atribución del premio.

»El premio de 50.000 rublos será adjudicado para las materias desnaturalizantes que se habrán encontrado y que correspondan á las exigencias del concurso propuesto.

»En el caso que dos competidores hayan resuelto de una manera igualmente satisfactoria el problema establecido, podrá dividirse el premio entre ellos, en conformidad á las calidades de las materias desnaturalizantes presentadas en el concurso.

»El procedimiento de desnaturalización que habrá obtenido el primero, vendrá á ser propiedad del Tesoro».

Más sobre la emanación

de los minerales uraníferos de Colmenar Viejo

por JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO

REVISTA DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS
FÍSICAS Y NATURALES DE MADRID. — Febrero de 1905.

XI. — Distinción de dos nuevas especies de moluscos gastrópodos.

Por J. G. Hidalgo.

En la obra de Blainville titulada *Disposition méthodique des espèces des genres Pourpre,* etc. París, 1832, se encuentra bien descrita en la pág. 20, y mejor representada en la lám. 9, figura 5, la *Purpura Albo-labris* de dicho autor, que se halla incluída actualmente en el género *Ricinula.* Esta especie es tan igual en sus caracteres á la *Ricinula Ricinus* Linné, que sólo difiere de ella en carecer de las manchas amarillas del borde derecho, distinción de poca importancia, por lo cual pueden ser consideradas ambas como variedades de una misma especie.

Otra forma semejante ha sido descrita y figurada en la 2.ª edición del Chemnitz, *System. Conch. Cabinet, Ricinula,* lámina 2, fig. 1 y 2, como la especie de Blainville, pero hay diferencias muy notables en la abertura, por lo cual juzgo que debe separarse como especie distinta y la doy el nombre de *Ricinula Lischkei* Hidalgo, en memoria del autor del notable libro sobre los moluscos de la fauna del Japón. La *Ricinula albobris,* de Blainville, presenta cuatro dientes en el borde derecho; el superior grande, aplanado y con cuatro pequeñas nudosidades en el margen; el siguiente menor, con dos nudosidades, y el 3.° y 4.° sencillos, pero más pequeño el último; la columnilla tiene cuatro pequeñas nudosidades en el margen, en su parte media, y cuatro ó cinco arrugas transversales en la parte plana de su mitad inferior, que van disminuyendo gradualmente, puesto que las dos últimas son ya pequeños tubérculos; la abertura es muy estrecha, pues es corta la distancia entre el borde de la columnilla y el de los dientes del borde derecho. La *Ricinula Lischkei* Hidalgo presenta también cuatro dientes en el borde derecho, pero poco salientes; los dos superiores casi iguales y binudosos, los dos inferiores senci-

llos é iguales; la columnilla sólo tiene dos nudosidades en su borde, hacia la parte media, y las arrugas transversales de la parte plana son dos ó tres solamente: la abertura es mucho más ancha que en la *Ricinula albolabris*, aunque de la misma coloración blanca que en ésta. Se puede caracterizar esta nueva especie del modo siguiente:

Ricinula Lischkei Hidalgo.

CHEMNITZ, *Conch. Cab.*, 2.ª edic. *Ricinula albolabris* (non Blainville), lám. 2, fig. 1 y 2.

Testa *Ric. albolabri* Blainv. similis, sed apertura satis lata, dente supero labri semper binodato, columella transversim birugata, bene distincta. Long. 35, lat. 32 millim. (Coll. Hidalgo.)

HAB. *Mare rubrum.*

OBSERV. Las *Ricinula Ricinus* Lin., y *R. albolabris* Blainville, son especies de Ceilán, Filipinas, Marianas, etc.

En las *Conchological illustrations* de Sowerby, *Murex*, figura 58, figura este autor un *Murex cariniferus*, que más tarde reproduce en su *Thesaurus conchyliorum*, lám. 424, fig. 6, con el nombre de *Latiaxis cariniferus*. En el intermedio de estas dos publicaciones Kiener representa en su *Species general, Murex*, lámina 18, fig. 2, una forma distinta que da con el mismo nombre que Sowerby, aunque con duda; forma copiada por Reeve en su *Conchologia iconica, Murex*, fig. 169, conservando el nombre de *Murex cariniferus*.

Entre los moluscos recogidos por mi amigo Quadras en Filipinas, han venido unos pocos ejemplares de la concha figurada por Kiener y Reeve, que para mí es especie diferente de la representada en las dos obras de Sowerby. Es más larga y estrecha que la de este autor, con la espira más elevada, el

canal de la base más largo, el ombligo más estrecho, la abertura mucho menor, no dilatada inferiormente, y se distingue especialmente por sus espinas cortas ó poco pronunciadas en el ángulo de las vueltas de espira, en vez de las láminas comprimidas, triangulares y muy regulares que presenta el *Murex* ó *Latiaxis cariniferus* de Sowerby. La especie de Kiener y Reeve debe incluirse también en el género *Latiaxis*, pues es grande su semejanza de forma y escultura con varias de las especies representadas en la lámina 424 del *Thesaurus*, y la designo con el nuevo nombre de

Latiaxis Kieneri Hidalgo.

KIENER, *Spec. general, Murex,* lám. 18, fig. 2. *Murex cariniferus,* non Sowerby.

REEVE, *Conch. icon. Murex,* fig. 169. *Murex cariniferus*, non Sowerby.

Testa *Lat. carinifero* Sowerby similis, sed forma fusiformi, spira caudaque longioribus, umbilico magis angusto, apertura satis minore, carina anfractuum spinis parvis irregularibus instructa, distincta. Long. 36, lat. 21 millim. (Coll. Hidalgo.)

HAB. Insula *Cebú* Philippinarum. (Quadras!)

OBSERV. Color blanco; ombligo de la base más ó menos abierto, según la edad de los individuos.

XII.—Confrontación de puntos de vista en materia de radioactividad

Por José Muñoz del Castillo.

«Bien que cet élément soit très voisin du Barium, il ne s'en trouve pas, même à l'état de trace, dans les mineraux ordinaires de Barium. Le Radium n'accompagne le Barium que dans les mineraux d'Urane, et ce fait a probablement une grande importance théorique.» — P. Curie (1).

Desde hace algún tiempo nos preocupamos, y se preocupan otros, más bien del mecanismo que de la causa de la radioactividad: mecanismo y causa desconocidos hasta la fecha, pero que representan para la investigación dificultades de muy distinto orden. Al conocimiento del primero puede aspirarse; siquiera, acaso, no pasando del terreno de las hipótesis concordantes con los hechos y con los resultados de la experiencia. Al esclarecimiento de la causa de la energía radioactiva quizá nunca se llegue, si, como creemos, se trata de un caso de transformación de ciertas radiaciones, para las cuales son transparentes la casi totalidad de las masas (2) ponderables.

---

(1) Conferencia dada en la Escuela Profesional Superior de Correos y Telégrafos de París, el 13 de Enero de 1904.

(2) Nuestro compañero D. Gabriel de la Puerta ha formulado recientemente (*El Imparcial*, 29 de Febrero de 1904) la siguiente opinión, sobre la cual son de desear ampliaciones por parte del autor: «Yo creo, ante los hechos observados, que la radioactividad es un nuevo agente, mejor dicho, un agente desconocido hasta ahora, como ocurrió al descubrirse la electricidad; una nueva manifestación de energía que se transforma en calor, en luz, en electricidad; vibraciones etéreas desconocidas que hay que agregar á las formas de energía hoy conocidas y estudiadas, y cuyas leyes de transformación se hallarán indudablemente dentro del gran principio de la unidad y correlación de las fuerzas físicas».

En estos momentos en que se marca bien una evolución bastante honda, equivocada ó no, en las ideas—vagas, como era natural, al principio—despertadas y seguidamente caldeadas, con motivo del interesantísimo descubrimiento de Becquerel, consideramos de utilidad una confrontación, un estudio comparativo, entre los aspectos teóricos más corrientemente esbozados y las nuevas concepciones, en el total problema mecánico y físico-químico representado por los misteriosos fenómenos radioactivos.

Y á semejante labor consagramos las presentes líneas, prescindiendo de toda ordenación de la materia, ya que, en rigor, falta base lógica para establecer, fundadamente, ningún método expositivo en el asunto.

I

El primer deslinde que se impone, entre las varias energías que juegan en la radioactividad, es el de las formas y cantidades asignables al *mecanismo* por una parte, y, por otra, las específicas que definen los inusitados hechos: distingo algo parecido, en comparación provisional, al que cabría establecer entre la fuerza necesaria para girar una llave de vapor, ó poner en movimiento un interruptor eléctrico y los torrentes de energía que, merced al funcionamiento de tan modestos mecanismos, pudieran lanzarse, y producir diversidad de efectos, por tubos y cables.

Al primer grupo deben referirse, aun con carácter hipotético, las inherentes al estado de diluición en que la naturaleza ofrece constantemente las substancias radioactivas; las relacionadas con el fenómeno del desprendimiento de la emanación; las correspondientes á la pretendida disgregación del Radio en Helio, etc.

Y al segundo, la producción continua de luz; el enorme calor que supone un flujo incesante de 105 calorías por hora y gramo de Radio, según las mediciones de Curie, Laborde, Runge y Precht; los fenómenos de electrización que son conocidos;

y hechos tales como el siguiente, relatado por el Delegado especial de España en el V Congreso Internacional de Química Aplicada, celebrado en Berlín, del 2 al 8 de Junio último (1):

«Así, la diminuta porción de este elemento (el Radiotelurio) que dicho autor (el Sr. Marckwald) presentó sobre una hoja de papel, y que aparecía ante el público como una mancha, representaba como valor de extracción la friolera de 3.000 marcos. Se necesitan 4.000 kilogramos de *pechblenda* para extraer 10 mg. Esta diseminación es todavía más considerable que la del gas más raro, el Xeno, en el aire.

»Refirió en seguida los efectos maravillosos obtenidos con tan pequeña mancha. Si se aproxima á una serie de chispas producidas por una fuerte corriente eléctrica, desaparecen éstas como por encanto, á causa de la conductibilidad eléctrica que adquiere el aire. Después de puesta á obscuras la sala, *aproximó tan precioso elemento al Bario, Platino* y *Zinc, é inmediatamente se inflamaron,* adquiriendo la llama una coloración verde, como si se hubieran tocado con una varilla mágica.

»Tan brillantes experiencias fueron saludadas con una nutrida salva de aplausos».

(Continuará.)

---

(1) *Informe* presentado al Excmo. Sr. Ministro de Instrucción Pública y Bellas Artes por D. Vicente de Laffite y Obineta, doctor en Ciencias, delegado de España en el V Congreso Internacional de Q. A.—1903.—Págs. 125 y 126.—Sesión del 5 de Junio.

XIII.—Sobre las curvas representativas de la fuerza electromotriz y de la intensidad de una corriente alterna. Condiciones que deben tener los aparatos oscilatorios destinados á obtenerlas.

Por J. M. de Madariaga.

Tercer caso (*). Puede suceder que las raíces de la ecuación (II) sean iguales, si $\frac{q^2}{4\mu^2}=\frac{r}{\mu}$. La integral general se presenta entonces bajo la forma $\frac{0}{0}$, y para encontrar su valor verdadero habrá que hallar la relación de las derivadas del numerador y denominador. La fórmula, será, pues,

$$\alpha=t.e^{m't}.\left[\int\frac{B}{\mu}.\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}.t\right).e^{-m't}.dt+C'\right]-$$

$$-e^{m't}.\left[\int\frac{B}{\mu}.\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{\tau}t\right).e^{-m't}.t.dt+C'''\right],$$

expresión en la que e representa, como siempre, la base del sistema de logaritmos neperianos, y $C'''=\frac{dC}{dm'}$.

Como

$$\int e^{-m't}.t.dt=e^{-m't}\left(-\frac{t}{m'}-\frac{1}{m'}\right) \quad \text{y}$$

$$\int e^{-m't}.t.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t.dt=\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t.e^{-m't}\left(-\frac{t+1}{m'}\right)+$$

$$+\int e^{-m't}.\frac{t+1}{m'}.\frac{2\pi}{\tau}.\cos\frac{2\pi}{\tau}t.dt=-e^{-m't}.\frac{t+1}{m'}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t+$$

$$+\frac{2\pi}{\tau.m'}\int e^{-m't}.t.\cos\frac{2\pi}{\tau}t.dt+\frac{2\pi}{\tau.m'}\int e^{-m't}.\cos\frac{2\pi}{\tau}t.dt,$$

(*) Véase núm. 1, pág. 26.

sustituyendo estos valores en la expresión de la integral del segundo término general de α, y llamando, para abreviar, X á esta integral, se tendrá

$$\int e^{-m't}.t.\text{sen}\frac{2\pi}{\tau}t.dt = X = -\frac{e^{-m't}}{m'}(t+1).\text{sen}\frac{2\pi}{\tau}t -$$

$$-\frac{2\pi}{\tau m'}.\frac{e^{-m't}}{m'}t.\cos\frac{2\pi}{\tau}t - \frac{4\pi}{\tau.m'}.\frac{e^{-m't}}{m'}.\cos\frac{2\pi}{\tau}t - \frac{8\pi^2}{\tau^2 m'^2}.e^{-m't}\times$$

$$\times\left[\frac{-m'}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\text{sen}\frac{2\pi}{\tau}t - \frac{\frac{2\pi}{\tau}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t\right] - \frac{4\pi^2}{\tau^2 m'^2}X.$$

De aquí se deduce

$$X = -\frac{e^{-m't}}{m'}(t+1).\frac{m'^2}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\text{sen}\frac{2\pi}{\tau}t - \frac{2\pi}{\tau.m'}.\frac{e^{-m't}}{m'}.t\times$$

$$\times\frac{m'^2}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t - \frac{4\pi}{\tau.m'}.\frac{e^{-m't}}{m'}.\frac{m'^2}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t -$$

$$-\frac{8\pi^2}{\tau^2 m'^2}.e^{-m't}.\frac{m'^2}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\left[\frac{-m'}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\text{sen}\frac{2\pi}{\tau}t -\right.$$

$$\left.-\frac{\frac{2\pi}{\tau}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t\right];$$

y, por consiguiente,

$$\alpha = \operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t.\frac{B}{\mu}\left[\frac{m'}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}} - \frac{8\pi^2}{\tau^2}.\frac{m'}{\left(m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}\right] +$$

$$+\cos\frac{2\pi}{\tau}t.\frac{B}{\mu}\left[\frac{\frac{4\pi}{\tau}}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}} - \frac{8\pi^2}{\tau^2}.\frac{\frac{2\pi}{\tau}}{\left(m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}\right] +$$

$$+C't.e^{m't} - C'''.e^{m't} = \frac{B}{\mu}.\frac{m'\left(m'^2-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)}{\left(m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)^2}\operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}t +$$

$$+\frac{B}{\mu}.\frac{\frac{2\pi}{\tau}.2m'^2}{m'^2+\frac{4\pi^2}{\tau^2}}\cos\frac{2\pi}{\tau}t + C'.t.e^{m't} - C'''.e^{m't}.$$

El retraso vendrá dado por la expresión

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{-\frac{4\pi m'^2}{\tau}}{m'\left(m'^2-\frac{4\pi^2}{\tau^2}\right)} = \frac{\frac{2\pi}{\tau}.q}{r-\frac{4\pi^2}{\tau^2}.\mu},$$

que, siendo análoga á la hallada en los dos casos considerados anteriormente, se presta á idénticas deducciones á las allí hechas para lo que se refiere á la disminución del valor de aquél.

Los dos últimos términos del valor de α pueden escribirse bajo la forma

$e^{-\frac{q}{2\mu}t}(C't - C''')$, que para $t=0$ da $0 = -C'''$, ó $C'''=0$,

lo cual quiere decir que la constante C' es independiente de m'.

Su determinación podría hacerse, sin dificultad, si en ello hubiese interés, enviando al aparato una descarga instantánea, de un condensador $p \,.\, e$, y midiendo la máxima desviación del móvil; calculando, como se hizo en el caso de las raíces reales y desiguales, el valor de t que corresponde á esta máxima desviación, se tienen conocidos en la función $C' \,.\, t \,.\, e^{-\frac{q}{2\mu}t}$, además de su valor, el de todas las variables que en ella entran, y se puede deducir el de C'. El movimiento libre del sistema es, en este caso, como en el primero, *aperiódico*, y el amortiguamiento $\beta = \frac{q}{2\mu}$, que corresponde á la condición $\frac{r}{\mu} = \frac{q^2}{4\mu^2}$, se llama *crítico*, porque, siendo el menor de los relativos á esta clase de movimiento, permite la vuelta del móvil á la posición inicial de equilibrio en el menor tiempo. Si el amortiguamiento disminuye, el movimiento libre del sistema resulta oscilatorio, como se ha dicho antes.

Se ve que en los tres casos considerados hasta aquí conviene que para un cierto amortiguamiento, el sistema móvil tenga muy pequeño momento de inercia, y que la acción directriz que sobre él actúe sea muy enérgica, tanto más, cuanto mayor sea aquel amortiguamiento. En estas condiciones, el móvil obedecerá á la causa ó función que se quiere registrar, y las oscilaciones de aquél podrán tomarse como representación de ésta.

Se ha supuesto en lo que precede que la función F que se quiere registrar es una función armónica sencilla del tiempo. Podrá suceder, y será el caso más general, que dicha función sea periódica más compleja, y entonces procederá su descomposición en armónicas elementales, aplicando el teorema de Fourier. Se podrá escribir, según este teorema,

$$F = B_0 + B_1 \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{t}{\tau} - \beta_1\right) + \ldots + B_n \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) + \ldots$$

Consideremos en la integral general que da el valor de α (*) el término de índice n de la función F, y será

$$\alpha_n = \frac{e^{m't}\left[\int \frac{B_n}{\mu} \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) . e^{-m't} . dt + C'\right]}{m' - m''} -$$

$$- \frac{e^{m''t}\left[\int \frac{B_n}{\mu} \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) . e^{-m''t} . dt + C''\right]}{m' - m''},$$

en cuya expresión

$$m' = -\frac{q}{\mu} + \sqrt{\frac{q^2}{\mu^2} - \frac{r}{\mu}}; \text{ y } m'' = -\frac{q}{\mu} - \sqrt{\frac{q^2}{\mu^2} - \frac{r}{\mu}}.$$

Desarrollando las integrales que aparecen en el numerador, se tiene

$$\int \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) . e^{-m't} . dt = -\operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) . \frac{e^{-m't}}{m'} -$$

$$- \int \frac{-e^{-m't}}{m'} . \cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) \times \frac{2\pi n}{\tau} . dt = -\frac{e^{-m't}}{m'} \times$$

$$\times \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) + \frac{2\pi n}{m'\tau}\left[\frac{-e^{-m't}}{m'} . \cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) -\right.$$

$$\left. - \int \frac{e^{-m't}}{m'} . \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) . \frac{2\pi n}{\tau} . dt\right] = \frac{-e^{-m't}}{m'} \times$$

$$\times \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) - \frac{2\pi n}{m'^2 \tau} . e^{-m't} \cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) - \frac{4\pi^2 n^2}{m'^2 . \tau^2} \times$$

$$\times \int e^{-m't} . \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n\right) dt.$$

---

* Véase la ecuación general (I), planteada en la primera nota.

De donde se deduce, pasando el último término al primer miembro,

$$\int \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right).e^{-m't}.dt\left[\frac{m'^2\tau^2+4\pi^2n^2}{m'^2.\tau^2}\right]=$$

$$=\frac{-e^{-m't}}{m'}\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)-\frac{2\pi n}{m'^2\tau}.e^{-m't}.\cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right).$$

Y, por consiguiente,

$$\int e^{-m't}.\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)dt=$$

$$=\frac{-e^{-m't}.m'^2.\tau^2}{m'^3.\tau^2+4\pi^2n^2.m'}\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)-\frac{2\pi n}{m'^2\tau}\frac{m'^2\tau^2.e^{-m't}}{m'^2\tau^2+4\pi^2n^2}\times$$

$$\times\cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)=\frac{-e^{-m't}}{m'^2\tau^2+4\pi^2n^2}\times$$

$$\times\left[m'\tau^2.\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)+2\pi n.\tau.\cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)\right].$$

De igual modo se obtiene

$$\int e^{-m''t}.\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)dt=\frac{-e^{-m''t}}{m''^2.\tau^2+4\pi^2n^2}\times$$

$$\times\left[m''\tau^2.\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)+2\pi.n.\tau.\cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)\right];$$

y, sustituyendo en el valor de α_n,

$$\alpha_n=\frac{B_n}{\mu(m'-m'')}\left\{\left[\frac{-m'\tau^2}{m'^2\tau^2+4\pi^2n^2}+\frac{m''\tau^2}{m''^2\tau^2+4\pi^2n^2}\right]\times\right.$$

$$\times\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)-\left[\frac{2\pi n\tau}{m'^2\tau^2+4\pi^2n^2}-\frac{2\pi n\tau}{m''^2\tau^2+4\pi^2n^2}\right]\times$$

$$\times \cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)\Bigg\}+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}=\frac{B_n}{\mu(m'-m'')}\times$$

$$\times\Bigg\{\frac{(m''m'^2-m'm''^2)\tau^4+4\pi^2n^2(m''-m')\tau^2}{m'^2.m''^2.\tau^4+4\pi^2n^2(m'^2\tau^2+m''^2\tau^2+4\pi^2n^2)}\operatorname{sen}2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)-$$

$$-\frac{2\pi n\tau^3(m''^2-m'^2)}{m'^2.m''^2.\tau^4+4\pi^2n^2(m'^2\tau^2+m''^2\tau^2+4\pi^2n^2)}\times$$

$$\times\cos 2\pi\left(\frac{nt}{\tau}-\beta_n\right)\Bigg\}+\frac{C'e^{m't}-C''e^{m''t}}{m'-m''}.$$

Prescindiendo del último término, que se refiere al movimiento libre del sistema correspondiente á la armónica de índice n, y que ha sido ampliamente discutido en el caso de ser F una función sinusoidal sencilla, se ve que en el que ahora estudiamos existe una diferencia de fase entre la función F que se quiere registrar y el movimiento no amortiguado del imán ó carrete, que representa el primer término del valor de α_n. Esta diferencia de fase viene dada por la expresión

$$\operatorname{tang}\varphi_n=\frac{2\pi n\tau^3(m''^2-m'^2)}{(m''m'^2-m'm''^2)\tau^4+4\pi^2n^2\tau^2(m''-m')}=$$

$$\frac{2\pi n\tau.\frac{q}{\mu}}{\frac{r}{\mu}\tau^2-4\pi^2n^2}=\frac{2n.\frac{2\pi}{\tau}\sqrt{\frac{\mu}{r}}\times\frac{q}{2\sqrt{\mu r}}}{1-\frac{4\pi^2}{\tau^2}.\frac{\mu}{r}.n^2}.$$

Siendo la duración de una oscilación doble del sistema libre $\theta=2\pi\sqrt{\frac{\mu}{r}}$, y designando por λ la relación $\frac{\theta}{\tau}$, puede escribirse

$$\operatorname{tang}\varphi_n=\frac{2n\lambda\times\frac{q}{2\sqrt{\mu r}}}{1-\frac{4\pi^2}{\tau^2}.\frac{\mu}{r}.n^2}=\frac{2n\lambda\times a}{1-n^2.\lambda^2},$$

en donde a representa la relación $\dfrac{\frac{q}{2\mu}}{\sqrt{\frac{r}{\mu}}} = \dfrac{q}{2\sqrt{\mu r}}$ del amortiguamiento, al *amortiguamiento crítico*, anteriormente definido.

Se ve por esta fórmula que los retrasos correspondientes á las diferentes armónicas crecen desde el valor $\operatorname{tang}\varphi_1 = \dfrac{2\lambda a}{1-\lambda^2}$ para $n=1$, hasta $\operatorname{tang}\varphi_\infty = \dfrac{\frac{2\lambda a}{n}}{\frac{1}{n^2} - \lambda^2} = 0$, que corresponde á un semiperíodo, $\frac{\tau}{2}$. El retraso, para $n = \frac{1}{\lambda}$, se convierte en $\operatorname{tang}\varphi_n = \dfrac{2a}{0} = \infty$; lo que quiere decir que en tiempo es de un cuarto de período ó $\frac{\tau}{4}$. En general, será tanto mayor cuanto lo sea el grado a de amortiguamiento; convendrá, pues, que el amortiguamiento sea tan pequeño como lo permita la conveniencia de extinguir en plazo breve el movimiento libre del sistema á que se refieren los términos exponenciales, y que la relación $\frac{r}{\mu}$ sea grande, como en el caso de una función sinusoidal sencilla.

Sustituyendo en el valor de α_n, m' y m'' por los suyos, é introduciendo los de λ y a, ya definidos en función de los datos del problema, se tiene

$$\alpha_n = \frac{B_n \,.\, \operatorname{sen} 2\pi\left(\frac{nt}{\tau} - \beta_n - \varepsilon_n\right)}{2\sqrt{r\mu(a^2-1)} \times \sqrt{(1-n^2\lambda^2)^2 + (2n\lambda a)^2}},$$

bajo cuya forma se puede discutir fácilmente la influencia que en la desviación total α tendrán las diferentes armónicas com-

ponentes de la función F. Se ve, en efecto, que para valores grandes de n, es decir, para las armónicas de orden más elevado ó de mayor frecuencia, si $\lambda = \frac{\theta}{\tau}$ es grande, el valor de α_n será menor que si λ tiene un valor tal que $n\lambda$ difiera poco de la unidad; lo cual indica que estas armónicas influirán menos en la desviación en el primer caso que en el segundo, ó su efecto quedará en aquél debilitado, y reforzado en el último. En cuanto á las armónicas de menor frecuencia, n más pequeño, sucederá también que, según el valor de λ, ejercerán mayor ó menor influencia en la desviación α. El máximo refuerzo corresponderá á la condición

$$-2 . 2 n \lambda^2 (1 - n^2 \lambda^2) + 2 . 2 \lambda a . 2 n \lambda a = 0;$$

que da

$$n = \frac{\sqrt{1 - 2 a^2}}{\lambda},$$

y será, por otra parte, tanto mayor cuanto que a sea más pequeño. Si $a = 0$ y $n = \frac{1}{\lambda}$, el denominador de α_n se convierte en cero, y la amplitud de la oscilación toma un valor infinito. Quiere esto decir que, en tales circunstancias, el movimiento oscilatorio se convertiría en giratorio continuo, del mismo modo que sucedería con un péndulo que recibiese en sus oscilaciones sucesivas impulsiones crecientes que llegasen á obligarle á dar la vuelta completa alrededor del punto de suspensión. El instrumento es, entonces, un *resonador* perfecto, con peligro seguro de su conservación. Será necesario, para evitar estos efectos de *resonancia*, que haya un cierto amortiguamiento, ó que $a > 0$; y, además, para que las armónicas superiores á la fundamentad, $n > 1$, no tengan influencia excesiva en la desviación, que $\lambda > 1$, ó, lo que es igual, que $a > \frac{\sqrt{1 - \lambda^2}}{2}$. Si λ fuese muy grande, podría suceder que

las armónicas superiores, ó de frecuencia elevada, produjesen un efecto muy pequeño ó casi nulo en la desviación; quedarían, por así decirlo, desvanecidas en el instrumento registrador.

Resumiendo, puede decirse que debe existir un cierto amortiguamiento, no muy grande, para que el retraso φ no lo sea, y no inferior á $\frac{\sqrt{1-\lambda^2}}{2}$, en el caso de un fenómeno continuo, para que las armónicas de orden elevado no refuercen excesivamente su acción. En cuanto á la duración θ del período de oscilación propio del instrumento, debe ser tanto menor, para que lo sea λ, cuanto que existan en F armónicas de orden más elevado. En el caso de no existir estas armónicas, ó en el de no tener el fenómeno que se estudie carácter de absoluta continuidad, suele adoptarse el amortiguamiento *crítico*, que, como se ha visto, determina más rápidamente la aperiodicidad, evitando que las curvas resulten como festoneadas; y que, además, atenúa las sinuosidades más pronunciadas que en ellas hace nacer la aparición de las acciones de inercia producida al cesar momentáneamente las de la función que se registra, si no es absolutamente continua.

Como puede observarse, las condiciones deducidas, relativas á la construcción de estos instrumentos registradores, tienden á disminuir la importancia de los dos primeros términos de la ecuación fundamental, $\mu \cdot \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$ y $q \cdot \frac{d\alpha}{dt}$, que, sin embargo, no pueden anularse porque no se puede anular la inercia. Resulta, en estas condiciones, predominante el término $r\alpha$, y la función F sensiblemente proporcional á la desviación α. Aunque sea esto lo más general, debe notarse que se ha construído un aparato, el *reógrafo* de M. Abraham, en el que se hacen obrar sobre el sistema móvil las aceleraciones comunicadas al mismo por la acción de una corriente $i = \frac{d^2 I}{dt^2}$; haciendo, de este modo, predominante el primer término de la ecuación, y buscando la compensación del segundo y tercero,

para atenuar su influencia, en la misma corriente principal I que se estudia.

A los principios anteriormente expuestos obedecen los instrumentos ideados por los Sres. Blondel y Duddell, cuya descripción está hecha en diferentes revistas, *Comp. rend. de l'Ac. de Sc. de París, L'Eclairage électrique, Electrical Review,* y en algunos libros, como el de Mr. Armagnat, que se ocupan en el estudio de esta parte de la *Electrometría.* Para poder obtener las curvas sirve de complemento á estos instrumentos otro designado genéricamente con el nombre de *sincronoscopio.* El sistema móvil del instrumento registrador lleva fijo un espejito al que se envía un rayo luminoso, que, después de reflejado en él, se recibe en una pantalla ó placa fotográfica, á la que, por diferentes medios, se puede comunicar un movimiento uniforme, es decir, proporcional al tiempo, de velocidad conocida, generalmente en dirección normal á la desviación del rayo.

La teoría que se acaba de exponer es general y aplicable en todos aquellos casos en que pueda plantearse la ecuación general que ha servido de punto de partida para desarrollar aquélla. En el de un indicador de trabajo de un motor térmico, $p.e$, se quiere obtener la curva de presiones F en el cilindro para las diferentes posiciones del émbolo; la acción r es la tensión del resorte graduado que se emplee, y el amortiguamiento es producido, principalmente, por los rozamientos. En algunos diagramas se ven manifiestos los efectos de la inercia, sobre todo cuando son más importantes, es decir, en el momento de iniciarse la plena presión, cuando el amortiguamiento no es aún completo.

En el caso del agrupamiento de dos alternadores, sabido es que se originan movimientos pendulares como consecuencia de la falta de sincronismo absoluto de aquéllos. Para disminuirlos convendrá, según lo que queda expuesto, que la acción sincronizante de la corriente que atraviesa el circuíto de sus inducidos, dependiente de la autoinducción y resistencia de los

mismos, sea enérgica, y que el amortiguamiento que determinan los rozamientos, las corrientes parásitas, y á veces amortiguadores especiales como los de los Sres. Hutin y Leblanc, tenga un valor apropiado, dependiente del número y frecuencia de las armónicas componentes de las fuerzas electromotrices y corrientes engendradas en las máquinas.

La falta de sincronismo que produce estos movimientos pendulares puede tener su origen en diferentes causas, que serán la función que hemos designado por F en este estudio; tales como la irregularidad de marcha de los motores que hacen girar las máquinas eléctricas, las de los reguladores de aquéllos, el paso de las juntas de las correas, cuando se emlee este medio de transmisión, por las llantas de las poleas ó tambores, las variaciones de la reacción de armadura en las generatrices...; acciones que pueden ser instantáneas y repetirse periódicamente, ó que obran de una manera más ó menos continua.

(Concluirá.)

XIV.—Transformaciones de tercer orden.

Por M. Vegas (1).

I.—Figuras con dos tetraedros homólogos.

1. Entre las transformaciones de grado superior al segundo existe una, en la cual á cada una de las caras a, b, c y d de un tetraedro $ABCD$, perteneciente á una figura ω, corresponde en la figura homóloga ω' los planos de las caras de otro tetraedro $A'B'C'D'$ que concurren respectivamente en el vértice A', B', C' y D'. En esta transformación, las relaciones que enlazan las coordenadas de los puntos homólogos de las dos figuras tienen la forma

(1) Este trabajo es un capítulo de un tratado de Geometría Analítica que tiene en preparación el autor.

$$\frac{x'}{a_1 yzt} = \frac{y'}{b_2 xzt} = \frac{z'}{c_3 xyt} = \frac{t'}{d_4 xyz} \quad [1]$$

cuando se toman aquellos dos tetraedros como fundamentales, uno en cada una de dichas figuras, relaciones que demuestran que la transformación es de tercer grado, y además es racional, puesto que de ellas se deducen estas otras

$$\frac{x'\,y'\,z'}{a_1\,b_2\,c_3\,x^2\,y^2\,z^2\,t^3} = \frac{x'\,y'\,t'}{a_1\,b_2\,d_4\,x^2\,y^2\,z^3\,t^2} = \frac{x'\,z'\,t'}{a_1\,c_3\,d_4\,x^2\,y^3\,z^2\,t^2}$$

$$= \frac{y'\,z'\,t'}{b_2\,c_3\,d_4\,x^3\,y^2\,z^2\,t^2}.$$

ó sea,

$$\frac{x}{a_1\,y'\,z'\,t'} = \frac{y}{b_2\,x'\,z'\,t'} = \frac{z}{c_3\,x'\,y'\,t'} = \frac{t}{d_4\,x'\,y'\,z'} \quad [2]$$

que demuestran que á un punto de la figura φ' corresponde uno solo en la φ.

En las figuras en el espacio existe una relación correlativa con la anterior cuyas propiedades son fáciles de enunciar.

2. A toda superficie de orden m en una φ de las dos figuras así relacionadas, corresponde en la otra una superficie de orden $3m$; en particular, á un plano corresponde una superficie de tercer orden, y á una superficie de segundo orden corresponde otra de sexto orden.

Si $lx' + my' + mz' + pt' = 0$ es la ecuación de un plano P' de la figura φ', la ecuación de la superficie homóloga P es, en virtud de las relaciones [1],

$$la_1\,yzt + mb_2\,xzt + nc_3\,xyt + pd_4\,xyz = 0 \quad [3],$$

que demuestra que esta superficie contiene á las seis aristas del tetraedro $ABCD$.

Cuando el plano P' pasa por uno D' de los vértices del tetraedro respectivo $A'\,B'\,C'\,D'$, la ecuación anterior de la superficie P se reduce á la $t\,(la_1\,yz + mb_2\,xz + nc_3\,xy) = 0$;

y, por tanto, esta superficie se compone del plano d, ó sea ABC, y de una superficie cónica de segundo orden, circunscrita al tetraedro $ABCD$.

Si dicho plano P' pasa por una arista $C'D'$ del tetraedro $A'B'C'D'$, su ecuación tiene la forma $x - \lambda y = 0$, y la ecuación [3] se reduce á la $z t (a_1 y - \lambda b_2 x) = 0$, que representa los planos c, d y uno que pase por la arista CD del tetraedro $ABCD$.

Prescindiendo de los planos de las caras del tetraedro $ABCD$ que forman partes de la superficie P, puede decirse que, cuando dos figuras en el espacio se relacionan de la manera indicada en el párrafo anterior, á un plano P' de una de ellas, corresponde en la otra una superficie P de tercer orden que contiene las aristas del tetraedro $ABCD$, un cono de segundo orden circunscrito á este tetraedro ó un plano que pasa por una arista del mismo, según que aquel plano no pase por ningún vértice del tetraedro $A'B'C'D'$, pase por uno de estos vértices, ó contenga una arista.

3. Si en las ecuaciones $x' - \lambda y' = 0$ y $a_1 y - \lambda b_2 x = 0$, que representan dos planos homólogos P' y P, suponemos variable el parámetro λ, se deduce que á todo haz de planos de una de las dos figuras φ y φ', cuya arista es una de las del tetraedro fundamental, corresponde en la otra un haz de planos proyectivo con aquél, cuya arista es la homóloga del otro tetraedro, y en esta relación proyectiva á los planos a' y b' corresponden los b y a respectivamente.

De modo que, considerando los puntos de la figura φ como puntos de intersección de los planos de los haces cuyas aristas son las rectas AB, AC y BC, los puntos correspondientes de la figura φ' son los de intersección de los planos homólogos de aquéllos en los haces de aristas $A'B'$, $A'C'$ y $B'C'$ proyectivos con los primeros.

4. Recíprocamente, si relacionamos dos figuras φ y φ' en el espacio, de tal modo que á los puntos de intersección de los planos de tres haces cuyas aristas AB, AC y BC son los lados de un triángulo en una φ de ellas corresponden en la otra φ' los puntos de intersección de los planos homólogos de otros

tres haces proyectivos con aquellos cuyas aristas $A'B'$, $A'C'$ y $B'C'$ son también lados de otro triángulo, pero de tal manera que al plano ABC común á los tres primeros haces, considerado como de cualquiera de ellos, corresponda en los otros haces tres planos distintos $A'B'D'$, $A'C'D'$ y $B'C'D'$, dichas figuras φ y φ' estén relacionadas mediante una transformación de tercer orden.

Pues tomando como tetraedros de referencia el $ABCD$ y el $A'B'C'D'$, las ecuaciones de los tres primeros haces de planos son respectivamente $z - \lambda t = 0$, $y - \mu t = 0$, y $x - \nu t = 0$, y las de sus homólogos $t' - k_1 \lambda x' = 0$, $t' - k_2 \mu y' = 0$, y $t' - k_3 \nu x' = 0$, y eliminando entre estos dos grupos de ecuaciones las cantidades λ, μ y ν, se obtienen las ecuaciones

$$\frac{z}{t'} = \frac{t}{k_1 z'}, \quad \frac{y}{t'} = \frac{t}{k_2 y'}, \quad \frac{x}{t'} = \frac{t}{k_3 x'},$$

de las cuales se deducen las relaciones

$$\frac{x}{k_1 k_2 y' z' t'} = \frac{y}{k_1 k_3 x' z' t'} = \frac{z}{k_2 k_3 x' y' t'} = \frac{t}{k_1 k_2 k_3 x' y' z'},$$

que demuestran la verdad del teorema.

5. De los dos teoremas anteriores se deduce que, si en dos figuras φ y φ' en el espacio se consideran dos tetraedros, $ABCD$ y $A'B'C'D'$, y á

los haces de planos cuyas aristas son las del primer tetraedro se hacen corresponder otros cuyas aristas son las del segundo tetraedro, proyectivos con aquéllos, á condición de que á los pares de planos a-b, a-c, a-d, b-c, b-d y c-d correspondan respectivamente los pares de planos b'-a', c'-a', d'-a', c'-b', d'-b' y d'-c';

las series cuyas bases son las aristas del primer tetraedro se hacen corresponder otras series cuyas bases son las aristas del segundo tetraedro proyectivas con aquéllas, á condición de que á los pares de puntos A-B, A-C, A-D, B-C, B-D, y C-D correspondan respectivamente los pares de puntos B'-A', C'-A', D'-A', C'-B'

si, además, á seis planos, uno de cada uno de aquellos primeros haces, concurrentes en un punto M, corresponden otros seis planos de los seis haces segundos, concurrentes en otro punto M'; á cada grupo de seis planos concurrentes de los haces respectivos en una cualquiera φ de las dos figuras, corresponde en la otra φ' otro grupo de seis planos también concurrentes, en un punto, siendo los pares de puntos, así obtenidos, homólogos en la transformación de tercer orden determinada por tres de los primeros haces, cuyas aristas forman un triángulo, en una de las dos figuras, y sus homólogos en la otra.

D'-B' y D'-C'; si además, á seis puntos, uno de cada una de aquellas primeras series rectilíneas, situados en un plano M, corresponden otros seis puntos de las otras series rectilíneas, situados en un plano M', á cada grupo de seis puntos coplanares de las series rectilíneas respectivas en una φ de las dos figuras, corresponde en la otra φ' otro grupo de seis puntos coplanares, siendo los pares de planos, así obtenidos, homólogos en la transformación de tercer orden determinada por tres de las primeras series rectilíneas, cuyas bases forman un triedro, en una de las dos figuras, y las series homólogas en la otra.

6. En dos figuras, φ y φ', relacionadas mediante la transformación de tercer orden citada en los párrafos anteriores, á toda recta m de una de ellas φ que pasa por uno D de los vértices del tetraedro fundamental respectivo, corresponde en la otra figura φ' una recta m' que pasa por el vértice D' de su tetraedro fundamental, y estos pares de rectas m - m' constituyen dos radiaciones de vértices D y D' relacionadas por una transformación de segundo orden, en la cual son homólogos los haces de planos cuyas aristas son las correspondientes de los dos triedros respectivos; lo cual se deduce inmediatamente considerando sólo las tres primeras razones de las ecuaciones [2], y suprimiendo el factor t', común á los denominadores.

Conclúyese de aquí que la relación entre las dos figuras φ y φ' se determina también tomando en una de ellas un haz de

planos AB y una radiación D, y en la otra un haz de planos $A'B'$ proyectivo con aquél, y una radiación D' relacionada con la D mediante una transformación de segundo orden.

7. En dos figuras φ y φ' en el espacio relacionadas por la transformación de tercer grado que consideramos: 1.°, una recta m que corta á dos aristas opuestas AB y CD del tetraedro $ABCD$ de la figura φ, tiene como homóloga en la figura φ' una recta m' que corta á las dos aristas $A'B'$ y $C'D'$ opuestas del tetraedro $A'B'C'D'$; 2.°, una recta m que corta á una sola arista CD del tetraedro $ABCD$ tiene como homóloga una curva de segundo orden m' que corta en un solo punto á la arista $C'D'$, correspondiente con aquélla en el tetraedro $A'B'C'D'$; y 3.°, si una recta m no corta á ninguna arista del tetraedro $ABCD$, tiene como homóloga una curva alabeada de tercer orden que pasa por los vértices del tetraedro $A'B'C'D'$.

Pues, en el primer caso, la recta dada puede determinarse por los dos planos ABm y CDm que pasan por ella, á los cuales corresponden otros dos planos que pasan respectivamente por las aristas $A'B'$ y $C'D'$ del tetraedro $A'B'C'D'$. En el segundo caso, la recta m puede considerarse determinada por el plano CDm y el Am; y, por tanto, la línea m' es la intersección del plano $C'D'm'$, homólogo del anterior, con el cono de segundo orden $A'm'$ homólogo del plano Am. Por último; en el tercer caso la recta m es intersección de los planos Am y Bm, á los cuales corresponden dos conos $A'm'$ y $B'm'$ de segundo orden que tienen común la generatriz rectilínea $A'B'$, y, por tanto, su línea de intersección m' es una curva alabeada de tercer orden.

De las propiedades de las rectas contenidas en un plano se deducen, en virtud de los teoremas anteriores, otras propiedades referentes á las superficies de tercer orden citadas en el párrafo 2. Así, esta superficie contiene tres rectas que cortan á los tres pares de aristas opuestas del tetraedro correspondiente, que son las homólogas de las rectas situadas en el plano homólogo de la superficie que cortan á los tres pares de aristas homólogas del otro tetraedro; la superficie de tercer orden

de que se trata admite seis generaciones por líneas de segundo orden, é infinitas por líneas alabeadas de tercer orden; generaciones que corresponden con los haces de rectas del citado plano, que tienen sus vértices en las seis aristas del tetraedro respectivo ó con los demás haces generadores de este plano.

8. A una superficie S de segundo orden corresponde como homóloga, en la transformación de tercer grado que estudiamos, una superficie S' de sexto orden que tiene dobles las aristas del tetraedro $A'\,B'\,C'\,D'$, una superficie de quinto orden, de cuarto, una de tercero, de segundo ó un plano, según que la superficie S no contenga ninguno de los vértices del tetraedro de referencia, contenga uno de estos puntos, dos, tres, los cuatro, ó sea una superficie cónica circunscrita á este tetraedro y tenga su vértice en uno de los de éste.

Pues si

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dt^2 + 2Fyz + 2Gxz + 2Hxy +$$
$$2Lxt + 2Myt + 2Nzt = 0$$

es la ecuación de la superficie S, la que representa á la S' es, en virtud de las relaciones [2],

$$Aa_1^2y'^2z'^2t'^2 + Bb_2^2x'^2z'^2t'^2 + Cc_3^2x'^2y'^2t'^2 + Dd_4^2x'^2y'^2z'^2 +$$
$$2Fb_2c_3x'^2y'z't'^2 + 2Ga_1c_3x'y'^2z't'^2 + 2Ha_1b_2x'y'z'^2t'^2 +$$
$$2La_1d_4x'y'^2z'^2t' + 2Mb_2d_4x'^2y'z'^2t' + 2Nc_3d_4x'^2y'^2z't' = 0 \quad [4],$$

y la línea de intersección de la superficie S' con el plano d' es la línea común á este plano y á la superficie que representa la ecuación $x'^2\,y'^2\,z'^2 = 0$; lo que prueba que las aristas $A'B'$ $A'C'$ y $B'C'$ del tetraedro $A'\,B'\,C'\,D'$ son rectas dobles de la superficie.

Cuando la superficie S está circunscrita al tetraedro $ABCD$, la ecuación anterior carece de los cuatro primeros términos y, por tanto, suprimido el factor común $2x'y'z't'$, se obtiene para la superficie S' la ecuación

$$Fb_2c_3x't' + Ga_1c_3y't' + Ha_1b_2z't' + La_1d_4y'z'$$
$$+ Mb_2d_4x'z' + Nc_3d_4x'y' = 0 \quad [5],$$

en el caso de que contenga la superficie S á dos aristas AB y CD opuestas del tetraedro $ABCD$, la S' contiene las aristas $A'B'$ y $C'D'$; y si aquélla pasa por dos pares de aristas opuestas del primer tetraedro, ésta contiene otros dos pares de aristas opuestas del otro.

Problema. Hallar la línea homóloga de una curva de segundo orden en la transformación de tercer grado que estudiamos. Discusión del problema según las posiciones que la curva dada puede ocupar respecto del tetraedro respectivo.

II.—Figuras inversas respecto de un tetraedro.

9. Si los dos tetraedros $ABCD$ y $A'B'C'D'$ se confunden, es decir, si relacionamos dos figuras en el espacio de modo que á cada uno de los planos de las caras de un tetraedro $ABCD$ correspondan los planos de las otras tres caras, se obtiene una transformación de tercer grado, caso particular de la estudiada en el artículo anterior, en la cual las relaciones que enlazan las coordenadas de los puntos homólogos son las mismas [1] ó [2], las cuales ponen de manifiesto que dichos puntos se corresponden doblemente, y las dos figuras φ y φ' constituyen un sistema análogo á la involución. Como las relaciones [1] pueden escribirse en la forma

$$\frac{x'}{a_1\dfrac{1}{x}} = \frac{y'}{b_2\dfrac{1}{y}} = \frac{z'}{c_3\dfrac{1}{z}} = \frac{t'}{d_4\dfrac{1}{t}} \quad [6],$$

de aquí que á estas *figuras* se llamen *inversas* respecto de dicho *tetraedro* considerado como *fundamental.*

Correlativamente se llaman también figuras inversas respecto de un tetraedro dos figuras relacionadas de modo que á un

plano de la una corresponde otro plano de la otra, y á cada uno de los vértices del tetraedro fundamental corresponde el conjunto de los otros tres vértices. Las relaciones que enlazan las coordenadas tangenciales de dos planos homólogos son

$$\frac{u'}{a_1 \frac{1}{u}} = \frac{v'}{b_2 \frac{1}{v}} = \frac{w'}{c_3 \frac{1}{w}} = \frac{r'}{d_4 \frac{1}{r}} \quad [7].$$

10. Al haz de planos cuya arista es una cualquiera de las del tetraedro fundamental corresponde otro de la misma arista que está en involución con aquél (3); y recíprocamente, si consideramos tres haces de planos en involución, cuyas aristas formen un triángulo, y el punto de intersección de tres planos, uno de cada uno de estos haces, se considera como homólogo del punto de intersección de los planos conjugados con aquéllos, las dos figuras así relacionadas son inversas respecto del tetraedro formado por el plano común á dichos haces y por los conjugados con él en las citadas involuciones (4).

De todo lo cual y de las consideraciones correlativas se deducen las proposiciones siguientes, casos particulares de las del párrafo 5.

Si cada una de las aristas de un tetraedro $ABCD$ es base de un haz de planos en involución en el que son conjugadas las dos caras que pasan por ella, y á los planos ABM, ACM, ADM, BCM, BDM y CDM de los seis haces que pasan por un punto M, corresponden como conjugados seis planos ABM_1, ACM_1, ADM_1, BCM_1, BDM_1 y CDM_1, que pasan por otro punto M_1, los dos puntos M y M_1 son inversos respecto del tetraedro una serie de puntos en involución en la que son conjugados los dos vértices que contiene, y á los seis puntos abm, acm, adm, bcm, bdm y cdm de las seis series, situados en un plano m, corresponden como conjugados seis puntos abm_1, acm_1, abm_1, bcm_1, bdm_1 y cdm_1, situados en otro plano m_1, los dos planos m y m_1 son inversos respecto del tetraedro $ABCD$, y

ABCD, y todo punto tiene su inverso respecto de este tetraedro.

todo plano del espacio tiene su inverso respecto de este tetraedro.

Lo dicho en los párrafos 2, 6, 7 y 8 se aplica también á este caso particular.

11. Las coordenadas de los puntos dobles, ó sea inversos de sí mismos respecto de un tetraedro, están dadas por las ecuaciones

$$\frac{x^2}{a_1} = \frac{y^2}{b_2} = \frac{z^2}{c_3} = \frac{t^2}{d_4}$$

deducidas de las relaciones [6], poniendo $x = x'$, $y = y'$, $z = z'$ $t = t'$, ó sea, por las ecuaciones

$$\frac{x}{\sqrt{a_1}} = \pm \frac{y}{\sqrt{b_2}} = \pm \frac{z}{\sqrt{c_3}} = \pm \frac{t}{\sqrt{d_4}} \quad [8],$$

que prueban que existen ocho puntos dobles los cuales son todos reales ó todos imaginarios, y cada uno de ellos está en uno de los ocho tetraedros que tienen los mismos vértices *A*, *B*, *C* y *D*.

Los planos que unen estos puntos con las aristas del tetraedro fundamental son los rayos dobles de las involuciones consideradas en las mismas, y recíprocamente los puntos de intersección de los planos dobles de dichas involuciones, son los únicos puntos dobles que contienen las dos figuras; de modo que cuando tres de estas involuciones, cuyas aristas forman un triángulo, tienen planos dobles reales, también los tienen reales las tres restantes.

12. Las rectas que unen dos puntos inversos respecto de un tetraedro con uno de sus vértices son inversas respecto del triedro correspondiente á este vértice (6) y, por

Las rectas de intersección de dos planos inversos respecto de un tetraedro con el plano de una de sus caras son inversas respecto de esta cara y, por tanto, las rectas dobles

tanto, las rectas dobles en esta inversión contienen los puntos dobles de aquélla, y son rectas dobles de la misma.

en esta inversión están situadas en los planos dobles de aquélla, y son rectas dobles de la misma.

De aquí resulta que los ocho puntos dobles de dos figuras inversas respecto de un tetraedro están de dos en dos en rectas que concurren en un vértice y armónicamente separados por él y por el plano de la cara opuesta, lo cual permite deducir de uno K de dichos puntos los siete E, F, G, H, I, J y L restantes (fig. 1). Pues los puntos E, F, G y H son los armónicamente separados del K por cada uno de los vértices A, B, C y D y el plano de la cara opuesta, y de uno cualquiera G de aquellos cuatro puntos se deducen por el mismo procedimiento los tres restantes L, I, J.

13. Las rectas MP, NQ y $\tilde{N}O$ que pasan por un punto doble K, y cortan á dos aristas opuestas del tetraedro fundamental, son rectas dobles (7); y, recíprocamente, toda recta doble que corta á dos aristas opuestas de este tetraedro pasa por dos puntos dobles armónicamente separados por dichas aristas, de donde se deduce que, una vez obtenido un punto doble K, se deducen otros tres I, J y L, buscando los armónicamente separados de aquél por los tres pares de aristas opuestas del tetraedro fundamental, y los otros cuatro buscando los armónicamente separados del mismo K por cada vértice y por el plano de la cara opuesta.

14. Tratemos ahora de determinar las *superficies analagmáticas* ó inversas de sí mismas respecto de un tetraedro.

Desde luego los planos dobles de las involuciones fundamentales son los únicos dobles ó analagmáticos. En cuanto á las superficies cónicas de segundo orden analagmáticas, de lo dicho en el párrafo 12 se deduce: 1.°, que si sólo una de las involuciones fundamentales, la de arista AB, tiene planos dobles, existen dos haces de conos analagmáticos de vértice A, y otros dos de vértice B; 2.°, si dos de las citadas involuciones, AB y AC, tienen rayos dobles, y también, por consiguiente, la involución de base AD, existen tres pares de haces de

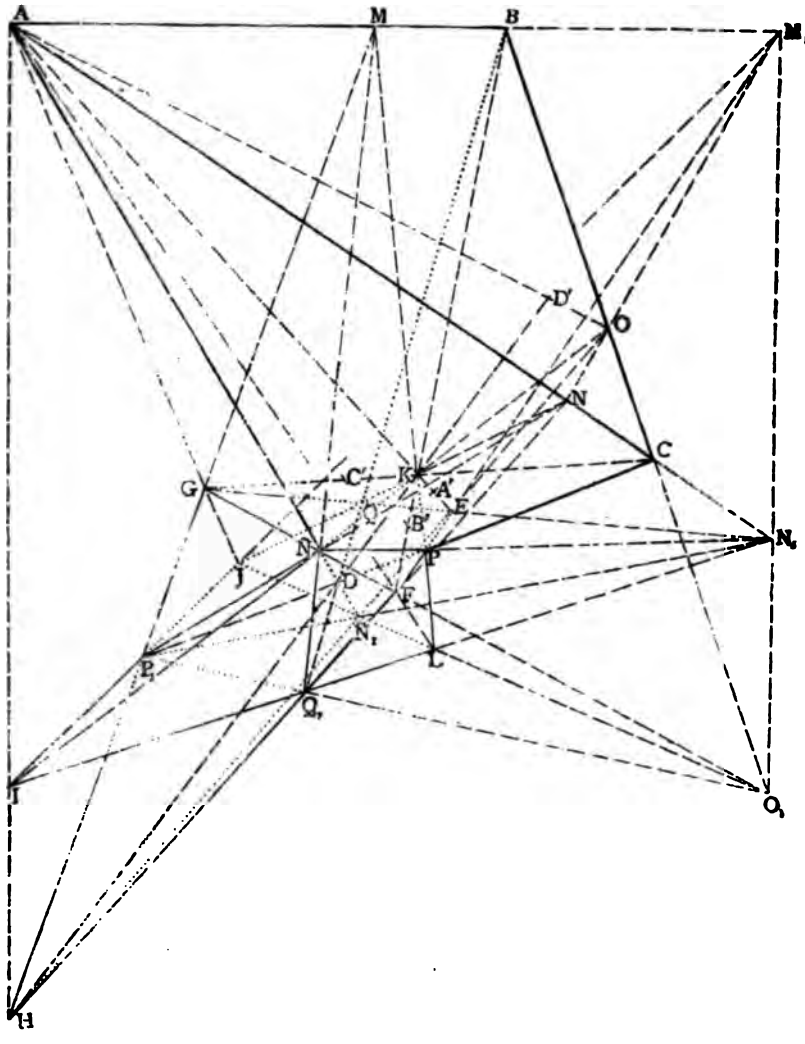


Figura 1.

conos analagmáticos de vértice A, y un par de haces de vértice B, C y D respectivamente; y 3.°, si todas las involuciones fundamentales tienen planos dobles, cada uno de los vértices del tetraedro fundamental es vértice de dos haces de superficies cónicas de segundo orden analagmáticas. En todos los casos los puntos dobles de la inversión en el espacio están cuatro en todas las superficies cónicas analagmáticas de un haz cuyo vértice es uno de los del tetraedro fundamental, y los otros cuatro son comunes á los que constituyen el otro haz correspondiente de este mismo vértice según se sabe por las propiedades conocidas de la inversión respecto de un triedro.

15. Para que sea analagmática una superficie S de segundo orden no cónica, ó que, siendo cónica, no tiene su vértice en ninguno de los del tetraedro fundamental, es necesario que sea circunscrita á este tetraedro (8); pero si

$$Fyz + Gxz + Hxy + Lxt + Myt + Nzt = 0$$

es la ecuación de la superficie S, la de la superficie inversa es

$$Fb_2c_3xt + Ga_1c_3yt + Ha_1b_2zt + La_1d_4yz + Mb_2d_4xz$$
$$+ Nc_3d_4xy = 0$$

y las condiciones que deben verificarse para que sea analagmática son

$$\frac{F}{L}b_2c_3 = \frac{G}{M}a_1c_3 = \frac{H}{N}a_1b_2 = \frac{L}{F}a_1d_4 = \frac{M}{G}b_2d_4 = \frac{N}{H}c_3d_4$$

de las cuales se deducen las igualdades

$$\frac{F}{L} = \pm\sqrt{\frac{a_1d_4}{b_2c_3}},\quad \frac{G}{M} = \pm\sqrt{\frac{b_2d_4}{a_1c_3}},\ \text{y}\ \frac{H}{N} = \pm\sqrt{\frac{c_3d_4}{a_1b_2}},$$

que manifiestan que, cuando los productos a_1d_4, b_2d_4 y c_3d_4 tie-

nen el mismo signo que los b_2c_3, a_1c_3 y a_1b_2 respectivamente existen dos redes de superficies de segundo orden analagmá, ticas, una de las cuales está representada por la ecuación

$$L\left(xt+\sqrt{\frac{a_1d_4}{b_2c_3}}\,yz\right)+M\left(yt+\sqrt{\frac{b_2d_4}{a_1c_3}}\,xz\right)$$

$$+N\left(zt+\sqrt{\frac{c_3d_4}{a_1b_2}}\,xy\right)=0 \quad [9].$$

y la otra lo está por la ecuación

$$L\left(xt-\sqrt{\frac{a_1d_4}{b_2c_3}}\,yz\right)+M\left(yt-\sqrt{\frac{b_2d_4}{a_1c_3}}\,xz\right)$$

$$+N\left(zt-\sqrt{\frac{c_3d_4}{a_1b_2}}\,xy\right)=0 \quad [10].$$

Las superficies de la primera red pasan por los cuatro puntos dobles E, F, G y H, puesto que verifican la ecuación [9] las coordenadas respectivas, que son

$$(\sqrt{a_1}, -\sqrt{b_2}, -\sqrt{c_3}, -\sqrt{d_4}), (\sqrt{a_1}, -\sqrt{b_2}, \sqrt{c_3}, \sqrt{d_4}),$$

$$(\sqrt{a_1}, \sqrt{b_2}, -\sqrt{c_3}, \sqrt{d_4}) \text{ y } (\sqrt{a_1}, \sqrt{b_2}, \sqrt{c_3}, -\sqrt{d_4})$$

y asimismo los otros puntos dobles K, I, J y L, cuyas coordinadas respectivas son

$$(\sqrt{a_1}, \sqrt{b_2}, \sqrt{c_3}, \sqrt{d_4}), (\sqrt{a_1}, \sqrt{b_2}, -\sqrt{c_3}, -\sqrt{d_4}),$$

$$(\sqrt{a_1}, -\sqrt{b_2}, \sqrt{c_3}, -\sqrt{d_4}) \text{ y } (\sqrt{a_1}, -\sqrt{b_2}, -\sqrt{c_3}, \sqrt{d_4})$$

están en las superficies de la segunda red. Y como bastan siete puntos para determinar cada una de estas redes, se dedu-

ce que toda cuádrica que pasa por los cuatro vértices del tetraedro fundamental y postres vértices de uno de los tetraedros $EFGH$ é $IJKL$, formados por los puntos dobles en una inversión definida por este tetraedro, es analagmática y contiene el cuarto vértice de aquel tetraedro. Finalmente, cada uno de los dos tetraedros $EFGH$ é $IJKL$ es autopolar común á todas las superficies analagmáticas circunscritas al otro, y, por tanto, estos dos tetraedros definen dichas redes; pues el plano polar del punto K, por ejemplo, respecto de cada una de las tres superficies de la primera red, representadas por las ecuaciones

$$xt + \sqrt{\frac{a_1 d_4}{b_2 c_3}}\, yz = 0, \quad yt + \sqrt{\frac{b_2 d_4}{a_1 c_3}}\, xz = 0 \quad y$$

$$zt + \sqrt{\frac{c_3 d_4}{a_1 b_2}}\, xy = 0,$$

contiene los otros tres vértices I, J y L del tetraedro respectivo.

16. Si suponemos que los coeficientes a_1, b_2, c_3 y d_4 son iguales entre sí, las relaciones [6] se transforman en las siguientes:

$$\frac{x'}{\frac{1}{x}} = \frac{y'}{\frac{1}{y}} = \frac{z'}{\frac{1}{z}} = \frac{t'}{\frac{1}{t}} \quad |11|.$$

Los planos dobles de las involuciones fundamentales están representados por las ecuaciones $x \pm y = 0$, $x \pm z = 0$, $x \pm t = 0$, $y \pm z = 0$, $y \pm z = 0$, y $z \pm t = 0$; es decir, son los planos bisectores de los ángulos diedros del tetraedro fundamental $ABCD$, y, por tanto, dichas involuciones son simétricas y cada par de rayos conjugados son isogonales respecto de las caras de dicho tetraedro, por cuya razón la *inversión* recibe en este caso el nombre de *isogonal*.

Todas las propiedades de las figuras inversas explicadas en los párrafos anteriores subsisten; en particular, los puntos do-

bles son los centros de las esferas tangentes á los planos de las caras del tetraedro fundamental.

Las redes que forman las cuádricas analagmáticas, que no son todas cónicas, están representadas por las ecuaciones

$$L(xt + yz) + M(yt + xz) + N(zt + xy) = 0$$
$$L(xt - yz) + M(yt - xz) + N(zt - xy) = 0.$$

Los planos isogonales de los medianos de un tetraedro deben llamarse *simedianos* del mismo, y concurren en el punto inverso isogonal del baricentro. Este punto lo llamaremos *simediano*, por analogía con el punto de este nombre en un triángulo, y sus coordenadas son a, b, c y d, puesto que las del baricentro son $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ y $\frac{1}{d}$.

17. Suponiendo que los coeficientes de las relaciones [6] tienen los valores dados por las igualdades $a_1 = \frac{1}{a^2}$, $b_2 = \frac{1}{b^2}$, $c_3 = \frac{1}{c^2}$ y $d_4 = \frac{1}{d^2}$, siendo a, b, c y d las áreas de las caras del tetraedro fundamental $ABCD$, dichas relaciones se transforman en las siguientes

$$\frac{x'}{\frac{1}{a^2x}} = \frac{y'}{\frac{1}{b^2y}} = \frac{z'}{\frac{1}{c^2z}} = \frac{t'}{\frac{1}{d^2t}}$$

y los planos dobles de las involuciones fundamentales están representados por las ecuaciones $ax = \pm by = \pm cz = \pm dt$; es decir, son los planos medianos del tetraedro y los trazados por cada arista paralelamente á la opuesta. Los puntos inversos se llaman en este caso *recíprocos* respecto del tetraedro $ABCD$.

Los puntos dobles de dos figuras en el espacio, recíprocas respecto de un tetraedro, son el baricentro y los puntos armó-

nicamente separados del mismo por cada par de aristas opuestas ó por cada vértice y el plano de la cara opuesta.

18. Otro caso particular interesante de la inversión respecto de un tetraedro es aquel en que se considera el plano como elemento generador del espacio y las series en involución consideradas en las aristas del tetraedro fundamental son simétricas, en cuyo caso los planos homólogos se llaman *isotómicos* respecto de dicho tetraedro.

Si en las relaciones

$$\frac{u'}{a_1 \frac{1}{u}} = \frac{v'}{b_2 \frac{1}{v}} = \frac{w'}{c_3 \frac{1}{w}} = \frac{r'}{d_4 \frac{1}{r}},$$

que enlazan las coordenadas de los planos inversos, se suponen iguales los parámetros a_1, b_2, c_3 y d_4, se transforman en éstas:

$$\frac{u'}{\frac{1}{u}} = \frac{v}{\frac{1}{v}} = \frac{w'}{\frac{1}{w}} = \frac{r'}{\frac{1}{r}},$$

que enlazan las coordenadas de dos planos isotómicos respecto del tetraedro, puesto que los puntos dobles de las involuciones fundamentales están representados por las ecuaciones

$$u = \pm v = \pm w = \pm r$$

y son, por tanto, los puntos medios de las aristas del tetraedro fundamental y los puntos del infinito de estas rectas. Los planos dobles son el del infinito y los siete que unen los puntos medios de tres aristas que concurran en un vértice entre sí y con los del infinito de estas mismas rectas, y las ecuaciones de las superficies de segunda clase analagmáticas se obtienen cambiando x, y, z y t en u, v, w y r en las ecuaciones del párrafo 16.

III.—Polaridad respecto de un tetraedro.

19. En los dos artículos anteriores hemos estudiado las transformaciones de tercer orden que tienen analogía con las homográficas; pero existen también otras transformaciones análogas á las correlativas, es decir, que pueden relacionarse dos figuras φ y φ' en el espacio, de modo que á un

punto de una de ellas φ corresponda un plano en la otra φ', y á un punto de ésta una superficie de tercer orden en aquélla.

plano de una de ellas φ corresponda un punto en la otra φ', y á un plano de ésta corresponda una superficie de tercera clase en aquélla.

Estas transformaciones no son racionales, por lo general; pero si en caso citado en la columna de la izquierda suponemos que á los vértices A', B', C' y D' del tetraedro fundamental de la figura φ' corresponden en la φ respectivamente el conjunto de los planos que concurren en los vértices A, B, C y D de su tetraedro fundamental, las relaciones que enlazan las coordenadas de los puntos y planos homólogos tienen la forma

$$\frac{u'}{a_1 yzt} = \frac{v'}{b_2 xzt} = \frac{w'}{c_3 xyt} = \frac{r'}{d_4 xyz} \qquad [12].$$

Pero de estas relaciones se deducen las

$$\frac{u'v'w'}{a_1 b_2 c_3 x^2 y^2 z^2 t^3} = \frac{u'v'r'}{a_1 b_2 d_4 x^2 y^2 z^3 t^2} = \frac{u'w'r'}{a_1 c_3 d_4 x^2 y^3 z^2 t^2}$$

$$= \frac{v'w'r'}{b_2 c_3 d_4 x^3 y^2 z^2 t^2},$$

ó sea

$$\frac{x}{a_1 v'w'r'} = \frac{y}{b_2 u'w'r'} = \frac{z}{c_3 u'v'r'} = \frac{t}{d_4 u'v'w'} \qquad [13],$$

que demuestran que, en este caso, la transformación es racional.

20. A toda superficie de clase m en la figura φ' corresponde en la φ una superficie de orden $3m$; en particular, á un punto corresponde una superficie de tercer orden, y toda superficie de segunda clase tiene como homóloga otra de sexto orden.

Si $lu' + mv' + nw' + pr' = 0$ es la ecuación de un punto P' de la figura φ', la ecuación de la superficie homóloga P es, en virtud de las relaciones [12],

$$la_1 yzt + mb_2 xzt + nc_3 xyt + pd_4 xyz = 0 \quad [14],$$

que demuestra que esta superficie P pasa por las seis aristas del tetraedro $ABCD$. Cuando el punto P' está en la cara d' del tetraedro $A'B'C'D'$, la ecuación anterior de la superficie P se reduce á la $t(la_1 yz + mb_2 xz + nc_3 xy) = 0$, y, por tanto, esta superficie se compone del plano d del tetraedro $ABCD$ y de una superficie cónica de segundo orden circunscrita á este tetraedro.

Si dicho punto P' está en una arista $C'D'$ del tetraedro $A'B'C'D'$, su ecuación tiene la forma $u - \lambda v = 0$, y la ecuación [14] se reduce á la $zt(a_1 y - \lambda b_2 x) = 0$, que representa una superficie compuesta de los planos c y d del tetraedro $ABCD$ y de otro plano que pasa por la arista CD del mismo.

Prescindiendo, pues, de los planos de las caras del tetraedro $ABCD$, que forman parte de la superficie P, puede decirse que, cuando dos figuras en el espacio se relacionan de la manera indicada en el párrafo anterior, á un punto P' de una de ellas corresponde en la otra una superficie P de tercer orden que contienen las aristas del tetraedro $ABCD$, un cono de segundo orden circunscrito á este tetraedro, ó un plano que pasa por una arista del mismo, según que aquel punto no está en ninguna cara del tetraedro $A'B'C'D'$, está en una de estas caras ó en una de las aristas.

21. A una serie rectilínea de la figura φ' situada en una cualquiera $A'B'$ de las aristas del tetraedro de referencia, serie representada por la ecuación $u' - \lambda v' = 0$, correspon-

de en la figura φ el haz de planos que representa la ecuación $a_1 y - \lambda b_2 x = 0$, el cual es proyectivo con aquella serie y tiene como arista la CD del tetraedro $ABCD$, y en esta relación proyectiva á los puntos A' y B' corresponden respectivamente los planos b ó CDA y a ó CDB.

De modo que considerando los puntos de la figura φ determinados por tres haces de planos de aristas CD, CB, y BD, los planos correspondientes de la figura φ' vienen determinados por tres series rectilíneas de bases $A'B'$, $A'D'$ y $A'C'$ proyectivas con aquellos haces; y al plano BCD común á estos haces corresponden los puntos B', D' y C' en cada una de dichas series.

22. Recíprocamente, si relacionamos dos figuras φ y φ' en el espacio de tal modo que á los puntos de intersección de los planos de tres haces cuyas aristas CD, CB y BD forman un triángulo en una de ellas φ, correspondan en la otra φ' los planos determinados por los puntos homólogos de tres series rectilíneas proyectivas con aquellos haces, cuyas bases $A'B'$, $A'D'$ y $A'C'$ formen un triedro; pero de tal manera, que el plano BCD común á dichos haces de planos, considerado como de cualquiera de ellos, corresponda en las citadas series tres puntos distintos B', D' y C', las figuras φ y φ' quedan relacionadas mediante una transformación de tercer orden.

Pues tomando como tetraedros de referencia los $ABCD$ y $A'B'C'D'$ determinados por el elemento común de cada sistema de tres figuras y los homólogos del elemento común en las otras tres, las ecuaciones de los tres haces de planos son respectivamente $y - \lambda x = 0$, $t - \mu x = 0$ y $z - \nu x = 0$, y las de las series rectilíneas homólogas son $u' - k_1 \lambda v' = 0$, $n' - k_2 \mu r' = 0$, y $u' - k_3 \nu w' = 0$; y eliminando entre estos dos grupos de ecuaciones las cantidades λ, μ y ν se obtienen las

$$\frac{u'}{y} = \frac{k_1 v'}{x}, \quad \frac{u'}{t} = \frac{k_2 r'}{x} \quad \text{y} \quad \frac{u'}{z} = \frac{k_3 w'}{x},$$

de las cuales se deducen las relaciones

$$\frac{u'}{yzt} = \frac{v'}{\frac{1}{k_1} xzt} = \frac{w'}{\frac{1}{k_3} xyt} = \frac{r'}{\frac{1}{k_2} xyz},$$

que demuestran la verdad del teorema.

23. De los dos teoremas anteriores se deduce que si en dos figuras φ y φ' en el espacio se consideran dos tetraedros $ABCD$ y $A'B'C'D'$, y á los haces de planos cuyas aristas son las del primer tetraedro se hace corresponder series rectilíneas situadas en las aristas del otro tetraedro proyectivas con aquellos haces, á condición de que á los pares de planos ABC - ABD, ACB - ACD, ADB - ADC, BCA - BCD, BDA - BDC y CDA - CDB correspondan respectivamente los pares de puntos C' - D', B' - D', B' - C', A' - D', A' - C' y A' - B'; si además, á tres planos, uno de cada uno de aquellos haces, concurrentes en un punto M, corresponden seis puntos de dichas series situadas en un plano M', á cada grupo de seis planos concurrentes de los citados haces corresponde un grupo de seis puntos de las series rectilíneas que están en un plano; y los puntos y planos así obtenidos son homólogos en la transformación de tercer orden determinada por tres haces de planos de aquellos seis, y sus series rectilíneas homólogas.

24. En dos figuras φ y φ', relacionadas mediante la transformación de tercer orden citada en los párrafos anteriores,

1.° Una a' recta m' situada en una cara a' del tetraedro $A'B'C'D'$ en la figura φ', corresponde otra m de la figura φ que pasa por el vértice A del tetraedro $ABCD$; 2.°, una recta m' que corta á dos aristas opuestas $A'B'$ y $C'D'$ del primer tetraedro tiene como homóloga una recta m que corta á las aristas CD y AB opuestas del segundo; 3.°, una recta m' que corta á una sola arista $C'D'$ del tetraedro $A'B'C'D'$ tiene como homóloga una línea de segundo orden que corta á la arista AB del tetraedro $ABCD$; y 4.°, si una recta m' no corta á ninguna arista del primer tetraedro, tiene como homóloga una curva alabeada de tercer orden que pasa por los vértices del tetraedro $ABCD$; y correlativamente.

Pues en el primer caso, la recta m' puede determinarse por los dos puntos $B'C'm'$ y $B'D'm'$ situados en ella, á los cuales corresponden dos planos que pasan por las rectas AD y AC, aristas del tetraedro $ABCD$. En el segundo caso, la recta m' está determinada por los puntos $A'B'm'$ y $C'D'm'$, á los cuales corresponden dos planos que pasan uno por la recta CD y otro por la AB. En el tercer caso la recta m' puede considerarse determinada por el punto $C'D'm'$ y el de intersección con el plano d' y, por tanto, la línea m es la intersección del plano ABm, homólogo del primer punto con el cono de segundo orden Dm, homólogo del punto $d'm'$. Por último, en el cuarto caso, la recta m' une los puntos $a'm'$ y $b'm'$, á los cuales corresponden dos conos Am y Bm de segundo orden que tienen común la generatriz rectilínea AB y, por tanto, su línea de intersección m es una curva alabeada de tercer orden.

25. A una superficie S' de segunda clase corresponde como homóloga, en la transformación de tercer orden que estudiamos, una superficie S de sexto orden, que tiene dobles las aristas del tetraedro $ABCD$, una superficie de quinto orden, una de cuarto, de tercero, de segundo orden ó un plano, según que la superficie S' no sea tangente á ninguno de los planos de las caras del tetraedro $A'B'C'D'$, sea tangente á uno de estos planos, á dos, á tres, á los cuatro, ó sea una curva inscrita en una de las caras del citado tetraedro. La demostración de este teorema es idéntica á la del establecido en el párrafo 8.

Problema.—Hallar la figura homóloga de una curva de segundo orden. Discusión del problema según los posiciones que la curva dada ocupe respecto del tetraedro de referencia.

26. Un caso particular interesante de la transformación de tercer orden que se considera, es aquel en que á los vértices A, B, C y D de un tetraedro corresponde respectivamente el conjunto de los planos de las tres caras que los contienen, y además la serie situada en una cualquiera de las aristas del citado tetraedro está en involución con el haz de planos correspondientes. En este caso, las dos figuras φ y φ' se llaman *polares una de otra respecto del tetraedro* $ABCD$, cada *punto* de la primera se llama *polo armónico* de su plano homólogo,

y este *plano* se denomina *polar armónico* de aquel punto. La relación que enlaza las coordenadas de los elementos homólogos en dos figuras polares respecto de un tetraedro $ABCD$ con las [12] en las cuales los coeficientes a_1, b_2, c_3 y d_4 tienen valores que vamos á determinar.

A la serie rectilínea representada por la ecuación $u'-mv'=0$ corresponde el haz de planos que representa la ecuación $a_1y - mb_2x = 0$; pero como este haz debe estar en involución con el que proyecta aquella serie desde la arista CD, haz que está representado por la ecuación $by + amx = 0$, siendo b y a las áreas de las caras ACD y BCD del tetraedro fundamental, puesto que las coordenadas de los puntos de dicha serie están dadas por las igualdades $z = 0$, $t = 0$, $ax = \frac{by}{-m}$, debe verificarse la condición $\frac{mb_2}{a_1} = \frac{am}{b}$, ó sea, $bb_2 = aa_1$.

Análogamente, si las series contenidas en las otras aristas del tetraedro fundamental han de estar en involución con los haces de planos homólogos, se deben cumplir las condiciones $aa_1 = cc_3 = dd_4$. Luego, para que las relaciones [12] representen dos figuras polares respecto del tetraedro $ABCD$, los coeficientes de estas relaciones han de verificar las condiciones

$$\frac{a_1}{\frac{1}{a}} = \frac{b_2}{\frac{1}{b}} = \frac{c_3}{\frac{1}{c}} = \frac{d_4}{\frac{1}{d}};$$

y, por tanto, las relaciones que enlazan las coordenadas de un punto y de su plano polar respecto de un tetraedro $ABCD$, tomado como fundamental, son

$$\frac{u'}{\frac{1}{a}yzt} = \frac{v'}{\frac{1}{b}vzt} = \frac{w'}{\frac{1}{c}xyt} = \frac{r'}{\frac{1}{d}xyz},$$

ó sea

$$\frac{u'}{\frac{1}{ax}} = \frac{v'}{\frac{1}{by}} = \frac{w'}{\frac{1}{cz}} = \frac{r'}{\frac{1}{dt}} \quad [15];$$

y si se toma para determinar un punto sus coordenadas baricéntricas, estas relaciones se transforman en estas otras:

$$\frac{u'}{\frac{1}{x}} = \frac{v'}{\frac{1}{y}} = \frac{w'}{\frac{1}{z}} = \frac{r'}{\frac{1}{t}} \quad [16].$$

27. De las definiciones anteriores se deduce que el plano polar de un punto M, situado en una arista AB del tetraedro $ABCD$, respecto de este mismo tetraedro es el polar de aquel punto respecto del ángulo diedro opuesto á dicha arista, y que el plano polar de un punto K no situado en ninguna de las caras de dicho tetraedro pasa por los puntos M_1, N_1, $\tilde{N}_1$, O_1, P_1 y Q_1, armónicamente separados de las proyecciones M, N, $\tilde{N}$, O, P y Q del citado punto K sobre cada una de las aristas desde la opuesta (fig. 1) (23).

Si (x_1, y_1, z_1, t_1) son las coordenadas tetraédricas del punto K, las tangenciales de su plano polar K' están dadas por las igualdades

$$\frac{u'}{\frac{1}{ax_1}} = \frac{v'}{\frac{1}{by_1}} = \frac{w'}{\frac{1}{cz_1}} = \frac{r'}{\frac{1}{dt_1}}$$

en virtud de las relaciones [15]; y, por tanto, la ecuación de este plano en coordenadas tetraédricas es

$$\frac{x}{x_1} + \frac{y}{y_1} + \frac{z}{z_1} + \frac{t}{t_1} = 0 \quad [17].$$

Las coordenadas de los puntos A', B', C' y D', proyecciones del punto K sobre las caras del tetraedro $ABCD$ desde los vértices opuestos, son respectivamente

$$(0, y_1, z_1, t_1), (x_1, 0, y_1, t_1), (x_1, y_1, 0, t_1) \text{ y } (x_1, y_1, z_1, 0),$$

y los planos a', b', c', d' del tetraedro determinado por estos cuatro puntos están representados por las ecuaciones

$$\frac{y}{y_1}+\frac{z}{z_1}+\frac{t}{t_1}-2\frac{x}{x_1}=0, \quad \frac{x}{x_1}+\frac{z}{z_1}+\frac{t}{t_1}-2\frac{y}{y_1}=0$$

$$\frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}+\frac{t}{t_1}-2\frac{z}{z_1}=0, \quad \frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}+\frac{z}{z_1}-2\frac{t}{t_1}=0$$

las cuales manifiestan que estos planos pasan por las rectas de intersección del plano K', polar del punto K, con los planos a, b, c y d de las caras del tetraedro fundamental, de donde se deducen los teoremas siguientes:

Las rectas que unen un punto K del espacio con los vértices de un tetraedro $ABCD$ cortan á los planos de las caras opuestas en cuatro puntos A', B', C' y D', que son vértices de otro tetraedro homológico con el dado respecto de dicho punto K como centro de la homología, y el plano central es el polar de este mismo punto respecto del tetraedro $ABCD$; y recíprocamente.

Problema. —Dado un tetraedro $ABCD$, determinar el plano polar armónico de un punto K y el polo armónico de un plano dado K'.

28. Los planos polares de los puntos de un plano son tangentes á una superficie de tercera clase, á una curva de segunda clase ó pasan por un punto según que aquel plano no contenga ninguno de los vértices del tetraedro fundamental, pase por uno de estos vértices ó contenga una de las aristas; y en este último caso, el vértice de la radiación constituída por aquellos planos polares es el punto armónicamente separado del plano dado por los dos vértices de dicho tetraedro situados en la arista opuesta á la situada en este plano.

Los planos polares de los puntos de una recta respecto de un tetraedro forman un haz de primer orden cuya arista está en una de las caras de este tetraedro ó corta á dos aristas

opuestas del mismo, un haz radiado de segundo orden, ó envuelven una desarrollable de tercera clase, según que la recta dada pase por un vértice del tetraedro fundamental, corte á dos aristas opuestas del mismo, corte á una sola de estas aristas ó no corte á ninguna.

Estas proposiciones, que pueden demostrarse directamente, son consecuencia de las correlativas de las establecidas en los párrafos 20 y 24, y prueban que una recta que pasa por un vértice del tetraedro fundamental tiene como polar otra recta del plano de la cara opuesta, recta que es la polar armónica, respecto de esta cara, del punto de intersección de su plano con aquella primera recta, y también la traza con dicho plano del plano polar de esta recta respecto del triedro respectivo.

Asimismo, si una recta m corta á dos aristas opuestas del tetraedro fundamental, tiene como polar otra recta que corta á estas mismas aristas en puntos armónicamente separados de aquélla respecto de los vértices respectivos. De donde se deducen las proposiciones siguientes y sus correlativas:

1.ª Si en el plano de cada una de las caras de un tetraedro $ABCD$ se toma un punto no situado en ninguna arista y se busca su polar armónica respecto de dicha cara, se obtienen cuatro puntos y cuatro rectas, tales que, si aquéllos, unidos con los vértices opuestos del tetraedro, dan cuatro rectas que concurren en un punto K, dichas cuatro rectas polares están en el plano polar K' de este punto; y recíprocamente.

En otros términos, las rectas polares de las aristas del cuadriarista $K.ABCD$ que se obtiene uniendo los vértices del tetraedro $ABCD$ con un punto K no situado en ninguno de los planos de sus caras, forman un cuadrilátero plano completo cuyos vértices son los polos de las caras del cuadriarista, y cuyo plano es el polar del vértice K respecto de dicho tetraedro. Por esta razón, el cuadriarista y el cuadrilátero así obtenidos se llaman *polares uno de otro* respecto del tetraedro.

2.ª Si sobre cada una de las aristas de un tetraedro $ABCD$ se toman dos puntos armónicamente separados por los vértices respectivos, se obtienen doce puntos M, N, $\tilde{N}$, O, P, Q, M_1,

N_1, $\tilde{N}_1$, O_1, P_1, y Q_1, tales que, si seis de ellos M, N, $\tilde{N}$, O, P, y Q determinan con las aristas opuestas planos que concurren en un punto K, los otros seis se encuentran en el plano polar de este punto; y recíprocamente.

3.ª Las rectas polares de las aristas del triedro obtenido trazando por un punto K, no situado en ninguno de los planos de un tetraedro $ABCD$, las rectas MP, NQ y $\tilde{N}O$, que cortan á los tres pares de aristas opuestas, forman un triángulo IJL, cuyo plano es el polar del vértice K del triedro, y los vértices de este triángulo son los polos de las caras del mismo triedro. Estas seis rectas son, pues, las aristas de un tetraedro $KIJL$ que debe llamarse *autopolar* respecto del $ABCD$, porque sus aristas opuestas son polares entre sí y, por tanto, cada vértice es polo del plano de la cara opuesta. Si el vértice K de este tetraedro es interior al $ABCD$, los L, I, J están respectivamente en los tetraedros $AB.CD$, $AD.BC$ y $AC.BD$ que con aquél tienen comunes dos aristas opuestas.

29. Los puntos E, F, G y H, armónicamente separados de uno K por cada vértice de un tetraedro $ABCD$ y por el plano de la cara opuesta, forman un tetraedro $EFGH$ autopolar respecto de aquél.

En efecto: si (x_1, y_1, z_1, t_1) son las coordenadas del punto K, las de los puntos E, F, G y H son proporcionales respectivamente á las cantidades

$$(-x_1, y_1, z_1, t_1),\ (x_1, -y_1, z_1, t_1),\ (x_1, y_1, -z_1, t_1),\ \text{y}$$
$$(x_1, y_1, z_1, -t_1) \quad [18]$$

y los planos polares de estos puntos están representados por las ecuaciones.

$$\frac{y}{y_1}+\frac{z}{z_1}+\frac{t}{t_1}-\frac{x}{x_1}=0,\ \frac{x}{x_1}+\frac{z}{z_1}+\frac{t}{t_1}-\frac{y}{y_1}=0,$$
$$\frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}+\frac{t}{t_1}-\frac{z}{z_1}=0,\ \text{y}\ \frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}+\frac{z}{z_1}-\frac{t}{t_1}=0,$$

las cuales ponen de manifiesto que cada uno de estos planos

contiene los tres vértices del tetraedro $EFGH$ distintos de su polo.

Estos planos encuentran á los planos a, b, c y d del tetraedro $ABCD$ en las mismas rectas que el plano K' polar del punto K, y, por tanto, los dos tetraedros $ABCD$ y $EFGH$ son homológicos respecto del centro K y del plano central K'.

30. Como las coordenadas de los puntos L, I y J son respectivamente

$$(x_1, y_1, -z_1, -t_1), (x_1, -y_1, -z_1, t_1) \text{ y } (x_1, -y_1, z_1, -t_1) \quad [19]$$

como puntos armónicamente separados del K por cada par de aristas opuestas del tetraedro $ABCD$, las ecuaciones de los planos polares de aquellos puntos son:

$$\frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}-\frac{z}{z_1}-\frac{t}{t_1}=0, \quad \frac{x}{x_1}+\frac{t}{t_1}-\frac{y}{y_1}-\frac{z}{z_1}=0, \quad \text{y}$$

$$\frac{x}{x_1}+\frac{z}{z_1}-\frac{y}{y_1}-\frac{t}{t_1}=0,$$

de donde se deducen las consecuencias siguientes:

1.ª Los vértices de los dos tetraedros autopolares respecto del $ABCD$ en los puntos comunes á cada tres de los seis planos BCM, BCM_1, BDN, BDN_1, $CD\tilde{N}$ y $CD\tilde{N}_1$, que pasan por las aristas que forman una de las caras del tetraedo $ABCD$; y los planos polares de aquellos puntos, ó sea, las caras de dichos tetraedros autopolares, están determinados por cada tres de los puntos M, M_1, N, N_1, $\tilde{N}$, y $\tilde{N}_1$, situados en tres aristas que concurren en un vértice de aquel tetraedro $ABCD$. Estos ocho puntos se dicen *armónicamente asociados* respecto del tetraedro fundamental $ABCD$, y asimismo están *armónicamente asociados* respecto de este mismo tetraedro los ocho planos polares de aquellos puntos.

2.ª Los siete puntos armónicamente asociados á uno K respecto de un tetraedro son

Los siete planos armónicamente asociados á uno K' respecto de un tetraedro son do-

dobles en la inversión definida por éste y por el punto doble K (11 y 12).

bles en la inversión definida por éste y por el plano doble K'.

3.ª Cada uno de los tres tetraedros $ABCD$, $IJKL$ y $EFGH$ es autopolar respecto de los otros dos, y dos de ellos quedan determinados por uno de los vértices y el tercer tetraedro.

Problema.— Dado un tetraedro y las coordenadas de un punto, hallar la ecuación de su plano polar armónico, las coordenadas de los puntos armónicamente asociados á aquél y las ecuaciones de los planos armónicamente asociados á aquel primero.

31. Como los planos bisectores de los diedros de un tetraedro $ABCD$ concurren en un punto K, se deduce de los teoremas anteriores que lo mismo acontece á los planos bisectores de los otros siete tetraedros que tienen los mismos vértices que aquél; estos siete puntos están armónicamente asociados á aquel primero K, y forman con él dos tetraedros autopolares respecto del $ABCD$.

Problema.— Hallar las coordenadas de los puntos armónicamente asociados al punto de concurso de los planos bisectores de los ángulos diedros del tetraedro de referencia y las ecuaciones de los planos polares de estos puntos.

32. El plano polar armónico del baricentro de un tetraedro es el plano del infinito, puesto que los planos medianos del tetraedro son las polares de los puntos del infinito de las aristas. El cálculo demuestra también esto; pues siendo las coordenadas del baricentro del tetraedro de referencia proporcionales á las cantidades $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}$ y $\frac{1}{d}$, la ecuación [17] se transforma en la $ax + by + cz + dt = 0$, que representa el plano del infinito.

De donde resulta que por el baricentro de un tetraedro pasan las rectas que unen cada vértice con el baricentro de la cara opuesta (28), y también las rectas que unen los puntos medios de las aristas opuestas, siendo el punto medio de los

segmentos finitos de estas rectas limitadas en dichas aristas. El triedro determinado por las tres últimas rectas, junto con el plano del infinito, constituyen un tetraedro autopolar respecto del dado, y por los vértices del otro tetraedro autopolar pasan los planos paralelos á cada una de las aristas trazados por la opuesta y están armónicamente separados del baricentro por cada vértice y el plano de la cara opuesta. Estos últimos puntos son, pues, vértices del paralelepípedo formado por los tres pares de planos paralelos trazados por los tres pares de aristas opuestas del tetraedro $ABCD$, siendo, por tanto, los otros cuatro vértices de aquel cuerpo los de este tetraedro.

Problema.—Hallar las coordenadas de los puntos armónicamente asociados al baricentro de un tetraedro, y las de los planos armónicamente asociados al del infinito.

33. Si un tetraedro $ABCD$ es autopolar respecto de una superficie ordinaria ó alabeada de segundo orden, los siete

puntos armónicamente asociados á uno cualquiera K de la superficie, respecto del tetraedro $ABCD$, pertenecen también á la misma.	planos armónicamente asociados á uno de sus planos tangentes, respecto del tetraedro $ABCD$, son también tangentes á la misma.

Pues si $Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dt^2 = 0$ es la ecuación de la superficie considerada, y (x_1, y_1, z_1, t_1) las coordenadas del punto K, las coordenadas de los puntos armónicamente asociados á éste, respecto del tetraedro de referencia, son las [18] y [19], y es evidente que, si las coordenadas del punto K verifican la ecuación de la superficie, también la verifican las de los otros siete puntos.

Recíprocamente, un tetraedro $ABCD$ es autopolar respecto de toda superficie ordinaria ó alabeada de segundo orden que

pase por ocho puntos armónicamente asociados respecto de dicho tetraedro.	sea tangente á ocho planos armónicamente asociados respecto de dicho tetraedro.

En otros términos, toda cuádrica ordinaria ó alabeada

circunscrita á dos tetraedos autopolares entre sí, $ABCD$ y $EFGH$, tiene como autopolar el tetraedro $KLIJ$, autopolar respecto de aquéllos.

inscrita en dos tetraedros autopolares entre sí, tiene como autopolar el tetraedro que es autopolar respecto de aquellos dos.

En efecto: si tomamos como fundamental el tetraedro $ABCD$, la ecuación de una superficie de segundo orden circunscrita al mismo tiene la forma

$$Fyz + Gxz + Hxy + Lxt + Myt + Nzt = 0.$$

entre cuyos coeficientes deben existir las relaciones

$$\begin{aligned}
&Fy_1z_1 - Gx_1z_1 - Hx_1y_1 - Lx_1t_1 + My_1t_1 + Nz_1t_1 = 0\\
&-Fy_1z_1 + Gx_1z_1 - Hx_1y_1 + Lx_1t_1 - My_1t_1 + Nz_1t_1 = 0\\
&-Fy_1z_1 - Gx_1z_1 + Hx_1y_1 + Lx_1t_1 + My_1t_1 - Nz_1t_1 = 0\\
&Fy_1z_1 + Gx_1z_1 + Hx_1y_1 - Lx_1t_1 - My_1t_1 - Nz_1t_1 = 0,
\end{aligned}$$

que expresan que las coordenadas [18] de los vértices del tetraedro $EFGH$, autopolar respecto del $ABCD$, verifican la ecuación de dicha superficie, en virtud de la hipótesis.

Pero si dos vértices cualesquiera K y L del tetraedro $IJKL$, autopolar respecto de aquellos dos, son conjugados respecto de dicha superficie, debe verificarse la condición

$$\begin{aligned}
&x_1(Hy_1 - Gz_1 - Lt_1) + y_1(Hx_1 - Fz_1 - Mt_1)\\
&+ z_1(Gx_1 + Fy_1 - Nt_1) + t_1(Lx_1 + My_1 - Nz_1) = 0,
\end{aligned}$$

ó sea $2Hx_1y_1 - 2Nz_1t_1 = 0$, igualdad que se verifica, puesto que se deduce sumando las dos primeras relaciones anteriores. Y como del mismo modo se demuestra que son conjugados respecto de la expresada superficie otro par cualquiera de vértices del tetraedro $IJKL$, se deduce que este tetraedro es autopolar respecto de la misma.

De aquí se deduce: 1.°, que si se tienen dos grupos de

puntos armónicamente asociados respecto de un tetraedro $ABCD$, la superficie ordinaria ó alabeada de segundo orden que pasa por los ocho puntos de un grupo y uno cualquiera del otro contiene los siete restantes.

planos armónicamente asociados respecto de un tetraedro $ABCD$, la cuádrica ordinaria ó alabeada que sea tangente á los ocho planos de un grupo y á uno del otro es tangente asimismo á los siete restantes.

2.° Todas las superficies ordinarias ó alabeadas de segundo orden que pasan por ocho puntos ó que son tangentes á ocho planos armónicamente asociados respecto de un tetraedro, tienen éste como autopolar común y pertenecen, por tanto, á un complejo de superficies de segundo orden ó de segunda clase.

34. Si E - E_1 y F - F_1 son dos pares de puntos inversos respecto de un tetraedro $ABCD$, y el F está armónicamente asociado al E respecto del mismo, los puntos E_1 y F_1 están también armónicamente asociados.

Si E-E_1 y F-F_1 son dos pares de planos inversos respecto de un tetraedro $ABCD$, y el F está armónicamente asociado al E respecto del mismo, los planos E_1 y F_1 están también armónicamente asociados.

Pues entre las coordenadas (x, y, z, t) y (x_1, y_1, z_1, t_1) de los puntos E y E_1 existen las relaciones [6], ó sea

$$\frac{x}{a_1 \dfrac{1}{x_1}} = \frac{y}{b_2 \dfrac{1}{y_1}} = \frac{z}{c_3 \dfrac{1}{z_1}} = \frac{t}{d_4 \dfrac{1}{t_1}};$$

y asimismo las coordenadas (x', y', z', t') y $(x'_1\ y'_1\ z'_1\ t'_1)$ de las F y F_1, verifican las igualdades

$$\frac{x'}{a_1 \dfrac{1}{x'_1}} = \frac{y'}{b_2 \dfrac{1}{y'_1}} = \frac{z'}{c_3 \dfrac{1}{z'_1}} = \frac{t'}{d_4 \dfrac{1}{t'_1}};$$

y si existen las relaciones

$$\frac{x'}{x}=\frac{y'}{y}=\frac{z'}{z}=-\frac{t'}{t},$$

que expresan que los puntos E y F están armónicamente asociados respecto del tetraedro fundamental, de los tres grupos de ecuaciones anteriores se deducen las siguientes:

$$\frac{x_1}{x'_1}=\frac{y_1}{y'_1}=\frac{z_1}{z'_1}=-\frac{t_1}{t'_1},$$

que demuestran la verdad del teorema.

De aquí vuelve á deducirse que los puntos ó planos inversos de sí mismos respecto de un tetraedro están armónicamente asociados respecto del mismo.

35. El plano polar armónico E' de un punto E, respecto de un tetraedro $ABCD$, es también polar del mismo punto respecto de la superficie φ inversa del plano F' que es el polar armónico del punto F inverso del E respecto del mismo tetraedro.

Pues si (x_1, y_1, z_1, t_1) son las coordenadas del punto E, las del F son [9],

$$\left(\frac{a_1}{x_1}, \frac{b_2}{y_1}, \frac{c_3}{z_1}, \frac{d_4}{t_1}\right),$$

las ecuaciones de los planos E' y F', polares armónicos de aquellos puntos, son

$$\frac{x}{x_1}+\frac{y}{y_1}+\frac{z}{z_1}+\frac{t}{t_1}=0, \quad \frac{xx_1}{a_1}+\frac{yy_1}{b_2}+\frac{zz_1}{c_3}+\frac{tt_1}{d_4}=0,$$

y la ecuación de la superficie φ inversa de este último plano es

$$\frac{x_1}{x}+\frac{y_1}{y}+\frac{z_1}{z}+\frac{t_1}{t}=0,$$

ó sea

$$x_1\, yzt + y_1\, xzt + z_1\, xyt + t_1\, xyz = 0,$$

en virtud de las relaciones [6]; y es evidente que el plano polar del punto E respecto de esta superficie es el plano E'.

Si los puntos E y F coinciden en uno, se deduce el teorema siguiente:

El plano E', polar armónico de un punto E respecto de un tetraedro, es también polar de este punto respecto de la superficie homóloga de aquel plano en la inversión definida por dicho tetraedro y el punto doble E.

XV.—Un teorema sobre polígonos regulares del cual son corolarios otros de Gauss, Catalan y Muir.

Por Augusto Krahe.

El matemático inglés Muir demostró en 1873 (1) dos teoremas sobre polígonos regulares partiendo de la fórmula de Gauss

$$2^{\frac{1}{2}(p-1)} \operatorname{sen}\frac{\pi}{p} . \operatorname{sen}\frac{2\pi}{p} . \operatorname{sen}\frac{3\pi}{p} \ldots \operatorname{sen}\frac{\frac{1}{2}(p-1)\pi}{p} = \sqrt{p} \quad (2),$$

siendo p un número primo.

Antes de conocer el trabajo de Muir había yo llegado á sus teoremas por diferente camino, deduciéndolos como corolarios de otro cuya demostración voy á dar.

Si se divide la circunferencia de radio unidad en m *partes*

---

(1) *A property of convex and stellate regular polygons of the same number of sides inscribed in a circle,* by Thomas Muir. The Messenger of Mathematics, 1873, páginas 47 á 50.

(2) Gauss, Werke II. *De summatio quarundarum serierum,* página 26.

iguales, y por uno de los puntos de división se traza un diámetro, el producto de las cuerdas que se obtienen uniendo ese punto con los restantes, á un mismo lado del diámetro, es $\sqrt{m}$ *ó* $\sqrt{\frac{m}{2}}$, *según que m sea impar ó par.*

Sean $z_1, z_2, \ldots z_m$ las raíces de la ecuación

$$Z^m = 1.$$

Los afijos $Z_1, Z_2 \ldots Z_m$ de dichas raíces son los puntos obtenidos al dividir la circunferencia de radio unidad en m partes iguales á partir del punto Z_1 de su intersección con la parte positiva del eje de las cantidades reales.

Si designamos por S_α la suma de las potencias de exponente α de las raíces de la anterior binomia, sabemos que, cuando α es cero ó múltiplo de m, S_α valdrá m, siendo nula S_α para los demás valores de α.

Conocemos también por los elementos la igualdad

$$\begin{vmatrix} S_0 & S_1 \ldots S_{m-1} \\ S_1 & S_2 \ldots S_m \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots\ldots \\ S_{m-1} & S_m \ldots S_{2m-2} \end{vmatrix} = (z_2 - z_1)^2 (z_3 - z_1)^2 \ldots (z_m - z_{m-1})^2,$$

que se obtiene elevando al cuadrado la identidad de Vandermonde relativa á las raíces.

Tomando módulos en los dos miembros, y extrayendo la raíz cuadrada, se obtiene

$$\overline{Z_1 Z_2} \cdot \overline{Z_1 Z_3} \ldots \overline{Z_{m-1} Z_m} = \sqrt{m^m} \quad (\mathrm{I}).$$

Supongamos una cuerda $\overline{Z_k Z_{k+p}}$ que no sea diámetro, lo cual ocurrirá para todas cuando m sea impar. En el primer miembro de (I) entrarán m factores iguales á dicha cuerda.

En efecto: sea δ el $m.c.d$ de m y p; la longitud mencio-

nada será lado de un polígono de $\frac{m}{\delta}$ lados, y el número de polígonos distintos de esta clase es δ. Existirán, pues, m factores iguales á la cuerda señalada.

Por consiguiente, si m es de la forma $2n+1$, y representamos por $c_1, c_2, \ldots c_n$, las cuerdas $12, 13, \ldots 1m+1$, se tendrá

$$c_1 \cdot c_2 \ldots c_n = \sqrt{m} \quad \text{(II)}.$$

Cuando m sea de la forma $2n$, tendremos para una cuerda cualquiera lo mismo que en el caso anterior. Entrarán además $\frac{m}{2}$ factores iguales á 2, y de aquella igualdad se deducirá inmediatamente

$$c_1 \cdot c_2 \ldots c_n = \sqrt{\frac{m}{2}} \quad \text{(III)}.$$

Las fórmulas (II) y (III) demuestran nuestro teorema.

Se puede observar en seguida que la fórmula de Gauss, escrita al principio de este trabajo, es caso particular de la (II) cuando m sea igual á un número primo p.

Pasemos á la demostración de los teoremas de Muir (1):

1. Supongamos $m = a^x$ siendo a un número primo.

Los factores c de (II) ó de (III) son de dos especies: unos, los que provienen de cuerdas que comprenden p divisiones, siendo p primo con a, son los lados de los polígonos de m lados; otros, los restantes c, son las cuerdas que se obtienen uniendo Z_1 con los demás puntos á un mismo lado del diámetro en la división de la circunferencia en a^{x-1} partes iguales. Si representamos á estas últimas por $\lambda_1, \lambda_2 \ldots$ y por $l_1, l_2 \ldots$ á las primeras, tendremos de la (II) cuando m sea impar,

---

(1) Las indicaciones bibliográficas contenidas en la pág. 21 de la obra *Vielecke und Vielflache,* del Dr. Max Brückner, me han servido para llegar á conocer los teoremas de Muir.

$$\lambda_1 \lambda_2 \ldots = \sqrt{a^{\alpha - 1}} \quad \text{y} \quad \lambda_1 \lambda_2 \ldots l_1 l_2 \ldots = \sqrt{a^{\alpha}}$$

y de la (III) cuando $a = 2$

$$\lambda_1 \lambda_2 \ldots = \sqrt{2^{\alpha - 1}} \quad \text{y} \quad \lambda_1 \lambda_2 \ldots l_1 l_2 \ldots = \sqrt{2^{\alpha - 2}},$$

de las cuales se deduce en ambos casos

$$l_1 l_2 l_3 \ldots = \sqrt{a}.$$

2. Si $m = a \,.\, b$, siendo a y b factores primos, recurriremos á la (II) ó á la (III), según sea impar ó no m. Tres clases de factores entrarán en el primer miembro de aquellas fórmulas. Lados de los polígonos de m lados cuyo producto queremos calcular, los de los polígonos de a lados y los de b lados; estos últimos productos valen, según hemos demostrado ya, $\sqrt{a}$ y $\sqrt{b}$ respectivamente. Sustituyendo en (II) y (III), se tiene

$$l_1 l_2 \ldots = 1.$$

3. Supongamos, por último, á m de la forma $a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \ldots$ Designemos por π_m el producto de los lados de los polígonos de m lados y por π_{d1}, $\pi_{d2} \ldots$ los productos correspondientes á los polígonos de d_1, d_2, $d_3 \ldots$ lados; d_1, $d_2 \ldots$ van á representar los divisores de m excluyendo, a, $a^2 \ldots$, a^{α}, b, b^2, $b^{\beta} \ldots$

Como por (1) se tiene

$$\pi_a = \pi_a{}^2 = \ldots \quad \pi_a \alpha = \sqrt{a}$$

$$\pi_b = \pi_b{}^2 = \ldots = \pi_b \beta = \sqrt{b}.$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Sustituyendo en (II) ó (III) se tiene

$$\pi_m \,.\, \pi_{d_1} \,.\, \pi_{d_2} \ldots = 1.$$

Se podrá expresar por la fórmula anterior π_m en función de productos de lados de polígonos cuyo número de lados es de la forma $a^{\alpha'} b^{\beta'}$..., y así hasta que lleguemos á tenerlo solo en función de π_{ab}, π_{ac}..., que por (2) sabemos valen la unidad; por consiguiente,

$$\pi_m = 1.$$

Luego: *El producto de los lados de los polígonos distintos de* m *lados inscritos en la circunferencia de radio unidad es* $\sqrt{a}$ *ó uno, según que* m *sea potencia de un número primo* a *ó no lo sea* (1).

XVI.—Asamblea general de la Asociación Internacional de las Academias.

La Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid acaba de entrar en el concierto general de las Academias, á cuya Asociación Internacional no concurrió desde la fundación de ésta por dificultades de diversos órdenes, hoy felizmente allanadas: en parte, por la mediación del insigne Secretario de aquella Sociedad, Sir Michael Foster, y en parte también por el aumento de dotación logrado para nuestra Academia en el presupuesto vigente.

La Asociación Internacional de las Academias quedó realmente constituída en una conferencia celebrada en Wiesbaden, en Octubre de 1899, por los representantes de diez Academias

---

(1) El matemático CATALAN había dado antes que Muir algún caso particular del último teorema. En él se apoyó Casey para la construcción elemental del polígono de 17 lados debida á AMPÈRE. CASEY. *The elements of Euclid*, pág. 302, 304.

europeas y la americana de Washington; las cuales formularon los Estatutos, muy poco alterados después, é hicieron las primeras invitaciones á otras nueve Academias europeas.

La Asociación tiene por objeto promover y preparar trabajos científicos de interés general, que cada una de las Academias asociadas pueda proponer, y facilitar las relaciones científicas entre los respectivos países, aunque reservándose cada cual el derecho de prestar ó rehusar su concurso en cada caso particular.

Sus órganos son la *Asamblea general* y una *Comisión permanente.*

La Asamblea general, formada con los delegados, en número ilimitado, de las Academias, se reune ordinariamente cada tres años, dividiéndose en dos secciones: de Ciencias una y de Letras la otra, que pueden deliberar separadamente ó reunidas.

Convoca las Asambleas el Presidente de la Comisión, citando para el lugar designado en la sesión anterior, y, en el intervalo de sus Asambleas, la Asociación, está representada por la Comisión, que se forma con un delegado ó representante por Academia, y preside el de la Academia llamada Directriz, que es la del lugar en que se haya de reunir la próxima Asamblea general. Para tomar en consideración, estudiar ó preparar empresas é investigaciones científicas, pueden instituirse Comisiones internacionales especiales, á propuesta de una ó varias Academias asociadas, ó por acuerdo de la Asamblea, ó de una de sus Secciones, y aun por la Comisión, en el intermedio entre dos reuniones generales.

Tal es, á grandes rasgos, el Reglamento, que sufrió ligeras alteraciones, ó más bien ampliaciones, en la primera Asamblea general, habida en París del 16 al 20 de Abril de 1901.

Las modificaciones se limitaron á dictar reglas para la tramitación de las proposiciones nuevas, cuyo texto ha de ser consultado previamente á las Academias, que autorizarán su inclusión en los trabajos de las Asambleas por mayoría de votos, cuando menos, de todas ellas.—Acordóse también que las Comisiones especiales Internacionales puedan constituirse con miembros de las Academias, ó de fuera de ellas.—Precisa-

mente por virtud de este acuerdo, y antes de que la Academia de Ciencias de Madrid entrase en la Asociación y designase al Sr. Ramón y Cajal para delegado suyo, fué éste nombrado para formar parte de la Comisión internacional que se propone extender las investigaciones sobre el cerebro, según lo acordado en la Asamblea de París.

La primera reunión de las Academias no deliberó solamente sobre las leves modificaciones ya apuntadas de los Estatutos; sino que abordó desde luego la discusión de temas de verdadero interés internacional.

*
* *

Fué el primero el relativo al cambio ó préstamo mutuo de manuscritos. Decidióse que las Academias asociadas gestionaran cerca de sus respectivos Gobiernos el establecimiento del préstamo de manuscritos por intermedio de las bibliotecas y archivos públicos, que se señalen en una lista formada al efecto, y los cuales recibirán directamente todo impreso, manuscrito y documento que hayan pedido, en caso de que no se opongan al préstamo razones graves, como la de valor inestimable, dimensiones, peso, estado de conservación, contenido, prohibiciones reglamentarias, etc.—El peticionario se ha de obligar por escrito á conservar el objeto pedido al abrigo del fuego y de todo otro riesgo.—Se obligará asimismo á reparar todo daño que se pueda causar al objeto prestado y á indemnizar de su pérdida hasta la suma que se determine por el prestador al expedirlo, suma que no será necesariamente idéntica á aquella por la cual haya sido asegurado.

La Sección de Ciencias propuso y logró que sin discusión fuese aceptado el proyecto de medir en África un arco terrestre, que podría tener 7000 kilómetros de extensión, á lo largo del meridiano de 30°, conforme al estudio hecho por Sir David Gill, determinándose astronómicamente la latitud en cada vértice geodésico, como medio de reconocer la curvatura de las diferentes partes del geoide, y por de contado completando

las mediciones con observaciones de la gravedad y del magnetismo terrestre y con estudios geológicos del suelo.—Los Gobiernos por cuyos territorios pasa el arco en cuestión serán invitados por la Asociación de las Academias á realizar esta operación geodésica.

En esto, la Asociación secunda, prestándole el influjo de su autoridad, los votos emitidos por la Asociación Geodésica Internacional para que se practique una medición que, partiendo de los confines meridionales de África, termine en Alejandría, cortando por territorios propios, ó á cargo, de Alemania, Gran Bretaña y Estado Libre del Congo, á los cuales se ha dirigido ya oficialmente, con ese objeto, el Gobierno francés.

La Conferencia general de la Asociación Geodésica, reunida el verano pasado en Copenhague, se ocupó en esta grandiosa empresa científica. Son interesantísimas las noticias acerca de sus comienzos, suministradas por el iniciador Sir David Gill y por el profesor Helmert. Las triangulaciones en la Colonia del Cabo y en el Natal, desde el paralelo de 35° hasta el de 28°, y su enlace con el Meridiano de 30°, están ya terminadas. Se entra luego en el Transvaal, en cuyas comarcas, hasta el paralelo de 22°, nada se ha hecho; pero donde se van á emprender inmediatamente los trabajos, bajo una organización dada por el propio Gill. Más al Norte, en la Rodesia, entre los paralelos de 22° y de 16°, hay unos cuatro grados hechos, faltando sólo por observar los vértices de un polígono, y al Sur una cadena de unos dos grados. Esta región es tal vez la que más serios obstáculos presenta, por lo insalubre y por la dificultad de los transportes, que ni con carretas de bueyes cabe efectuar, sino sólo á brazo. Las observaciones geodésicas, desde el Zambesi hasta el lago de Tangañica, han sido confiadas al doctor Rubin, que es, por cierto, el mismo que tomó parte en la expedición al Spitzberg: su encargo abarca unos siete grados para llegar al paralelo de ocho. Desde allí hasta el Ecuador se espera, á virtud de las gestiones que practica la Academia de Ciencias de Berlín, que el Gobierno alemán tomará sobre sí la organización de la red geodésica. El capitán Hermann, que ha realizado trabajos de esta clase en las comarcas próximas al

lago de Tangañica, ha facilitado ya todo género de datos técnicos y económicos. Las mediciones de bases se harán por medio de aparatos Jäderin. Con sus hilos se midió ya en 1900 una base de trece millas y media, cerca de Salisbury, al Sur del Zambesi. Para una base en la Rodesia, Gill ha pedido al Gobierno ruso su aparato de medir bases y lo ha logrado, de forma que podrá tener una medición que compruebe las que hagan con los hilos Jäderin.

Los estudios de Biología ocuparon también la atención de la Asamblea de París, por iniciativa de la Academia de Sajonia tomándose el acuerdo de remitir por el pronto á las Sociedades especiales la discusión de las bases sobre las cuales podrían organizarse investigaciones relativas á la embriología del hombre y de los animales; pero quedando lo referente á los adelantamientos del estudio del cerebro á cargo de la Asociación, por medio de una Comisión, de la cual, como antes queda dicho, forma parte nuestro Dr. Ramón y Cajal, y que en la Asamblea de Londres presentará dictamen acerca de la formación de un sistema de establecimientos destinados á desarrollar los métodos y uniformar el material de observación poniéndolo al alcance de los histólogos que puedan necesitarlo.

De interés común, ó igual para ambas Secciones, de Ciencias y de Letras, fué la proposición presentada por la Academia francesa de Ciencias Morales y Políticas con el fin de preparar y publicar una edición completa de las obras de Leibnitz. Este sabio alemán encarnó en vida la idea que hoy aspiran á realizar las Academias asociadas: el carácter de Leibnitz fué la universalidad. Soñó desde joven con un inventario ó enciclopedia de los conocimientos humanos bajo forma deductiva, y se preocupó con empeño de una lengua universal. Las ediciones de sus obras, esparcidas fragmentariamente, son incompletas, y no del todo fieles á los originales. La Biblioteca de Hannover encierra un tesoro desconocido, cuyo índice publicó Bodmann en 1889 y 1895. La empresa es vasta, y han de pasar de sesenta los volúmenes que exigirá. Será menester para llevarla á

cabo, el concurso de matemáticos, filósofos, teólogos, jurisconsultos é historiadores. La Asamblea resolvió que las Academias de Ciencias de París, la de Ciencias Morales y Políticas del mismo Instituto de Francia, y la Academia de Ciencias de Berlín, designen cada una un director á este efecto. Estos tres directores harán un llamamiento á todas las bibliotecas públicas y privadas, formarán un catálogo de todos los documentos que se conozcan, y prepararán el plan metódico de la publicación.

En la Asamblea de París, la Sección de Letras presentó muchas y muy importantes proposiciones, que en su mayoría quedaron aplazadas para la próxima reunión de Londres.

***

Bajo auspicios tan lisonjeros va á celebrarse en los postreros días de este mes de Mayo la segunda Asamblea general de las Academias.

Al ingresar en la Asociación la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid, designó por aclamación bien justificada, representante suyo en la Comisión (que es como el poder ejecutivo y permanente) al Excmo. Sr. D. José Echegaray, y á este mismo y al Excmo. Sr. D. Santiago Ramón y Cajal como delegados en la Asamblea que se va á reunir en la capital de la Gran Bretaña y domicilio de la *Sociedad Real*, que es, por el momento, la *Academia Directriz*.

El programa de la Asamblea de Londres es el siguiente:

Martes, 24 de Mayo.—La Comisión encargada de estudiar los medios conducentes al adelantamiento en común de la *anatomía del cerebro* se reunirá por la mañana en Burlington House.

Por la tarde, los delegados recibirán, en los salones de Whitehall, el agasajo de un banquete ofrecido por la *Sociedad Real*.

Miércoles, 25 de Mayo.—La Asamblea general se reunirá á las diez de la mañana y dedicará el día á sus trabajos.

Jueves, 26 » —Se dedicará también la mañana á los asuntos propios de la Asamblea. S. M. el Rey ha manifestado el deseo de recibir, si sus ocupaciones se lo consienten, á los delegados, y se espera que la recepción será en la tarde de este día.

Viernes, 27 » —Las deliberaciones de la Asamblea ocuparán el día.

Por la noche los delegados serán invitados á una recepción en la Universidad de Londres.

Sábado, 28 » —La mañana dedicada á trabajos.

La tarde á pagar visitas á las Universidades de Oxford y Cambridge.

Lunes, 30 » —El alcalde de Londres obsequiará á los delegados con un banquete, en Mansion House.

Volverá en esta Asamblea á tratarse de la edición *interacadémica* (como dicen los alemanes) de las obras completas de Leibnitz. De conformidad con lo resuelto en la reunión de París, la Academia de Ciencias de Berlín no se contentó con nombrar un *director*, sino que designó una Comisión dirigida por el Sr. Diels y compuesta por los Sres. Diels, Dilthey, Harnack, Koser, Lenz, Planck, Schmidt, Schwartz y Stumpf; la de Ciencias de París nombró á Poincaré, y la de Ciencias Morales y Políticas á Boutroux. Cada una de estas Academias comenzó inmediatamente sus trabajos. Los franceses comisionaron al señor Davillé para visitar las bibliotecas y archivos de Francia, Bélgica, Holanda é Inglaterra. La de Berlín encomendó á los Sres. Ritter y Kabitz un catálogo completo de las obras impresas de Leibnitz, que en Septiembre de 1902 terminaron y com-

prende unas 25.000 papeletas ó cédulas en 8.°, relativas á unos 2.200 escritos y noticias de Leibnitz, y unas 6.100 cartas suyas ó á él dirigidas. La Comisión mixta de académicos franceses y alemanes se reunió en París en fin de 1902 para decidir la manera de continuar los trabajos, que resultan, como era de prever, de una magnitud enorme, después de haber reunido los elementos acumulados directamente, como queda dicho, y por las noticias que de todas partes del mundo ha recibido la Comisión, en respuesta á una circular pasada á todas las bibliotecas y archivos; y por iniciativa y cuenta de la Academia de Berlín, á todos los individuos de la grande y pequeña nobleza de Alemania, que se sabe tuvieron relaciones con Leibnitz. Acordó la Comisión hacer un catálogo provisional, del cual va á presentar á la Asamblea de Londres unas páginas como muestra, y que ha de contener *75.000 papeletas*, en números redondos, divididas en cuatro secciones, á saber: I, Política, Historia, Biografía; II, Metafísica y Teología; III, Lógica y Jurisprudencia; y IV, Matemáticas y Física, seguidas de una reseña bibliográfica de Leibnitz.

Se calcula que las obras completas de Leibnitz comprenderán:

De obras, memorias y cartas político-históricas.	33	tomos
» » filosóficas y jurídicas.....	14	»
» » matemáticas y físicas.....	18	»
TOTAL.....	65	tomos, de

unas 600 páginas de texto y 100 de introducciones y notas.

De otra obra bibliográfica también se ha de tratar en la próxima Asamblea general: de un *Corpus medicorum antiquorum*, que la Academia de Berlín y la de Copenhague proponen contenga los textos originales de los médicos más importantes, griegos y latinos, según los mejores manuscritos. Para completar sus trabajos, las dos Reales Academias proponentes han hecho rebuscas en estos tres últimos años en las bibliotecas de Europa.

El profesor H. Schoene permaneció con ese objeto en Konigsberg, desde Octubre de 1901 á Septiembre de 1902, y fué á Milán, Venecia, Bolonia, Cesena, Florencia, Roma, Nápoles, París y Bruselas. Ha puesto el profesor Kalbfleisch de Marburgo á contribución sus trabajos de investigación en París y Dresde, y ha recorrido las bibliotecas de Inglaterra, excepto Oxford y Cambridge, cuyos bibliotecarios han coadyuvado al buen éxito de la empresa. El doctor Wellmann visita España y ha hecho ya el escrutinio de la biblioteca del Escorial.

Se espera que en 1907 pueda presentarse á la Asamblea el catálogo impreso y el plan de la edición.

La Academia de Berlín tomará en Londres otra iniciativa de gran alcance científico: propondrá que se emprendan observaciones magnéticas á lo largo de todo un círculo de paralelo terrestre para decidir hasta qué límite se han de considerar como sólidos y firmes los fundamentos de la teoría de Gauss sobre magnetismo terrestre. Y como la mitad de la extensión en que los trabajos se han de ejecutar es marítima, se habrá de estudiar previamente el modo de hacer sobre el mar, y con suficiente precisión, las observaciones necesarias.—Esto hará que se nombre por la Asamblea una Comisión técnica. Por razones que expone la Real Academia de Ciencias de Berlín en apoyo de su proposición, el círculo de paralelo, ó, mejor dicho, la curva cerrada próxima á un paralelo, que prefiere para que en ella, y á distancia de 50 á 60 kilómetros, se hagan mediciones magnéticas, es una que, partiendo del Sur de Inglaterra y Norte de Francia, entre, á través de la Alemania Septentrional, en Rusia, dejando á Moscou un poco al Mediodía, apoyándose en los observatorios de Kew, Greenwich, París, Utrecht, Wilhelmshaven, Potsdam, Pawlowsk, junto á San Petersburgo, y también Moscou, y evitando la comarca situada al Sur de esta capital, por extraordinariamente perturbada.—Partiendo del Norte de Moscou, se seguirá al Este y Sudeste para alcanzar junto á Omsk el ferrocarril transiberiano, y marchar por Irkutzk á las costas del Gran Océano, valiéndose de los observatorios de Katharinenburg é Irkutzk, y estableciendo tem-

poralmente uno en Wladiwostok. En América se podrán adoptar dos líneas, la una á lo largo del ferrocarril del Canadá, y la otra por la línea septentrional del Pacífico en los Estados Unidos, con lo cual se cerraría un polígono que daría una importante comprobación. La línea sobre los mares se determinará por los puntos extremos continentales.

Para mantener tan vasta empresa en los límites de lo asequible, se habrán de reducir las observaciones á lo estrictamente indispensable, es decir, á la declinación y á la intensidad horizontal. No se excluye, sin embargo, donde sea posible, y especialmente en las costas, el dato de la inclinación en relación con la componente vertical.

F. DE P. A.

XVII.—Notas sobre ecuaciones diferenciales.

Por D. José Echegaray.

Hace bastantes años, que vengo explicando en el Ateneo de Madrid y en las clases de estudios superiores, una serie de lecciones sobre teorías matemáticas, que son al mismo tiempo de altas matemáticas, y de propaganda.

De altas matemáticas, porque en dichas lecciones me ocupo, en problemas de orden superior; y de propaganda, porque parto siempre de los conocimientos que pueden adquirir los jóvenes en nuestras Universidades y en nuestras escuelas especiales.

Es un trabajo, por decirlo así, de transición, entre lo elemental y lo más elevado de la Ciencia.

En esta serie de cursos, he explicado las materias siguientes: la teoría de las substituciones y los métodos de Galois; las funciones elípticas, desde los trabajos de Legendre hasta los métodos modernos de Weierstrass; la teoría de las funciones abelianas; y en el curso anterior, empecé el estudio de la integración de ecuaciones diferenciales, ocupándome únicamente en el de la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = X(x, y).$$

De este último curso, que no sé si alguna vez publicaré íntegro, aunque lo dudo, están tomadas las notas, que iré publicando en la Revista de la Academia.

No son más que extractos ó indicaciones, por si pudieran servir de estímulo á los que tengan más tiempo disponible que yo para cultivar estas materias, que han sido siempre las de mi predilección, aunque á ellas nunca he podido dedicar el tiempo que quisiera.

I

No existe ningún método general para integrar la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = X,$$

aunque está demostrado que la solución existe.

Y esto no debe causarnos sorpresa, porque las ecuaciones diferenciales, definen por sí, funciones que el matemático acaso no conoce todavía, que por primera vez se le presentan, y cuyas propiedades, que todavía ignora, ha de desentrañarlas de la misma ecuación diferencial; así, por ejemplo, si un matemático ignorase por completo la existencia de los logaritmos, le sería de todo punto imposible integrar la ecuación

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x},$$

si entendiese por integrarla buscar una función entre las que él conociese, no contándose en ella la función logarítmica y prescindiendo de las series etc., cuyo coeficiente diferencial tuviera la forma $\frac{1}{x}$.

Esta es una de las causas en que estriba la dificultad del problema.

Resulta, pues, que casi no se sabe integrar más que unos cuantos tipos ó ejemplos de ecuaciones diferenciales de primer orden, y esto por artificios especiales, no por teorías generales; así ha podido Mr. Humbert, en su obra reciente titulada *Cours d'analyse,* escribir un párrafo que lleva por epígrafe *Ecuaciones de primer orden que se saben integrar*, reuniéndolas en ocho grupos:

1.° Ecuaciones de variables separadas.

2.° Ecuaciones homogéneas.

3.° Ecuaciones reducibles á las anteriores.
4.° Ecuaciones lineales.
5.° Ecuaciones de Bernoulli.
6.° Ecuaciones de Riccati.
7.° Ecuaciones de Lagrange.
8.° Ecuaciones de Clairaut.

Estas son las que consignan la mayor parte de los autores, aun en obras de gran extensión; por ejemplo, el *Curso de análisis* de Mr. Jordán ó el de Mr. Laurent.

En rigor, y esto parece en contradicción con lo dicho, el número de ecuaciones diferenciales de la forma

$$\frac{dy}{dx} = X(x, y)$$

que se sabe integrar es infinito. Porque, en efecto, basta escribir una ecuación cualquiera,

$$\varphi(x, y) = c,$$

siendo c una constante, y diferenciarla, con lo cual tendremos

$$\frac{d\varphi}{dx}\,dx + \frac{d\varphi}{dy}\,dy = 0;$$

y de donde podremos deducir

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{d\varphi}{dx}}{\frac{d\varphi}{dy}},$$

para obtener una ecuación de la forma antes indicada, y cuya integral podemos obtener inmediatamente, puesto que no será otra que la ecuación de donde procede.

Pero esto nada prueba, porque, si sabemos integrar esta última ecuación, es porque nosotros mismos la hemos formado por la diferenciación de una función conocida.

Claro es que si fuera posible clasificar todas las funciones φ, que por otra parte son en número infinito, y formar una tabla de dos columnas, poniendo en la primera dichas funciones φ y en la segunda sus derivadas primeras, obtenidas como antes indicábamos, la integración de cualquier término de la segunda columna sería inmediata, porque no habría más que ver á qué término de la primera correspondía.

Pero como esto es imposible y sería pueril empeñarse en demostrarlo, resulta que la enorme dificultad del problema es ya punto axiomático en la Ciencia.

Existen muchos métodos particulares para casos particulares, como antes dijimos, y sobre ellos no hemos de insistir, porque están expuestos en todos los tratados de Cálculo integral.

En cambio, las teorías generales son escasas y no están bastante difundidas en la enseñanza. A dichas teorías generales se referirán particularmente estas notas.

Trataremos en ellas sucesivamente:

1.° De la teoría del factor que hace integrable la ecuación diferencial, ó llamémosle factor de integrabilidad.

2.° De las transformaciones infinitesimales.

3.° De los grupos de transformación, teoría enlazada con la precedente.

4.° De los trabajos de Painlevé para el caso en que la integral general es una función analítica uniforme ó de un número finito de determinaciones.

II

Empecemos por el factor de integrabilidad.

Supongamos que la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = X$$

se presentase bajo la forma inmediata que antes obtuvimos

por la diferenciación de la función

$$\varphi(x, y) = c$$

de donde procede. Es decir, bajo la forma

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{d\varphi}{dx}}{\frac{d\varphi}{dy}}.$$

En este caso, la integración sería inmediata escribiendo la ecuación precedente de este modo:

$$\frac{d\varphi}{dy}\,dy + \frac{d\varphi}{dx}\,dx = 0.$$

Pero esto pocas veces se verifica, porque los dos coeficientes pueden haber sufrido alteración por la adición ó supresión de factores comunes.

Por ejemplo, multipliquemos toda la ecuación por una función cualquiera $\psi(x, y)$, y tendremos

$$\frac{d\varphi}{dy}\,\psi(x, y)\,dy + \frac{d\varphi}{dx}\,\psi(x, y)\,dx = 0;$$

y como los coeficientes de las diferenciales son funciones de x, y, podremos expresar la ecuación anterior de este modo:

$$A(x, y)\,dx + B(x, y)\,dy = 0.$$

Ahora bien, cuando se nos da una ecuación diferencial, de las que estamos considerando, lo único que conoceremos, será cada una de las funciones A, B, pero sin que podamos nunca, *a priori*, descomponerlas en sus dos factores $\frac{d\varphi}{d\varphi}$ y $\psi(x, y)$ para la primera, $\frac{d\varphi}{dy}$ y $\psi(x, y)$ para la segunda; de suerte, que

la ecuación diferencial propuesta, no sea en general, una diferencial exacta ó inmediata de las dos variables x, y.

¿Cómo conoceremos si realmente es una diferencial exacta, ó no lo es?

Si lo fuese, afectaría forzosamente la forma

$$\frac{d\varphi}{dx}dx + \frac{d\varphi}{dy}dy = 0.$$

Y en este caso tendríamos necesariamente

$$\frac{d\,\frac{d\varphi}{dx}}{dy} = \frac{d\,\frac{d\varphi}{dy}}{dx},$$

puesto que ambos términos se reducen á

$$\frac{d^2\varphi}{dxdy}.$$

Así pues, dada una ecuación diferencial de primer orden y de primer grado, bajo la forma general

$$A(x, y)\,dx + B(x, y)\,dy = 0,$$

lo primero que hay que hacer, es ver si los coeficientes satisfacen á la condición de integrabilidad

$$\frac{dA}{dy} = \frac{dB}{dx}.$$

Condición que es necesaria, y que además es suficiente, porque se sabe, que si se verifica dicha condición, la ecuación diferencial puede integrarse por cuadraturas.

Aunque todo esto es elemental, lo exponemos aquí á modo de recuerdo y para ir encadenando lógicamente las ideas partiendo siempre de las más primitivas.

Supongamos pues, que los coeficientes de la ecuación

$$A(x, y)\,dx + B(x, y)\,dy = 0$$

cumplen con la condición de integrabilidad

$$\frac{dA}{dy} = \frac{dB}{dx}.$$

Esto querrá decir, que A será precisamente la diferencial con relación á x de la función que buscamos, así como B será la derivada con relación á y, de dicha función. Lo cual pudiera demostrarse desde luego.

En resumen, $A(x, y)\,dx$ no es otra cosa que $\frac{d\varphi}{dx}dx$, luego integrándola con relación á x y considerando por lo tanto á y como una constante, obtendremos la función φ exceptuado los términos en y que formarán la verdadera constante de la integración en x.

Tendremos pues,

$$\frac{d\varphi}{dx} = A(x, y); \quad \varphi = \int_{x_0}^{x} A(x, y)\,dx + \psi(y),$$

en la cual sólo falta determinar $\psi(y)$.

Para ello diferenciando respecto á y

$$\frac{d\varphi}{dy} = \frac{d}{dy}\int_{x_0}^{x} A(x,y)dx + \psi'(y) = \int_{x_0}^{x} \frac{dA}{dy}\,dx + \psi'(y) =$$

$$= \int_{x_0}^{x} \frac{dB}{dx}\,dx + \psi'(y),$$

y por último,

$$B(x, y) = B(x, y) - B(x_0, y) + \psi'(y);$$

de donde se deduce

$$\psi'(y) = B(x_0, y);$$

é integrando

$$\psi(y) = \int_{y_0}^{y} B(x_0, y)\, dy.$$

De suerte que la integral general será

$$\int_{x_0}^{x} A(x, y)\, dx + \int_{y_0}^{y} B(x_0, y)\, dy = 0,$$

en la cual está evidentemente comprendida la constante.

Se deduce de lo expuesto, que no es más que el resumen de teorías elementales bien conocidas, que si una ecuación diferencial del tipo indicado satisface á las condiciones de integrabilidad, podrá integrarse desde luego por dos cuadraturas: la una relativa á la variable x, la otra relativa á la variable y.

Si no satisface á dicha condición, no podrá integrarse de una manera inmediata, más que en casos particulares y por determinados artificios. Pero se demuestra, que la integral existe siempre, sólo que, los coeficientes han sufrido alteraciones que les han hecho perder el caracter de ser respectivamente las derivadas con relación á x y con relación á y de la integral general. Por ejemplo: la introducción de un factor en x, y que sólo cuando es función de la integral misma, no hace perder á los coeficientes el caracter indicado.

Y ocurre desde luego este problema, que de ser resuelto, sería una solución definitiva del problema principal.

A saber: dada una ecuación diferencial

$$A(x, y)\, dx + B(x, y)\, dy = 0,$$

cuyos coeficientes A, B no cumplen con la condición de integrabilidad, ¿podría encontrarse una función $\mu(x, y)$ tal, que multiplicando por ella la ecuación propuesta, la que resultase

$$\mu A dx + \mu B dy = 0$$

fuera tal, que sus coeficientes cumplieran con la condición de integrabilidad

$$\frac{d.\mu A}{dy} = \frac{d.\mu B}{dx},$$

en cuyo caso se integraría la ecuación por el método expuesto?

El problema es posible, el factor μ no solamente existe, sino que tiene infinitas soluciones, y su determinación depende de la integración de la ecuación en diferenciales parciales

$$\frac{Ad\mu}{dy} + \mu\frac{dA}{dy} = \frac{Bd\mu}{dx} + \mu\frac{dB}{dy},$$

que es el desarrollo de la anterior. Pero aquí está la dificultad, que para integrar la ecuación diferencial ordinaria de primer orden y de primer grado, tenemos que integrar una ecuación en diferenciales parciales, que por regla general es problema más difícil que el primero; como que aplicando los métodos conocidos, volvemos á encontrar la misma ecuación diferencial propuesta, pero en condiciones más difíciles, porque no viene aislada, sino formando parte de un sistema.

No insistimos en todo esto, porque suponemos que es materia que el lector conoce, y sólo como recuerdo y preparación lo vamos presentando.

Mas aquí ocurre una idea, de la cual acaso pudiera sacarse algún partido para la integración de la ecuación fundamental.

III

Pongamos la ecuación diferencial ordinaria de primer orden y primer grado bajo la forma sencilla

$$\frac{dy}{dx} = X,$$

ó bien

$$\frac{dy}{dx} - X = 0, \text{ ó sea } dy - X\,dx = 0,$$

ó introduzcamos el factor de integrabilidad μ, con lo cual se convertirá en

$$\mu\,dy - \mu X dx = 0$$

La condición para que μ sea dicho factor de integrabilidad, será, en este caso,

$$\frac{d\mu}{dx} = -\frac{d.\mu X}{dy},$$

ó desarrollando

$$\frac{d\mu}{dx} + \mu\,\frac{dX}{dy} + X\frac{d\mu}{dy} = 0.$$

En esta ecuación entran, como antes decíamos, los coeficientes en diferenciales parciales $\frac{d\mu}{dx}$, $\frac{d\mu}{dy}$, y además dos coeficientes, cuya forma es perfectamente conocida, á saber: X y $\frac{dX}{dy}$.

Es, pues, una función en diferenciales parciales de primer orden y lineal, de la función μ, que es función de x, y.

La integración, en general, no puede efectuarse si de antemano no se saben integrar ecuaciones análogas á la propuesta; de suerte que el problema fundamental no ha adelantado un paso, á no ser para ejemplos particulares, como las ecuaciones lineales, para las que, suponiendo que μ sólo contiene la variable x, la ecuación en diferenciales parciales se reduce á la siguiente:

$$\frac{d\mu}{dx} + \mu\,\frac{dX}{dy} = 0,$$

la cual puede integrarse. Aparte de este caso y otros muy sencillos, la teoría del factor de integrabilidad no ha prestado grandes y transcendentales servicios á la *práctica* de la integración.

Pero vamos á la idea á que antes nos referíamos.

Invirtamos el problema; no tratemos de buscar el factor μ, que hace integrable una ecuación, cuyo coeficiente diferencial es X, sino á la inversa, el coeficiente X, ó sea la ecuación diferencial, que corresponde á un factor de integrabilidad dado de antemano.

En suma, en la ecuación

$$\frac{d\mu}{dx} + \mu \frac{dX}{dy} + X \frac{d\mu}{dy} = 0,$$

supongamos conocida la función μ y determinemos la función X.

Con lo que el problema se plantea de este modo:

Suponiendo que μ es una función conocida, pero arbitraria, ?cuál será la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = X$$

que á este factor corresponde?

Y, resuelto este problema, podíamos ensayar infinitas formas para μ, tantas como se quisiera, racionales, irracionales, transcendentes, y encontraríamos multitud de tipos de ecuaciones diferenciales integrables; porque todas ellas, aunque no tuvieran la forma diferencial inmediata, tendrían el factor μ, conocido de antemano.

Ahora bien, este problema inverso se resuelve sin dificultad de ningún género, porque la ecuación

$$\mu \frac{dX}{dy} + X \frac{d\mu}{dy} + \frac{d\mu}{dx} = 0$$

respecto á X como función, ya no es una ecuación en diferenciales parciales, sino una ecuación diferencial ordinaria, y además lineal, en que sólo aparece X como función de y, y

que se reduce al tipo

$$\frac{dy}{dx} = Py + Q,$$

poniéndola bajo la forma

$$\frac{dX}{dy} + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dy} X + \frac{1}{\mu} \cdot \frac{d\mu}{dx} = 0.$$

Los coeficientes, que todos son funciones de μ, claro es que son funciones perfectamente conocidas de x é y, y por lo tanto de la variable independiente y de la integración.

En resumen, escogiendo para μ una función cualquiera, bastará integrar la ecuación precedente respecto á y para obtener la forma de X. Claro es que la constante de la integración será una función arbitraria de x.

Considerando, pues, la ecuación precedente como una ecuación diferencial lineal en X é y, é integrando por la fórmula conocida, tendremos

$$X = e^{-\int \frac{d\mu}{dy} \frac{1}{\mu} dy} \left[c + \int \frac{-\frac{d\mu}{dx} \frac{1}{\mu} dy}{e^{-\int \frac{d\mu}{dy} \frac{1}{\mu} dy}} \right],$$

ó bien

$$X = e^{-\log\mu} \left[c + \int \frac{-\frac{d\mu}{dx} \cdot \frac{1}{\mu} dy}{e^{-\log\mu}} \right],$$

la cual, recordando que c es una función arbitraria de x, que llamaremos $\psi(x)$, se reduce á

$$X = \frac{\psi(x) - \int \frac{d\mu}{dx} dy}{\mu}.$$

Queda, pues, determinado el coeficiente X por esta fórmula

sencillísima, siempre que de antemano se suponga dada la forma del factor de intangibilidad μ.

Dicha fórmula hubiera podido obtenerse directamente, y de una manera inmediata, de la condición antes establecida.

$$\frac{d\mu}{dx} = -\frac{d\,.\mu X}{dy}.$$

En efecto, integrando respecto á y, tendremos:

$$\mu X = -\int \frac{d\mu}{dx}\,dy + c;$$

y como la constante c ha de ser una función arbitraria de x, resultará:

$$X = \frac{\psi(x) - \int \frac{d\mu}{dx}\,dy}{\mu},$$

que es, en efecto, la expresión que antes obtuvimos.

El problema inverso queda, pues, resuelto por una sola cuadratura, á pesar de lo cual el problema directo es tan difícil como siempre.

Sin embargo, tomando para μ un sistema de formas diversas sistemáticamente ordenadas, ya de funciones algebráicas, ya de funciones transcendentes, podríamos formar un cuadro de ecuaciones diferenciales que, por lo menos, enriqueciese la colección de tipos ó ejemplos que hoy se saben integrar.

Y aun este sistema pudiera tener la ventaja de ordenar sistemáticamente los casos particulares que citan los tratados de cálculo integral, dándoles cierta unidad que acaso fuera provechosa para la enseñanza.

Sin insistir más en este punto, presentemos algunos ejemplos, empezando por los más elementales y sencillos.

1.° Empecemos por el caso sencillísimo $\mu = 1$.

El valor de X se reducirá á

$$X = \psi(x),$$

y la ecuación diferencial será de la forma

$$\frac{dy}{dx} = X = \psi(x);$$

de donde

$$y = \int \psi(x)\, dx,$$

que es una cuadratura.

2.° Sea $\mu = \alpha(x)$. Tendremos:

$$X = \frac{\psi(\alpha) - \int \alpha'(x)\, dy}{\alpha(x)} = \frac{\psi(x) - \alpha'(x)\, y}{\alpha(x)} = Py + Q$$

siendo

$$P = -\frac{\alpha'(x)}{\alpha(x)}; \quad Q = \frac{\psi(x)}{\alpha(x)}; \text{ de donde } \alpha(x) = e^{-\int P dx};$$

y por fin la ecuación diferencial será de la forma

$$\frac{dy}{dx} = Py + Q,$$

que es la ecuación lineal.

3.° Busquemos ahora los casos en que el factor que hace integrable la ecuación sea una función de y.

Supongamos $\mu = \beta(y)$, y por lo tanto

$$X = \frac{\psi(x) - \int \frac{d\beta(y)}{dx}\, \delta y}{\beta(y)} = \frac{\psi(x)}{\beta(y)}.$$

La ecuación diferencial será,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi(x)}{\beta(y)},$$

que evidentemente tiene por factor de integrabilidad $\beta(y)$.

4.° Combinando los dos casos anteriores, supongamos

$$\mu = \alpha(x)\,\beta(y).$$

El valor de X será

$$X = \frac{\psi(x) - \int \alpha'(x)\,\beta(y)\,dy}{\alpha(x)\,\beta(y)}$$

y la ecuación diferencial

$$dy = \frac{\psi(x) - \alpha'(x) \int \beta(y)\,dy}{\alpha(x)\,\beta(y)}\,dx,$$

ó bien

$$\beta(y)\,dy = \left[\frac{\psi(x)}{\alpha(x)} - \frac{\alpha'(x)}{\alpha(\varphi)} \int \beta(y)\,dy\right] dx;$$

y tomando como nueva variable $\int \beta(y)\,dy = z$

$$dz = \left[\frac{\psi(x)}{\alpha(x)} - \frac{\alpha'(x)}{\alpha(x)}\,z\right] dx,$$

que es todavía del tipo de las ecuaciones diferenciales lineales.

5.° Supongamos que se presenta este problema:

¿Cuál será la forma general de las ecuaciones diferenciales en que el factor de integrabilidad sea la suma de dos funciones, una de x y otra de y?

Todo queda reducido á suponer

$$\mu = \alpha(x) + \beta(y).$$

y substituyendo en el valor de X tendremos

$$X = \frac{\psi(x) - \int \alpha'(x)\, dy}{\alpha(x) + \beta(y)} = \frac{\psi(x) - \alpha'(x)\, y}{\alpha(x) + \beta(y)}.$$

Esta última expresión puede presentarse bajo diferentes formas, que resolverán el problema propuesto.

Supongamos que la ecuación anterior se pone bajo esta forma:

$$X = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{\alpha(x) + \beta(y)}\, \alpha'(x),$$

en cuyo caso la ecuación diferencial será

$$dy = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{\alpha(x) + \beta(y)}\, \alpha'(x)\, dx;$$

y tomando otra variable independiente t, determinada por la relación

$$\alpha'(x)\, dx = dt \quad \text{ó bien} \quad t = \int \alpha'(x)\, dx,$$

tendremos

$$dy = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{t + \beta(y)}\, dt;$$

y despejando x en función de t, y sustituyendo en la ecuación precedente, se obtiene la forma final

$$dy = \frac{\psi_1(t) - y}{t + \beta(y)}\, dt,$$

ó bien

$$dy\,(t + \beta(y)) + (y - \psi_1(t))\, dt = 0,$$

que evidentemente satisface á la condición de integrabilidad.

(Se continuará.)

XVIII.—Catálogo de los moluscos testáceos de las islas Filipinas, Joló y Marianas.

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO.

En el año 1840 era poco conocida la numerosa y bella fauna de moluscos del Archipiélago filipino, y sólo desde esa época es cuando los autores han descrito la multitud de especies nuevas recogidas por el célebre explorador inglés H. Cuming, poco antes de ese año, y las que han ido descubriéndose después por Semper, Quadras y otros, llamada ya la atención de los especialistas acerca de la abundancia de moluscos propios de dichas islas.

Muchas de las especies encontradas por Cuming fueron publicadas en los *Proceedings of the Zoological Society of London* (de 1840 á 1860 principalmente) por los naturalistas ingleses Sowerby, Broderip, Reeve, Hinds, Gaskoin, A. Adams y Smith, los franceses Petit, Recluz y Deshayes, los alemanes Pfeiffer y Dohrn, el suizo Brot y el norteamericano Lea.

Otra parte de las especies recogidas por Cuming, algunas de las halladas antes del viaje de este naturalista, y las que se han ido encontrando en las exploraciones posteriores, están incluídas en las publicaciones siguientes, de las que pueden verse más pormenores en la parte segunda de mis *Obras malacológicas:*

FERUSSAC Y DESHAYES, *Hist. des mollusques*, 1820-1851.
JAY, *Catal. of the shells*, 3.ª y 4.ª edic., 1839 y 1850.
LEA, *Descript. of nineteen new species of Colimacea*, 1840.
DELESSERT, *Recueil des coquilles*, 1841.
REEVE, *Conch. systematica*, 1841 y 1842.
MARTINI Y CHEMNITZ, *Conchyl. Cabinet*, 2.ª edic., 1841-1904.
PHILIPPI, *Abbildungen... neuer Conchylien*, 1842-1850.

SOWERBY, A. ADAMS, HINDS, HANLEY Y MARRAT, *Thesaurus conchyliorum*, 1842-1887.

REEVE, *Conchologia iconica*, 1843-1878.

ADAMS Y REEVE, *Voy. Samarang, Mollusca*, 1848.

PFEIFFER, *Monogr. heliceorum*, 1848-1877.— *M. pneumonopomorum*, 1852-1876.—*Novit. Conchologicæ*, 1854-1879 y *M. auriculaceorum*, 1856.

MÖRCH, *Catal. conchyliorum Kierulf*, 1850.

SEMPER, DESHAYES Y CROSSE, *Journal de Conchyliologie*, 1850-1903.

DESHAYES, *Cat. of the Conchifera in the British Museum*, 1853 y 1854.

DUNKER, *Novit. Conchol.*, 1858 á 1870.—*Index mollusc. maris Japonici*, 1882.

GOULD, *Otia conchologica*, 1862.

MARTENS, *Die Preussische expedition nach Ost-Asien*, 1867. —*Die Moll. der Maskarenen*, 1880.—*Süss-und Brackwasser Mollusken des Indischen Archipels*, 1897.

FRAUENFELD, *Beiträge zur fauna der Nicobaren*, 1869.

LISCHKE, *Japanische meeres Conchylien*, 1869-1874.

SEMPER, KOBELT Y MÖLLENDORFF, *Reisen im Archipel der Philippinen*, 1870-1903.

MARRAT, *New forms of Nassa*, 1878.—*Varieties of Nassa*, 1880.

TRYON Y PILSBRY, *Manual of Conchology*, 1879-1904.

SMITH Y WATSON, *Voy. Challenger, Mollusca*, 1885 y 1886.

HIDALGO, *Recherches conchyl. de M. Quadras aux Philippines*, 1887 y 1888.— *Especes nouvelles de Philippines*, 1888 y 1889.—*Catalogue du genre Cochlostyla*, 1896.—*Obras malacológicas*, 1890-1903.

MÖLLENDORFF, *Von den Philippinen*, etc., 1887-1898.— *Verzeichniss Philippinen landmollusken*, 1898.

PAETEL, *Catal. der Conchylien-Sammlung*, 1887-1891.

DOHRN, *Conchylienfauna der Insel Palawan*, 1881.

BOETTGER, *Die Mollusken marinen der Philippinen*, 1893, 1895, 1896.

QUADRAS, *Catal. moluscos de Filipinas*, 1893.

QUADRAS y MÖLLENDORFF, *Diagnoses specierum novarum*, 1893-1896.

SOWERBY, *Proc. Malacol. Soc. London*, 1893-1904.

SMITH, *Land shells from Palawan and Balabac.—Land shells of Sulu Archipelago*, etc., 1893-1895.

QUADRAS y MÖLLENDORFF, *Diagnoses specierum novarum in insulis Mariannis*, 1891.

GUDE, *A new shell and illustr. unfigured helicidæ*, 1896.
FULTON, *A list of the species of Amphidromus*, 1896.
ELERA, *Catálogo de la fauna de Filipinas*, 1896.
BERGH, *Bullacea der Philippinen*, 1901.

Mas á pesar de las exploraciones verificadas en Filipinas durante un período de sesenta y seis años, y de estar bastante estudiada su fauna malacológica, como lo demuestra el examen de los libros antes citados y el de algunos otros de menos importancia, es lo cierto que no existe todavía una obra en que estén reunidas de una manera clara y concisa *todas* las especies hasta ahora descubiertas en aquellas islas.

Semper trató de realizar dicha idea en su libro *Reisen im Philippinen*, empezado á publicar en 1870, y aunque Kobelt le continuó en 1886, sólo ha resultado en ese espacio de diez y seis años un catálogo que comprende 487 especies terrestres, faltando gran parte de estos moluscos y sin que figuren para nada los marinos y los fluviales.

En 1887 y 1888, yo mismo publiqué otro catálogo de los moluscos terrestres (*Recherches de M. Quadras*) en que enumeré las especies entonces conocidas, menos las del género *Helicina*, resultando 583 especies terrestres, pero tampoco me ocupé de los moluscos fluviales y marinos.

En la última edición del catálogo de Paetel, 1887 á 1891, están incluídas las indicaciones dadas por muchos autores sobre los moluscos testáceos de Filipinas; pero no hay por separado una lista general de dicha fauna, y aun cuando se hiciera, faltan bastantes datos y las indicaciones de localidad son poco circunstanciadas, pues sólo se cita Filipinas ó una de las islas de dicho archipiélago.

En 1890 me propuse reunir en la parte primera de mis *Obras malacológicas* todo lo relativo á los moluscos testáceos de las mencionadas islas, pero de una manera extensa, comprendiendo la sinonimia, la descripción, las localidades y las figuras de las especies; pero con estas condiciones la publicación ha de ser más lenta, y, por lo tanto, sólo van enumeradas hasta el día 900 especies de dicha fauna, es decir, la mitad de los moluscos terrestres y la mitad de los moluscos marinos la-

melibranquios. Por ahora, pues, no da mi trabajo idea general de la fauna malacológica de las que fueron nuestras posesiones de Oceanía.

Algunos años más tarde, en 1896, Elera dió á luz el volumen III de su *Catálogo de la fauna de Filipinas*, en que ya están reunidos todos los moluscos terrestres, fluviales y marinos, obra que podría considerarse como el *desideratum* apetecido, si no hubiese sido hecha por un paciente compilador, cuando para ello se necesitaba un verdadero naturalista. El autor sólo tuvo á su disposición, según resulta del examen del libro, el *Manual of Conchology*, de Tryon, el catálogo de Paetel, la obra de Semper, lo publicado por mí, por Möllendorff y por Boettger sobre dicha fauna, y alguna monografía de Lamelibranquios. Möllendorff le redactó cuatro familias de moluscos terrestres, y la colección de Quadras, clasificada por mí y por Möllendorff, le proporcionó la mayor parte de las localidades que cita.

Aun con este corto número de libros, hubiera podido ser hecho un catálogo bastante aceptable, pues en ellos están ya reunidas las noticias de muchas obras anteriores; pero por lo antes indicado, resultó un libro confuso y lleno de defectos. Por no ser Elera naturalista, copió literalmente en su obra los datos de tres autores que tienen distinto criterio: Tryon reune muchas especies en una sola, llegando hasta la exageración; Möllendorff las multiplica con exceso, á estilo de Bourguignat, y al lado de esas noticias están las procedentes de mis escritos, hechos con un criterio prudente, inspirado en los buenos libros de Pfeiffer, Deshayes, Reeve, Crosse, Kobelt, Dautzenberg, Dall, Pilsbry y otros reputados naturalistas.

No dándose cuenta el autor de lo que son sinonimias, unas mismas especies aparecen como distintas con los diversos nombres que han recibido, resultando un aumento ficticio en la fauna, y otras veces coloca Elera las sinonimias de diferentes especies en otras de diversos géneros, pero que tienen el mismo nombre específico, como puede verse en los Lamelibranquios.

Respecto á las localidades citadas, la adopción de un mismo

tipo de letra que impide la distinción entre los pueblos, las provincias y las islas de Filipinas, no sólo hace aparecer las citaciones más numerosas de lo que realmente son, sino que también dificulta el estudio de la distribución geográfica á los que carecen de un conocimiento minucioso de todos los lugares y sitios del Archipiélago filipino. Como un ejemplo entre muchos, copiaré tres palabras de dicha obra: «Luzón, Bataán, Morong» que aparentemente son tres localidades, y, sin embargo, no son más que una, Morong, en la provincia de Bataán, de la isla de Luzón.

La fauna malacológica marina de Filipinas pertenece á la gran provincia indo-pacífica, que comprende desde la costa oriental de Africa y Madagascar hasta el Sur del Japón, el Norte de Australia y las pequeñas islas de Oceanía, y no es extraño, por lo tanto, que además de las especies propias, tenga bastantes especies comunes con las de los países comprendidos en esa región. Pero en el catálogo de Elera, se ve con sorpresa citadas de Filipinas casi todas las especies de China, del Japón y de otros puntos de dicha provincia geográfica, coincidiendo este aumento de la fauna con la omisión de esas noticias por los viajeros naturalistas que han explorado el Archipiélago filipino. De dichas especies podrán irse hallando algunas en exploraciones posteriores, pero también puede asegurarse que habrá que eliminar otras muchas de las consignadas por Elera.

Después de esta defectuosa compilación, continuó Möllendorff la obra de Semper, desde 1898 hasta 1903, época de su prematuro fallecimiento. En las cinco entregas publicadas dió á conocer 257 especies terrestres; pero como 117 estaban ya citadas por Semper, sólo hay que agregar 140 á las 487 de Semper, obteniéndose un total de 627 especies. Sin embargo, el mismo Möllendorff dió en 1898, con el título de *Verzeichniss Philippinen landmollusken*, un catálogo referente á los moluscos terrestres de Filipinas, en que ha condensado todo lo conocido hasta entonces sobre dichos moluscos. Dicho trabajo da idea exacta de la fauna terrestre, pues comprende 1.079 especies, después de suprimir el autor muchas de las que ha-

bía establecido anteriormente. Cada una de ellas tiene la indicación de la obra en que se publicó y de alguna figura que la representa; pero faltan las citas de las localidades, y sólo se da cuenta de la isla ó islas en que viven. Por esta concisión, y por faltar en dicho escrito todas las especies fluviales y marinas, resulta también incompleto el conocimiento de la fauna filipina.

En vista de lo anteriormente expuesto, y no pudiendo avanzar con rapidez en mi propósito de publicar toda la fauna de Filipinas de una manera extensa, como en las partes impresas, he decidido anticipar un resumen de dicha fauna, puesto que ya están reunidos los datos y estudiados los materiales que tengo á mi disposición para continuar la parte primera de mis *Obras malacológicas.*

En este resumen ó censo general de la fauna malacológica filipina, no hay descripciones ni figuras; en cada género van colocadas las especies por orden alfabético de sus nombres específicos, y en ellas se cita una buena figura de las mismas y todas las localidades hoy conocidas, especificando bien la isla á que corresponden. Para la formación del presente catálogo, aproveché todo lo bueno que hay en los libros publicados, estudiándolo detenidamente, haciendo las rectificaciones necesarias, y añadiendo á ello multitud de datos debidos á los colectores españoles que luego se mencionan, como también los que tuvo la amabilidad de enviarme el Profesor Martens, Director del Museo Zoológico de Berlín, adquiridos durante las expediciones científicas de dicho Profesor y de los naturalistas alemanes Mayen, Meyer, Jagor, Besser y otros, por lo cual le estoy sumamente agradecido.

Al final de cada género se indican otras especies citadas de Filipinas, cuya pertenencia á la fauna del Archipiélago considero aún dudosa, hasta que lleguen á encontrarse de una manera más auténtica.

Después de la estancia de Cuming en Filipinas, se generalizó en dichas islas la formación de colecciones de moluscos como objeto de adorno, dedicándose muchos naturales del país á la recolección y venta de las conchas de dichos seres, y aun

se importaron de países inmediatos, de China, por ejemplo, por lo cual, es seguro que se han dado como de Filipinas especies que realmente no viven en dichas islas. Así, pues, cuando una especie está solamente mencionada de Filipinas, sin localidad determinada, cabe todavía la posibilidad de que no pertenezca á su fauna. Más exacto es el dato cuando se cita una isla, porque si bien puede haberse llevado de un punto á otro por los vendedores de esta clase de objetos, al fin pertenece á la fauna del Archipiélago; la noticia es segurísima cuando se indica localidad determinada, la isla á que pertenece, y es de confianza el colector que la ha recogido.

Las circunstancias antes dichas, y las nuevas exploraciones, han de modificar algo el catálogo que ahora publico; pero en el momento presente será el más completo y conciso de todos los que se han proyectado.

Muy rara vez menciono alguna especie de la cual no haya podido examinar su descripción ó su figura; he visto y determinado por mí mismo, ejemplares de todas las localidades que no llevan indicación de colector, pero que han sido recogidos por españoles y están distribuídos en las colecciones de Quadras, Museo de Ultramar, Museo de Madrid, PP. Paules, Azpeitia y la mía; de las especies no existentes en estas colecciones, he visto su descripción y figura en los libros que he podido consultar hasta ahora (unos 1.700), cuidando de indicar en la localidad el nombre del naturalista á quien se debe la noticia de su existencia en el Archipiélago filipino.

Para completar mi trabajo, he creído conveniente añadir los datos que existen sobre las faunas del Archipiélago de Joló y de Marianas. La de Joló tiene parecido con la de Filipinas, y la de Marianas es semejante en los moluscos marinos, pero difiere en los terrestres, como ya se ha notado en las especies descritas por Quadras y Möllendorff.

No terminaré este breve prólogo sin indicar los exploradores españoles á quienes debo todos los datos de localidad, que no llevan por ahora el nombre del que los recogió (1), datos que

(1) Irán consignados en las *Obras malacológicas,* como se ha hecho en las partes publicadas.

El valor de X se reducirá á

$$X = \psi(x),$$

y la ecuación diferencial será de la forma

$$\frac{dy}{dx} = X = \psi(x);$$

de donde

$$y = \int \psi(x)\, dx,$$

que es una cuadratura.

2.° Sea $\mu = \alpha(x)$. Tendremos:

$$X = \frac{\psi(\alpha) - \int \alpha'(x)\, dy}{\alpha(x)} = \frac{\psi(x) - \alpha'(x)\, y}{\alpha(x)} = Py + Q$$

siendo

$$P = -\frac{\alpha'(x)}{\alpha(x)}; \quad Q = \frac{\psi(x)}{\alpha(x)}; \text{ de donde } \alpha(x) = e^{-\int P dx};$$

y por fin la ecuación diferencial será de la forma

$$\frac{dy}{dx} = Py + Q,$$

que es la ecuación lineal.

3.° Busquemos ahora los casos en que el factor que hace integrable la ecuación sea una función de y.

Supongamos $\mu = \beta(y)$, y por lo tanto

$$X = \frac{\psi(x) - \int \frac{d\beta(y)}{dx}\, \delta y}{\beta(y)} = \frac{\psi(x)}{\beta(y)}.$$

La ecuación diferencial será,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\psi(x)}{\beta(y)},$$

que evidentemente tiene por factor de integrabilidad $\beta(y)$.

4.° Combinando los dos casos anteriores, supongamos

$$\mu = \alpha(x)\,\beta(y).$$

El valor de X será

$$X = \frac{\psi(x) - \int \alpha'(x)\,\beta(y)\,dy}{\alpha(x)\,\beta(y)}$$

y la ecuación diferencial

$$dy = \frac{\psi(x) - \alpha'(x)\int \beta(y)\,dy}{\alpha(x)\,\beta(y)}\,dx,$$

ó bien

$$\beta(y)\,dy = \left[\frac{\psi(x)}{\alpha(x)} - \frac{\alpha'(x)}{\alpha(\varphi)}\int \beta(y)\,dy\right]dx;$$

y tomando como nueva variable $\int \beta(y)\,dy = z$

$$dz = \left[\frac{\psi(x)}{\alpha(x)} - \frac{\alpha'(x)}{\alpha(x)}\,z\right]dx,$$

que es todavía del tipo de las ecuaciones diferenciales lineales.

5.° Supongamos que se presenta este problema:

¿Cuál será la forma general de las ecuaciones diferenciales en que el factor de integrabilidad sea la suma de dos funciones, una de x y otra de y?

Todo queda reducido á suponer

$$\mu = \alpha(x) + \beta(y).$$

y substituyendo en el valor de X tendremos

$$X = \frac{\psi(x) - \int \alpha'(x)\, dy}{\alpha(x) + \beta(y)} = \frac{\psi(x) - \alpha'(x)\, y}{\alpha(x) + \beta(y)}.$$

Esta última expresión puede presentarse bajo diferentes formas, que resolverán el problema propuesto.

Supongamos que la ecuación anterior se pone bajo esta forma:

$$X = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{\alpha(x) + \beta(y)}\, \alpha'(x),$$

en cuyo caso la ecuación diferencial será

$$dy = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{\alpha(x) + \beta(y)}\, \alpha'(x)\, dx;$$

y tomando otra variable independiente t, determinada por la relación

$$\alpha'(x)\, dx = dt \quad \text{ó bien} \quad t = \int \alpha'(x)\, dx,$$

tendremos

$$dy = \frac{\dfrac{\psi(x)}{\alpha'(x)} - y}{t + \beta(y)}\, dt;$$

y despejando x en función de t, y sustituyendo en la ecuación precedente, se obtiene la forma final

$$dy = \frac{\psi_1(t) - y}{t + \beta(y)}\, dt,$$

ó bien

$$dy\,(t + \beta(y)) + (y - \psi_1(t))\, dt = 0,$$

que evidentemente satisface á la condición de integrabilidad.

(Se continuará.)

XVIII.—Catálogo de los moluscos testáceos de las islas Filipinas, Joló y Marianas.

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO.

En el año 1840 era poco conocida la numerosa y bella fauna de moluscos del Archipiélago filipino, y sólo desde esa época es cuando los autores han descrito la multitud de especies nuevas recogidas por el célebre explorador inglés H. Cuming, poco antes de ese año, y las que han ido descubriéndose después por Semper, Quadras y otros, llamada ya la atención de los especialistas acerca de la abundancia de moluscos propios de dichas islas.

Muchas de las especies encontradas por Cuming fueron publicadas en los *Proceedings of the Zoological Society of London* (de 1840 á 1860 principalmente) por los naturalistas ingleses Sowerby, Broderip, Reeve, Hinds, Gaskoin, A. Adams y Smith, los franceses Petit, Recluz y Deshayes, los alemanes Pfeiffer y Dohrn, el suizo Brot y el norteamericano Lea.

Otra parte de las especies recogidas por Cuming, algunas de las halladas antes del viaje de este naturalista, y las que se han ido encontrando en las exploraciones posteriores, están incluídas en las publicaciones siguientes, de las que pueden verse más pormenores en la parte segunda de mis *Obras malacológicas:*

FERUSSAC Y DESHAYES, *Hist. des mollusques*, 1820-1851.
JAY, *Catal. of the shells*, 3.ª y 4.ª edic., 1839 y 1850.
LEA, *Descript. of nineteen new species of Colimacea*, 1840.
DELESSERT, *Recueil des coquilles*, 1841.
REEVE, *Conch. systematica*, 1841 y 1842.
MARTINI Y CHEMNITZ, *Conchyl. Cabinet*, 2.ª edic., 1841-1904.
PHILIPPI, *Abbildungen... neuer Conchylien*, 1842-1850.

SOWERBY, A. ADAMS, HINDS, HANLEY Y MARRAT, *Thesaurus conchyliorum*, 1842-1887.

REEVE, *Conchologia iconica*, 1843-1878.

ADAMS Y REEVE, *Voy. Samarang, Mollusca*, 1848.

PFEIFFER, *Monogr. heliceorum*, 1848-1877.— *M. pneumonopomorum*, 1852-1876.—*Novit. Conchologicæ*, 1854-1879 y *M. auriculaceorum*, 1856.

MÖRCH, *Catal. conchyliorum Kierulf*, 1850.

SEMPER, DESHAYES Y CROSSE, *Journal de Conchyliologie*, 1850-1908.

DESHAYES, *Cat. of the Conchifera in the British Museum*, 1853 y 1854.

DUNKER, *Novit. Conchol.*, 1858 á 1870.—*Index mollusc. maris Japonici*, 1882.

GOULD, *Otia conchologica*, 1862.

MARTENS, *Die Preussische expedition nach Ost-Asien*, 1867. —*Die Moll. der Maskarenen*, 1880.—*Süss-und Brackwasser Mollusken des Indischen Archipels*, 1897.

FRAUENFELD, *Beiträge zur fauna der Nicobaren*, 1869.

LISCHKE, *Japanische meeres Conchylien*, 1869-1874.

SEMPER, KOBELT Y MÖLLENDORFF, *Reisen im Archipel der Philippinen*, 1870-1903.

MARRAT, *New forms of Nassa*, 1878.— *Varieties of Nassa*, 1880.

TRYON Y PILSBRY, *Manual of Conchology*, 1879-1904.

SMITH Y WATSON, *Voy. Challenger, Mollusca*, 1885 y 1886.

HIDALGO, *Recherches conchyl. de M. Quadras aux Philippines*, 1887 y 1888.— *Especes nouvelles de Philippines*, 1888 y 1889.—*Catalogue du genre Cochlostyla*, 1896.—*Obras malacológicas*, 1890-1903.

MÖLLENDORFF, *Von den Philippinen*, etc., 1887-1898.— *Verzeichniss Philippinen landmollusken*, 1898.

PAETEL, *Catal. der Conchylien-Sammlung*, 1887-1891.

DOHRN, *Conchylienfauna der Insel Palawan*, 1881.

BOETTGER, *Die Mollusken marinen der Philippinen*, 1893, 1895, 1896.

QUADRAS, *Catal. moluscos de Filipinas*, 1893.

QUADRAS y MÖLLENDORFF, *Diagnoses specierum novarum*, 1893-1896.

SOWERBY, *Proc. Malacol. Soc. London*, 1893-1904.

SMITH, *Land shells from Palawan and Balabac.—Land shells of Sulu Archipelago*, etc., 1893-1895.

QUADRAS y MÖLLENDORFF, *Diagnoses specierum novarum in insulis Mariannis*, 1894.

GUDE, *A new shell and illustr. unfigured helicidæ*, 1896.
FULTON, *A list of the species of Amphidromus*, 1896.
ELERA, *Catálogo de la fauna de Filipinas*, 1896.
BERGH, *Bullacea der Philippinen*, 1901.

Mas á pesar de las exploraciones verificadas en Filipinas durante un período de sesenta y seis años, y de estar bastante estudiada su fauna malacológica, como lo demuestra el examen de los libros antes citados y el de algunos otros de menos importancia, es lo cierto que no existe todavía una obra en que estén reunidas de una manera clara y concisa *todas* las especies hasta ahora descubiertas en aquellas islas.

Semper trató de realizar dicha idea en su libro *Reisen im Philippinen*, empezado á publicar en 1870, y aunque Kobelt le continuó en 1886, sólo ha resultado en ese espacio de diez y seis años un catálogo que comprende 487 especies terrestres, faltando gran parte de estos moluscos y sin que figuren para nada los marinos y los fluviales.

En 1887 y 1888, yo mismo publiqué otro catálogo de los moluscos terrestres (*Recherches de M. Quadras*) en que enumeré las especies entonces conocidas, menos las del género *Helicina*, resultando 583 especies terrestres, pero tampoco me ocupé de los moluscos fluviales y marinos.

En la última edición del catálogo de Paetel, 1887 á 1891, están incluídas las indicaciones dadas por muchos autores sobre los moluscos testáceos de Filipinas; pero no hay por separado una lista general de dicha fauna, y aun cuando se hiciera, faltan bastantes datos y las indicaciones de localidad son poco circunstanciadas, pues sólo se cita Filipinas ó una de las islas de dicho archipiélago.

En 1890 me propuse reunir en la parte primera de mis *Obras malacológicas* todo lo relativo á los moluscos testáceos de las mencionadas islas, pero de una manera extensa, comprendiendo la sinonimia, la descripción, las localidades y las figuras de las especies; pero con estas condiciones la publicación ha de ser más lenta, y, por lo tanto, sólo van enumeradas hasta el día 900 especies de dicha fauna, es decir, la mitad de los moluscos terrestres y la mitad de los moluscos marinos la-

melibranquios. Por ahora, pues, no da mi trabajo idea general de la fauna malacológica de las que fueron nuestras posesiones de Oceanía.

Algunos años más tarde, en 1896, Elera dió á luz el volumen III de su *Catálogo de la fauna de Filipinas*, en que ya están reunidos todos los moluscos terrestres, fluviales y marinos, obra que podría considerarse como el *desideratum* apetecido, si no hubiese sido hecha por un paciente compilador, cuando para ello se necesitaba un verdadero naturalista. El autor sólo tuvo á su disposición, según resulta del examen del libro, el *Manual of Conchology*, de Tryon, el catálogo de Paetel, la obra de Semper, lo publicado por mí, por Möllendorff y por Boettger sobre dicha fauna, y alguna monografía de Lamelibranquios. Möllendorff le redactó cuatro familias de moluscos terrestres, y la colección de Quadras, clasificada por mí y por Möllendorff, le proporcionó la mayor parte de las localidades que cita.

Aun con este corto número de libros, hubiera podido ser hecho un catálogo bastante aceptable, pues en ellos están ya reunidas las noticias de muchas obras anteriores; pero por lo antes indicado, resultó un libro confuso y lleno de defectos. Por no ser Elera naturalista, copió literalmente en su obra los datos de tres autores que tienen distinto criterio: Tryon reune muchas especies en una sola, llegando hasta la exageración; Möllendorff las multiplica con exceso, á estilo de Bourguignat, y al lado de esas noticias están las procedentes de mis escritos, hechos con un criterio prudente, inspirado en los buenos libros de Pfeiffer, Deshayes, Reeve, Crosse, Kobelt, Dautzenberg, Dall, Pilsbry y otros reputados naturalistas.

No dándose cuenta el autor de lo que son sinonimias, unas mismas especies aparecen como distintas con los diversos nombres que han recibido, resultando un aumento ficticio en la fauna, y otras veces coloca Elera las sinonimias de diferentes especies en otras de diversos géneros, pero que tienen el mismo nombre específico, como puede verse en los Lamelibranquios.

Respecto á las localidades citadas, la adopción de un mismo

tipo de letra que impide la distinción entre los pueblos, las provincias y las islas de Filipinas, no sólo hace aparecer las citaciones más numerosas de lo que realmente son, sino que también dificulta el estudio de la distribución geográfica á los que carecen de un conocimiento minucioso de todos los lugares y sitios del Archipiélago filipino. Como un ejemplo entre muchos, copiaré tres palabras de dicha obra: «Luzón, Bataán, Morong» que aparentemente son tres localidades, y, sin embargo, no son más que una, Morong, en la provincia de Bataán, de la isla de Luzón.

La fauna malacológica marina de Filipinas pertenece á la gran provincia indo-pacífica, que comprende desde la costa oriental de Africa y Madagascar hasta el Sur del Japón, el Norte de Australia y las pequeñas islas de Oceanía, y no es extraño, por lo tanto, que además de las especies propias, tenga bastantes especies comunes con las de los países comprendidos en esa región. Pero en el catálogo de Elera, se ve con sorpresa citadas de Filipinas casi todas las especies de China, del Japón y de otros puntos de dicha provincia geográfica, coincidiendo este aumento de la fauna con la omisión de esas noticias por los viajeros naturalistas que han explorado el Archipiélago filipino. De dichas especies podrán irse hallando algunas en exploraciones posteriores, pero también puede asegurarse que habrá que eliminar otras muchas de las consignadas por Elera.

Después de esta defectuosa compilación, continuó Möllendorff la obra de Semper, desde 1898 hasta 1903, época de su prematuro fallecimiento. En las cinco entregas publicadas dió á conocer 257 especies terrestres; pero como 117 estaban ya citadas por Semper, sólo hay que agregar 140 á las 487 de Semper, obteniéndose un total de 627 especies. Sin embargo, el mismo Möllendorff dió en 1898, con el título de *Verzeichniss Philippinen landmollusken*, un catálogo referente á los moluscos terrestres de Filipinas, en que ha condensado todo lo conocido hasta entonces sobre dichos moluscos. Dicho trabajo da idea exacta de la fauna terrestre, pues comprende 1.079 especies, después de suprimir el autor muchas de las que ha-

bía establecido anteriormente. Cada una de ellas tiene la indicación de la obra en que se publicó y de alguna figura que la representa; pero faltan las citas de las localidades, y sólo se da cuenta de la isla ó islas en que viven. Por esta concisión, y por faltar en dicho escrito todas las especies fluviales y marinas, resulta también incompleto el conocimiento de la fauna filipina.

En vista de lo anteriormente expuesto, y no pudiendo avanzar con rapidez en mi propósito de publicar toda la fauna de Filipinas de una manera extensa, como en las partes impresas, he decidido anticipar un resumen de dicha fauna, puesto que ya están reunidos los datos y estudiados los materiales que tengo á mi disposición para continuar la parte primera de mis *Obras malacológicas.*

En este resumen ó censo general de la fauna malacológica filipina, no hay descripciones ni figuras; en cada género van colocadas las especies por orden alfabético de sus nombres específicos, y en ellas se cita una buena figura de las mismas y todas las localidades hoy conocidas, especificando bien la isla á que corresponden. Para la formación del presente catálogo, aproveché todo lo bueno que hay en los libros publicados, estudiándolo detenidamente, haciendo las rectificaciones necesarias, y añadiendo á ello multitud de datos debidos á los colectores españoles que luego se mencionan, como también los que tuvo la amabilidad de enviarme el Profesor Martens, Director del Museo Zoológico de Berlín, adquiridos durante las expediciones científicas de dicho Profesor y de los naturalistas alemanes Mayen, Meyer, Jagor, Besser y otros, por lo cual le estoy sumamente agradecido.

Al final de cada género se indican otras especies citadas de Filipinas, cuya pertenencia á la fauna del Archipiélago considero aún dudosa, hasta que lleguen á encontrarse de una manera más auténtica.

Después de la estancia de Cuming en Filipinas, se generalizó en dichas islas la formación de colecciones de moluscos como objeto de adorno, dedicándose muchos naturales del país á la recolección y venta de las conchas de dichos seres, y aun

se importaron de países inmediatos, de China, por ejemplo, por lo cual, es seguro que se han dado como de Filipinas especies que realmente no viven en dichas islas. Así, pues, cuando una especie está solamente mencionada de Filipinas, sin localidad determinada, cabe todavía la posibilidad de que no pertenezca á su fauna. Más exacto es el dato cuando se cita una isla, porque si bien puede haberse llevado de un punto á otro por los vendedores de esta clase de objetos, al fin pertenece á la fauna del Archipiélago; la noticia es segurísima cuando se indica localidad determinada, la isla á que pertenece, y es de confianza el colector que la ha recogido.

Las circunstancias antes dichas, y las nuevas exploraciones, han de modificar algo el catálogo que ahora publico; pero en el momento presente será el más completo y conciso de todos los que se han proyectado.

Muy rara vez menciono alguna especie de la cual no haya podido examinar su descripción ó su figura; he visto y determinado por mí mismo, ejemplares de todas las localidades que no llevan indicación de colector, pero que han sido recogidos por españoles y están distribuídos en las colecciones de Quadras, Museo de Ultramar, Museo de Madrid, PP. Paules, Azpeitia y la mía; de las especies no existentes en estas colecciones, he visto su descripción y figura en los libros que he podido consultar hasta ahora (unos 1.700), cuidando de indicar en la localidad el nombre del naturalista á quien se debe la noticia de su existencia en el Archipiélago filipino.

Para completar mi trabajo, he creído conveniente añadir los datos que existen sobre las faunas del Archipiélago de Joló y de Marianas. La de Joló tiene parecido con la de Filipinas, y la de Marianas es semejante en los moluscos marinos, pero difiere en los terrestres, como ya se ha notado en las especies descritas por Quadras y Möllendorff.

No terminaré este breve prólogo sin indicar los exploradores españoles á quienes debo todos los datos de localidad, que no llevan por ahora el nombre del que los recogió (1), datos que

(1) Irán consignados en las *Obras malacológicas*, como se ha hecho en las partes publicadas.

son más circunstanciados y en mayor número que los consignados hasta ahora en muchas publicaciones importantes.

D. Isidro Sainz de Baranda, Ingeniero de minas, reunió en Manila, poco después de Cuming, una colección de 1.500 especies de moluscos, que forma hoy parte de la mía por donación de su hijo D. José, hecha con objeto de ayudar á mis publicaciones.

D. José Florencio Quadras, agregado á la Comisión de la Flora de Filipinas, recorrió durante diez y seis años, con arreglo á mis instrucciones, casi todo el Archipiélago filipino, descubriendo multitud de especies y enviándome ejemplares con la indicación exacta de las localidades en que los había encontrado. De todo lo recogido en sus expediciones, existen buenos ejemplares en su colección, y también, gracias á su generosidad, la inmensa mayoría de ellas, en la de Möllendorff y la mía. Yo mismo he clasificado sus moluscos marinos y gran parte de los moluscos terrestres y Möllendorff, muchos de estos últimos, pero existen en mi poder todos los datos de localidad debidos á mi amigo Quadras.

Los Sres. Fungairiño, de la marina española, lo mismo que los hermanos Pardo, Teixidó, médico militar, y Mangas, empleado civil, me han comunicado los moluscos que han recogido en Zamboanga, varias islas del Archipiélago de Joló é islas Basilán y Malanipa; los PP. Paules, lo recolectado en la isla de Cebú, y los PP. Sánchez y Diego, lo encontrado en Tandag y Davao, en la isla de Mindanao.

También he tomado nota de las especies halladas en Nasugbú (Luzón) por el Sr. Sánchez, auxiliar del Museo, y de las que viven en Barrio (Cebú) y Dauis (Bohol), recogidas por los Sres. Fortihe y Moralde.

Las colecciones de D. Julio García del Busto y de D. Hipólito Fernández, hoy día en el Museo de Ultramar, y las del Sr. Aldamar y del Sr. Paz y Membiela, incorporadas á la del Museo de Madrid, contienen gran número de ejemplares filipinos, y me han servido igualmente para completar el estudio de algunas especies ó variedades que no existen en las otras colecciones antes mencionadas.

Finalmente, he podido encontrar diferentes especies, y sobre todo muchas variedades de moluscos de Filipinas, en las diversas colecciones formadas en dichas islas por empleados de la administración española, que las han traído á Madrid y me han regalado ó cedido todo lo que era útil para mi trabajo científico. Así he podido adquirir ejemplares bien conservados para su exacta determinación y descripción.

Después de demostrar aquí mi agradecimiento á todos los donantes por su desinteresado concurso, paso á la enumeración de las especies, señalando con un * las que poseo y con las palabras *Museo* y *Quadras* aquellas que existen en estas colecciones.

Cephalopoda.

Género **Argonauta** Linné.

Boettgeri Maltzan *(Journ. de Conchyl.,* 1881, lám. 6, figura 7). Isla de *Masbate (Cuming).*

* **compressa** Blainville (Reeve, *Argonauta Argo, Conch. icon.,* lám. 2). Isla de *Luzón (Elera).*—Islas de *Cebú* y *Mindoro.*

* **Gondola** Dillwyn (Ad. y Reeve, *Voy. Samarang, Moll.,* lámina 2). Zambales *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Dalawan, en la isla *Balabac.*

* **hians** Dillwyn (Ad. y Reeve, *Voy. Samarang,* lám. 3, figura 2). Isla de *Cebú.*

* **Oweni** Ad. y Reeve *(Voy. Samarang,* lám. 3, fig. 1). Boac, en la isla de *Marinduque.*

* **tuberculata** Shaw (Reeve, fig. 1. *Argonauta tuberculosa)* Boac *(Elera),* en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas:

Argonauta Argo auct. non Linné.=**Argonauta compressa.**

Argonauta Kochiana Dunker, *Novit. Conch.*, lám. 9, figuras 7 y 8. Zambales *(Elera)*, Luzón. Especie de China.

— *nodosa* Solander.=**Argonauta tuberculata.**

GÉNERO **Spirula** LAMARCK.

* **Peroni** Lamarck (Tryon, *Man. Conch.*, I, lám. 96, figuras 467-469). Sur de la isla de *Mindanao.*

GÉNERO **Nautilus** BREYN.

* **Pompilius** Linné (Reeve, *Nautilus*, láms. 1 y 2). Mariveles, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Cebú* y de *Mindoro.*—Taclobán, en la isla de *Leyte.*—Islas de *Mindanao* y *Basilán.*—Archipiélago de *Joló.*—Islas de la *Paragua* y *Balabac (Elera).*

* Var. N. **ambiguus** Sowerby (Sowerby, *Thes. Conch.*, lám. 97, fig. 2).

Pteropoda.

GÉNERO **Cavolinia** GIOENI.

* **gibbosa** Rang (Souleyet, *Voy. la Bonite, Moll.*, lám. 4, figs. 13-19). Isla de *Mindoro.*

* **globulosa** Rang (Souleyet, *Voy. Bonite*, lám. 4, figs. 20-24). Islas de *Cebú* y de *Mindoro.*

* **longirostris** Lesueur (Souleyet, *Voy. Bonite*, lám. 5, figuras 7-13). Entre las islas de *Masbate* y *Luzón (Jagor).*—Manila, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro.*

* **quadridentata** Lesueur (Souleyet, *Voy. Bonite*, lám. 4, figs. 25-32). Naro, en la isla de *Masbate.*

* **uncinata** Rang (Souleyet, *Voy. Bonite*, lám. 4, figs. 8-12). Puerto Galera, en la isla de *Mindoro.*

Gastropoda.

MURICIDÆ

Género **Murex** Linné.

* **aduncospinosus** Beck (Reeve, *Conch. icon. Murex,* fig. 93). Isla de *Cebú.*—Capiz, en la isla de *Panay.*—Bintuan, en la isla de *Busuanga.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

* **adustus** Lamarck (Reeve, fig. 29). Mambulao, provincia Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón.*—Isla *Catanduanes.*—Isla Balanacan y Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Cebú.*—Borongan, en la isla de *Samar.*—Dapitan, Santa María, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Punta Balabac, en la isla de *Balabac.*

albaster Reeve (Reeve, fig. 39). Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao (Cuming).*

* **axicornis** Lamarck (Reeve, fig. 37). Calapán y Puerto Galera, en la isla de *Mindoro.*—Isla de *Cebú.*—Isla de *Bohol (Cuming).*

* **balteatus** Beck (Sowerby, *Conch. illustr. Murex*, fig. 83). Isla de *Masbate (Cuming).*

* **bipinnatus** Reeve (Reeve, fig. 6). *Filipinas.*

* **breviculus** Sowerby (Sowerby, *Conch. illustr.*, fig. 37). Islas *Lubán, Masbate* y *Cebú.*

canaliferus Sowerby (Sowerby, *Conch. illustr.*, fig. 74). Isla de *Cebú.*

* **Capucinus** Lamarck (Reeve, fig. 10). Malabón en Manila, isla de *Luzón.*—Calapán, en la isla de *Mindoro.*—Isla de *Marinduque.*—Isla de *Samar (Jagor).*—Zamboanga *(Martens,* etc.) y Placer, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Archipiélago de *Joló.*

Murex

* **clavus** Kiener (Reeve, fig. 9). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

contractus Reeve (Reeve, *Conch. icon. Buccinum,* fig. 53). Isla de *Samar (Cuming).*

Cumingi A. Adams (Sowerby, *Thes. Murex,* fig. 115). *Filipinas (Cuming).*

* **cyclostoma** Sowerby (Reeve, fig. 154). Loay, en la isla de *Bohol (Cuming).*—Punta de Balabac, en la isla de *Balabac.*

elongatus Lamarck (Reeve, fig. 25. *Murex Sinensis).* Isla de *Luzón (Elera).*

* **endivia** Lamarck (Reeve, fig. 27 b, c, d). Isla de *Luzón (Jagor).*—Islas *Alabat, Negros, Cebú* y *Samar.*—Isla Saguisí, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* Archipiélago de *Joló.*

euracanthus A. Adams (Reeve, fig. 150. *Murex noduliferus* non Sowerby). *Filipinas (Tapparone).*

fenestratus Chemnitz (Reeve, fig. 58). Isla de *Capul (Cuming).*

* **haustellum** Linné (Reeve, fig. 95). Isla *Rapo Rapo.*—Puerto Galera, en la isla de *Mindoro.*—Barrio, en la isla de *Cebú.*—Isla *Bantayán.*—Isla *Samar (Elera).*—Balingasag, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **inflatus** Lamarck (Reeve, fig. 3. *Murex ramosus,* non Linné). Mariveles, provincia de Bataán; Caramoan, prov. Camarines Sur y Tabaco, prov. Albay, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Archipiélago de *Joló.*

iostoma A. Adams *(Proc. Z. S. London,* 1851, pág. 267). *Filipinas (Cuming).*

* **Kochianus** Sowerby *(Proc. Mal. Soc. London,* IV, página 126, lám. 11, fig. 1. *Ocinebra Kochiana).* Isla de *Cebú (Koch).*

laciniatus Sowerby (Sowerby, *Conch. illustr.,* fig. 59). Isla *Ticao (Cuming).*

* **Martinianus** Reeve (Reeve, fig. 72). Isla de *Cebú.*

Murex

Maurus Broderip (Reeve, fig. 16). Isla de *Cebú (Elera).*

* **microphyllus** Lamarck (Reeve, fig. 40) Bagac, prov. de Batáan, en la isla de *Luzón.*

* **miliaris** Gmelin (Chemnitz, vol. x, fig. 1532 y 1533). Bahía de Ulugan, en la isla de la *Paragua.*

* **Mindanaensis** Sowerby (Reeve, fig. 78). Cagayán, prov. de Misamis *(Cuming)* y Surigao *(Elera)* en la isla de Mindanao.—Puerto Princesa *(Elera)* en la isla de la *Paragua.*

multispinosus Sowerby (*Proc. Mal. Soc. London*, VI, figura 2). Isla de *Cebú (Tripe).*

mundus Reeve (Reeve, fig. 166. *M. exiguus)*, San Nicolás *(Cuming)* en la isla de *Cebú.*

* **noduliferus** Sowerby, non Reeve (Sowerby, *Conch. illustr.* fig. 94). Isla de *Masbate (Cuming).*

* **nigrispinosus** Reeve (Reeve, fig. 79). Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla de Cebú.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de *Busuanga.*

nitens A. Adams (*Proc. Z. S. London*, 1853, pág. 72). Filipinas. *(A. Adams).*

nucula Reeve (Reeve, fig. 131). Isla de Capul *(Cuming).*—Quinuguitan, en la isla de *Mindanao* (**Quadras**).

pellucidus Reeve (Reeve, fig. 54). Isla *Bantayán (Cuming).*

* **rarispina** Lamarck (Kiener, *Murex*, lám. 11, fig. 1). Isla de *Cebú (Elera).*—Loay, en la isla de *Bohol (Cuming).*

roseotinctus Sowerby (Sowerby, *Thes.*, fig. 108). Filipinas *(Sowerby).*

* **rota** Sowerby (Reeve, fig. 105). Isla de *Capul (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

rubiginosus Reeve (Reeve, fig. 32). Filipinas *(Cuming).*

Saulii Sowerby (Reeve, fig. 31). Islas *Ticao* y *Capul (Cuming).*—(**Museo**).

* **saxicola** Broderip (Reeve, fig. 27 a). Isla de *Ticao (Cuming).*—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera).*—Punta Balabac en la isla de *Balabac.*

* **Scorpio** Linné (Reeve, fig. 106). Isla de *Cebú.*

Murex

secundus Lamarck (Reeve, fig. 97). Isla *Masbate (Cuming)* (Museo).

* **senilis** Jousseaume (*Revue Zool.*, 1874, lám. 1, figs. 5 y 6). Isla *Cuyo*.

* **tenuispina** Lamarck (Reeve, fig. 85) Manila *(Poirier)* en la isla de *Luzón*.—Laylay en Boac y Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Isla de *Cebú*.—Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **ternispina** Lamarck (Reeve, fig. 73). Cayogno en Ternate, prov. de Cavite; Mariveles, prov. de Zambales, y Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Laylay y Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Calapán, Nauján y Puerto Galera, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Negros (Cuming)*.—Dapitan, Talisayán, Suri ; Balingasac y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Calabaza, en la isla de *Basilán*.—Bintuan, en la isla de *Busuanga*.

* **torrefactus** Sowerby (Reeve, fig. 41). Isla de *Marinduque*. Isla *Ticao (Cuming)*.

* **tripterus** Born (Reeve, fig. 55). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **triqueter** Born (Reeve, fig. 4). Manila *(Frauenfeld)*, Bataán *(Elera)*, Santa Cruz, Bolinao y Mariveles, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.

Otras especies citadas:

Murex acanthopterus Lamarck. var. Sowerby = **Murex alabaster**.

— *australis* Quoy. Especie de Australia.

— *brevifrons* Lamarck. Cebú (Elera). Especie de las Antillas.

— *corrugatus* Sowerby. Especie del Mar Rojo.

— *decussatus* Reeve = **Ricinula decussata**.

— *diadema* A. Adams = **Latiaxis diadema**.

— *exasperatus* A. Adams. Filipinas (Elera). El autor de la especie no da localidad.

— *falcatus* Sowerby. Cebú (Elera). Especie del Japón.

— *fiscellum* Chemnitz = **Ricinula Fiscellum**.

Murex formosus Sowerby=**Murex rarispina.**
— *noduliferus* Reeve non Sowerby=**Murex euracanthus.**
— *palmiferus* Sowerby. Cebú (Elera). Especie de Australia.
— *pinnatus* Wood. Batangas en Luzón (Elera). Especie de China.
— *pumilus* A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de Mauricio.
— *ramosus* auct. non Linné=**Murex inflatus.**
— *ricinuloides* Tapparone non Quoy=**Ricinula decussata.**
— *rufus* Lamarck. Manila (Frauenfeld). Especie de Cuba.
— *Scolopax* Dillwyn. Ilocos en Luzón (Elera). Especie del Golfo Pérsico.
— *Tribulus* Linné. Mindoro, Cebú (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *triformis* Reeve. Luzón (Elera). Especie de Australia.
— *uncinarius* Sowerby non Lamarck=**Murex clavus.**

Género **Typhis** Montfort.

Especie citada:

Typhis arcuatus Hinds. Filipinas (Elera). Vive en los mares de China y el Japón.

Género **Trophon** Montfort.

squameus Dunker *(Zeitschr. Malak.* 1852, pág. 50) Manila *(Dunker)* en la isla de *Luzón.*

Otra especie citada:

Trophon fimbriatus Hinds. Luzón (Elera). Especie de la isla Formosa.

GÉNERO **Urosalpinx** STIMPSON.

ficula Reeve (Reeve, *Conch. icon. Fusus*, fig. 73) Manila *(Cuming)* en la isla de *Luzón.*

GÉNERO **Adamsia** DUNKER.

* **Tritoniformis** Blainville (Tryon, *Man. Conch.*, II, lám. 39, fig. 491.—*Adamsia typica* Dunker). Filipinas *(Dunker)*.

GÉNERO **Purpura** BRUGUIERE

* **aculeata** Deshayes (Reeve, *Conch. icon. Purpura hippocastanum*, fig. 34 c, non a y b.) Manila *(Kuster)*, Paracale, provincia Camarines Norte *(Jagor)* en la isla de *Luzón.*—Isla *Alabat.*—Barrio Sumay en Agat, Isla de Guam, *Marianas.*

* **armigera** Chemnitz (Reeve, fig. 27) Surigao *(Elera)* en la isla de *Mindanao.*—Retillan, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **bitubercularis** Lamarck (Reeve, fig. 37). Manila, Mariveles, isla del Corregidor, isla Bagatao, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Samar (Jagor).*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

* **buccinea** Deshayes (Reeve, fig. 16). Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla de *Cebú.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

* **Bufo** Lamarck (Reeve, fig. 7). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la Bahía de Manila y Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*

* **Consul** Chemnitz (Reeve, fig. 4). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Elera).*

echinata Blainville (Reeve, fig. 33). Isla de *Cebú.*—**Museo.**

* **echinulata** Lamarck (Reeve, fig. 1). Isla de *Cebú.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

Purpura

* **distinguenda** Dunker (Reeve, fig. 34 a. *P. hippocastanum)*. Albay *(Jagor)*, isla del Corregidor, Puerto Currimao, prov. Ilocos Norte, Mariveles y Nasugbú, en la isla de *Luzón*.—Sabán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de *Balabac*.

* **intermedia** Kiener (Reeve, fig. 38). Isla de *Cebú (Elera)*. Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Javanica** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Purpura*, lám. 28, figs. 10 y 11). Manila, en la isla de *Luzón*.

* **luteostoma** Chemnitz (Reeve, fig. 35). *Filipinas*.

* **mancinella** Linné (Reeve, fig. 2). Manila *(Kuster)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan y Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú*.—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

* **persica** Linné (Reeve, fig. 8). Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Saranganí*.

* **pica** Blainville (Reeve, fig. 36). Manila *(Kuster)*, Batangas *(Elera)* y Puerto Currimao en Ilocos Norte, en la isla de *Luzón*.—Islas *Balanacan*, *Marinduque* y *Balabac*.

* **Rudolphi** Chemnitz (Reeve, fig. 10). Manila *(Liscke)*, Matnog, prov. de Albay *(Cuming)* y Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Balanacan*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Bintuan y Bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua*.

rustica Lamarck (Reeve, fig. 54). Manila *(Elera)*, en la isla de *Luzón (Cuming)*.

* **turbinoides** Blainville (Reeve, fig. 59. *P. muricina)*. Manila, La Unión; Santa Cruz y Bolinao, prov. de Zambales; Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat*, *Romblón* y *Marinduque*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Archipiélago de *Joló*.

* **undata** Lamarck (Kiener, *Purpura*, fig. 81). Tondo, en Manila; Isla Bagatao, Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Quinuguitan en Cagayán de Misamis, Dapi-

tan y Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

Otras especies citadas:

Purpura alveolata Reeve. Paragua (Elera). Especie del Japón.
— *Blainvillei* Deshayes. Manila en Luzón (Elera). Especie del Perú.
— *patula* Linné. Cebú (Elera). Especie de las Antillas.

GÉNERO **Jopas** H. Y A. ADAMS.

* **sertum** Bruguiere (Reeve, *Buccinum*, fig. 42). Isla Balanacan y Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Looc, en la isla de *Tablas*.—Isla Saguisí, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

GÉNERO **Vexilla** SWAINSON.

* **tæniata** Powis (Reeve, *Buccinum*, fig. 78). Isla de *Capul (Cuming)*.
* **vexillum** Chemnitz (Reeve, *Buccinum*, fig. 79). Isla de *Cebú*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.

Otra especie citada:

Vexilla lineata A. Adams=**Vexilla tæniata**.

GÉNERO **Ricinula** LAMARCK.

* **anaxares** Duclos (Kiener, *Purpura*, lám. 7, fig. 17). Bolinao, isla Bagatao, Cayogno en Ternate, Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Calapán, en la isla de *Mindoro*.—Punta Iooc, en la isla de *Marinduque*.—Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Masbate*.—Isla *Ticao (Paetel)*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Quinuguitan y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla Rita,

Bintuan en la bahía de Ulugán y Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

aspera Lamarck (Reeve, *Ricinula*, fig. 13). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla *Masbate (Cuming)*.—(**Museo**).

* **biconica** Blainville (Reeve, fig. 12 a. *Ricinula chrysostoma*, non Deshayes). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*. Isla de *Cebú*.

* **bimucronata** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 88). La Unión, en la isla de *Luzón*.—Talisayán y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **cancellata** Quoy (Blainville, *Purpura fenestrata*, lám. 10, fig. 11; Reeve, fig. 25, *Ricinula elongata*, non Blainville). Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla Balagnan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.—Agat en la isla de Guam, *Marianas*.

* **cavernosa** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 38). Isla de *Burias (Cuming)*.

chaidea Duclos (Reeve, *Ricinula*, fig. 21). Isla *Masbate (Cuming)*.—(**Museo**).

* **clathrata** Lamarck (Reeve, *Ricinula*, fig. 9 b). Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **concatenata** Blainville (Chemnitz, 2.ª edic. *Ricinula*, lámina 4, fig. 5). Islas de *Mindoro* y de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

decussata Reeve (Reeve, *Murex*, fig. 153). Isla de *Bohol (Cuming)*.

* **digitata** Lamarck (Reeve, *Ricinula*, fig. 2 a). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Punta Balabac en la isla *Balabac*.

* **Fiscellum** Chemnitz (Tryon, *Ricinula*, fig. 252). Morón ó isla Bagatao en la isla de *Luzón*.—Islas de *Romblón* y de *Cebú*.—Isla Cayauan *(Elera)* en la isla de *Mindanao*.

* **Fragum** Blainville (Kiener, *Purpura*, lám. 8, fig. 21).—La Unión, en la isla de *Luzón*.

* **funiculata** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 16). *Filipinas (Baranda, Elera)*.

* **fusca** Kuster (Chemnitz, 2.ª edic. *Ricinula*, lám. 4, figura 16). Calapán, en la isla de *Mindoro*.—Giloctoc, en la isla de *Cebú*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.

* **horrida** Lamarck (Reeve, *Ricinula*, fig. 3). Manila *(Kuster)* y Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Bohol* y de *Cebú (Elera)*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **hystrix** Linné (Reeve, *Purpura*, fig. 13). Manila *(Lischke)* y Morón *(Elera)* en la isla de *Luzón*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Islas *Calamianes*.

* **infumata** Hombron y Jacquinot *(Voy. Pole Sud, Purpura*, lám. 22, figs. 3 y 4). Ternate, en la isla de *Luzón*.

iostoma Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 37). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.

* **livida** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 87). Tondo, en Manila, en la isla de *Luzón*.—Tabigui, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Negros (Cuming)*.—Ilo-Ilo *(Elera)* en la isla de *Panay*.

* **marginatra** Blainville *(Purpura cancellata* Kiener, lámina 7, fig. 16, non Quoy). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Surigao *(Elera)*, isla Balagnan, en la isla de *Mindanao*. Bintuan, en la bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua*. Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.

* **morus** Lamarck (Reeve, *Ricinula*, fig. 10). *Filipinas (Elera)*.—Barrio de Tumún en Aspurguan, isla de Guam, *Marianas*.

muricata Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 39). *Filipinas (Paetel)*.

* **muricina** Blainville (Kiener, *Purpura*, fig. 13). Morón, Bagac, Santa Cruz, Bolinao; Mambulao, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat* y *Catanduanes*.—Isla *Marinduque*.—Isla de *Negros (Meyer)*.—Zamboanga *(Martens)*, isla Tinago, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

var. **muricoides** Blainville (Kiener, lam. 7, fig. 15.

Púrpura muricina). Tondo en Manila *(Meyen*, etc.), en la isla de *Luzón*.

* **musiva** Kiener (Reeve, *Purpura*, fig. 52). Albay *(Jagor)*, Tondo en Manila, Ternate, Bagac, isla Bagatao, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Punta Iooc, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Romblón*.—Isla de Ticao *(Cuming)*. Placer *(Elera)*, isla Tinago y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

* **nodosa** Hombron y Jacquinot *(Voy. Pole Sud, Moll.*, lámina 22, figs. 5 y 6. *Purpura nodosa)*. Ternate y La Unión, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.

* **ochrostoma** Blainville (Tryon, *Ricinula*, fig. 231) *Filipinas*.

* **parva** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 43). Manila *(Elera)* en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **Reeveana** Crosse (Dunker, *Novit*, lám. 33, figs. 7 y 8. *Ricinula speciosa)*. Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Ricinus** Linné (Chemnitz, 2.ª edic., lám. 1, fig. 8. *Ricinula arachnoides)*. Manila, Sorsogón y Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Tablas (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Isla de Tinago, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*. var. **albolabris** Blainville (Blainville, lám. 9, fig. 5. *Purpura albolabris)*. Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

siderea Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 14). Islas de *Burias* y *Masbate (Cuming)*.

* **spectrum** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 19). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Capul (Cuming)*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **spinosa** A. Adams (Reeve, fig. 12 b. *Ricinula chrysostoma* non Deshayes). Isla de *Luzón (Elera)*.—Islas de *Bohol* y de *Ticao (Cuming)*.

* **squamosa** Pease (Tryon, *Amer. Journ. Conch.* III, lámina 23, fig. 14; adulta. Chemnitz, 2.ª edic. *Purpura plicata*, non Gmelin, lám. 30, figs. 5 á 7). Isla del Corregidor

y Nasugbú, en la isla de *Luzón*.—Isla de Cebú.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **tuberculata** Blainville (Reeve, *Ricinula*, fig. 11). Isla Bagatao, Ternate y Bagac, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat* y *Catanduanes*.—Calapán, en la isla de *Mindoro*.—Punta Iooc, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.—Agat, Aspurguan, Isla Dano, Merizo, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **undata** Chemnitz *(Voy. Pole Sud,* Moll. lám. 22, fig. 16 á 18. *Purpura fiscella)*. Mambulao, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, Tondo en Manila *(Meyen* etc.), Batangas *(Elera)*, Ternate, Bolinao, Isla Bagatao, Sorsogón y Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Punta Iooc y Boac, en la isla de *Marinduque*.—Calapán, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Romblón*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Negros (Mayer)*.—Zamboanga *(Martens)*, Isla Calumangán, isla Tinago y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla Rita, Puerto Princesa, Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.—Islas *Marianas (Elera)*.

Otras especies citadas:

Ricinula rústica Lamarck=**Purpura rústica**.
— *obliquicostata* Reeve=**Cantharus obliquicostatus**.
Sistrum elatum Smith=**Ricinula Spectrum**.

Género **Pinaxia** A. Adams.

* **coronata** A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1853, lámina 10, fig. 12). *Filipinas (Cuming, Baranda)*.

Género **Cuma** Humphreys.

* **carinifera** Lamarck (Chemnitz, 2.ª edic. *Purpura*, lámina 17, fig. 3, 6 y 7) *Filipinas (Tryon)*.

Otra especie citada:

Cuma gradata Jonas. Filipinas (Elera). Especie de Singapor.

GÉNERO **Rapana** SCHUMACHER.

* **Bezoar** Linné (Reeve, *Pyrula*, fig. 15. a. b. c.). Islas *Batanes (Elera)*.—Ilocos *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **bulbosa** Solander (Reeve, *Pyrula*, fig. 14). Islas *Batanes* y *Bohol (Elera)*.—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

Otras especies citadas:

Rapana galeodes Lamarck=**Melongena galeodes.**
— *clathrata* A. Adams=**Coralliophila clathrata.**

GÉNERO **Latiaxis** SWAINSON.

diadema A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Latiaxis*, figura 11). *Filipinas (A. Adams)*.

idolea Jonas (Sowerby, *Thes. Conch.*, fig. 1. *Latiaxis tortilis)*. *Filipinas (Cuming)*.

* **Kieneri** Hidalgo (Reeve, *Murex cariniferus*, non Sowerby, fig. 169.—Kiener, lám. 18, fig. 2, *Murex cariniferus*, non Sowerby, *Conch. illustr.* fig. 58 y *Thes. Conch. Latiaxis*, fig. 6). Isla de *Cebú*.

La especie de Kiener y Reeve es bien distinta de la de Sowerby, por lo cual la designo con el nombre del primero de dichos autores. (Véase *Rev. Ac. Ciencias*, 1904, pág. 74).

* **Mawœ** Gray (Reeve, *Pyrula*, fig. 25). Islas de *Luzón* y de *Cebú (Elera)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)* en la isla de *Mindanao*.

nodosus A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Latiaxis*, figura 17) *Filipinas (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Latiaxis Fortuni A. Adams. Filipinas (Elera).

Latiaxis rhodostoma A. Adams. Filipinas (Elera). Especies de China.

GÉNERO **Coralliophila** H. Y A. ADAMS.

clathrata A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, página 97). *Filipinas (Cuming).*

* **costularis** Lamarck (Reeve, *Purpura,* fig. 63). Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

* **deformis** Lamarck (Kiener, *Purpura,* lám. 19, fig. 56 a.—Tryon, *Man. Conch.,* I, lám. 65, fig. 364. *Coralliophila exarata).* Morón, en la isla de *Luzón.*

fragilis A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, página 98). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Luzón (Elera).*

* **Galea** Chemnitz (Reeve, *Purpura,* fig. 65). Manila, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Elera).*

madreporina A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, pág. 98. *Rapana coralliophila).* Isla de *Ticao (Cuming).*

* **neritoidea** Lamarck (Kiener, lám. 19, fig. 57. *Purpura violacea).* San Juan de Bocboc, provincia de Batangas, en la isla de *Luzón.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Cebú.*—Salay en Cagayán de Misamis y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Barrio de Asan, en Agaña, isla de Guam, *Marianas.*

pulchella A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, página 98). *Filipinas (Cuming).*

* **squamulosa** Reeve (Reeve, *Purpura,* fig. 68). Isla *Ticao (Cuming).*

suturalis A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, página 98). Bulusán, prov. de Albay, en la isla de *Luzón (Cuming).*—Isla *Ticao (Paetel).*

Otra especie citada:

Coralliophila radula A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Galeropsis** HUPÉ.

* **monodonta** Quoy y Gaimard (Kiener, *Purpura,* lám. 17, fig. 50, 50. a). *Filipinas (Elera).* Elera da esta especie con el nombre de *Galeropsis Madreporarum* Sowerby, que es posterior.

GÉNERO **Separatista** GRAY (1).

Chemnitzi A. Adams (Dunker, *Moll. Japonica,* lám. 2, figura 2). Isla de *Burias (Cuming).*

Blainvilleana Petit *(Journ. Conch.* II, lám. 1, fig. 5. *Trichotropis Blainvilleana).* Islas *Marianas (Petit).*

GÉNERO **Rapa** KLEIN.

* **papyracea** Lamarck (Reeve, fig. 21. *Pyrula rapa).* Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Islas Marongas, en el Archipiélago de *Joló.*

Otras especies citadas:

Rapa rapiformis Born.= { *Rapana bulbosa.* / *Rapana Bezoar.* }

— *bulbiformis* Sowerby. Cebú *(Elera),* probablemente= á *Rapa bulbosa* Chenu *(Man. Conch.* I, figura 856.-1859). Especie de Tongataboo, en las islas Friendly.

GÉNERO **Magilus** MONTFORT.

fimbriatus A. Adams (Reeve, *Magilus,* fig. 9). Cagayán de Misamis *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

---

(1) Watson *(Moll. Challenger,* pág. 428), coloca este género en la familia *Velutinidæ,* y considera la 2.ª especie como sinónima de la *Chemnitzi.*

TRITONIDÆ

Género **Triton** Montfort.

amictus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 62). *Filipinas (Cuming)*.

angulatus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 88). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **antiquatus** Hinds (Reeve, *Triton*, fig. 80). Isla *Lubán*.—Isla *Balabac*.

* **aquatilis** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 24). Bagac, prov. de Batáan, en la isla de *Luzón*.—Puerto Galera *(Elera)*, en la isla de *Mindoro*.—Balaring, en la isla de *Marinduque*. Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla Saguisí y Tandag, en la isla de *Mindanao*.

* **bracteatus** Hinds (Reeve, *Triton*, fig. 84). Bagac, prov. de Batáan, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla *Capul (Cuming)*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Quinuguitan y Salay, provincia Cagayán de Misamis, Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **chlorostoma** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 25). Manila *(Besser)* ó isla del Corregidor, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Tandag, en la isla de *Mindanao*.—Torgoyay en Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **cingulatus** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 35). Manila *(Besser)*, Cavite *(Martens)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla de *Negros (Cuming)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **clandestinus** Chemnitz (Reeve, *Triton*, fig. 13). Isla de *Marinduque*.—San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*. Escalante, en la isla de *Negros*.

* **clathratus** Sowerby (Reeve, *Triton*, fig. 57 b.) Islas de *Cebú* y *Balabac*.

* **clavator** Chemnitz (Reeve, *Triton*, fig. 7). Tayabas *(Ele-*

ra), en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque, Mindoro* y *Cebú*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla de *Leyte (Elera)*.— Escalante, en la isla de *Negros*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

concinnus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 87). *Filipinas (Cuming)*.

* **convolutus** Broderip (Reeve, *Triton*, fig. 92). Islas de *Lubán* y de *Cebú*.

Cumingi Dohrn *(Proc. Zool. Soc. London*, 1861, lám. 26, fig. 5. *Epidromis Cumingii)*. *Filipinas (Dohrn)*.

* **cynocephalus** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 26). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **decapitatus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 85). Lugar Bacjauan, en Badajoz, isla de *Tablas*.—Isla de *Burias (Cuming)*.

digitalis Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 86). Isla de *Capul (Cuming)*.

eburneus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 69). Isla de *Ticao (Cuming)*.

elongatus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 59). *Filipinas (Cuming)*.

encausticus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 43). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **exilis** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 11). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

eximius Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 77). Isla de *Capul (Cuming)*.

gallinago Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 5). Isla de *Ticao (Elera)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

gemmatus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 60 a, b, non c.) Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **gracilis** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 58). *Filipinas (Cuming)*.—Isla *Malanipa (Watson)*.

* **grandimaculatus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 20). Matnog, prov. de Albay *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Cagayancillo*.

Triton

* **labiosus** Wood (Reeve, *Triton*, fig. 52). Isla de *Luzón (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua*.

* **Lampas** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 30). Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Davao, Balingasag, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **Lotorium** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 19). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.

* **maculosus** Gmelin (Reeve, *Triton*, fig. 64). Malibago, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **moritinctus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 49). *Filipinas (Cuming)*.

* **mundus** Gould (Reeve, *Triton gemmatus*, fig. 60 c, non a, b.) Isla de *Burias (Cuming)*.—Zamboanga *(Martens)*, isla Calumangán, isla Balauan y Tandag, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.—Merizo en la isla Dano, cerca de la isla Guam, *Marianas*.

* **nitidulus** Sowerby (Reeve, *Triton*, fig. 70). Cagayán *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y *Balabac*.

* **obscurus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 63). Isla *Balabac*.

* **Pfeifferianus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 14). Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.

* **pilearis** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 23). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, Balaring y Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Naro, en la isla de *Masbate*. Isla de *Ticao (Elera)*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

* **Pyrum** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 33). Isla de *Ticao (Cuming)*.

Ranelloides Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 10). Matnog, prov. de Albay *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **rubecula** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 29). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Islas de

Mindoro y *Cebú*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

* **sarcostoma** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 21). Isla *Ticao (Cuming)*.

Sauliæ Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 17). Matnog, prov. de Albay *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

sculptilis Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 76). Isla *Capul (Cuming)*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.

* **Sinensis** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 18). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

tessellatus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 91). Isla de *Burias (Cuming)*.—(Museo).

* **tortuosus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 74). Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **trilineatus** Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 31). Filipinas *(Cuming)*.

* **truncatus** Hinds (Reeve, *Triton*, fig. 83) Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.

* **tuberosus** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 1). Morón, Santa Cruz y Bolinao, en la isla de *Luzón (Jagor)*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla de Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Bohol*.—Isla Saguisí y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla de Guam *(Elera)* en las islas *Marianas*.

* **variegatus** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 3 b, non a). Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*. Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **vespaceus** Lamarck (Reeve, *Triton*, fig. 61). Isla de *Cebú*. Isla Saguisí y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

Otras especies citadas:

Triton australis Lamarck. Cavite *(Elera)*. Probablemente = al Triton Sauliæ.

— *carduus* Reeve = **Hindsia carduus**.

Triton distortus Schubert y Wagner. Islas Batanes y Burias. *(Elera)*. Especie de las islas Annaa. Probablemente se ha dado con este nombre el **Triton tortuosus**.

— *egregius* Reeve=**Hindsia egregia**.

— *fossatus* Gould. Filipinas *(Elera)*. Especie de China.

— *monilifer* Adams y Reeve. Filipinas *(Elera)*. Especie de China.

— *Nassoides* Gray=**Hindsia Nassoides**.

— *niveus* Gmelin. Filipinas *(Elera)*. Especie de *Hindsia*, citada de Singapor y Malaca.

— *testudinarius* Adams y Reeve. Filipinas *(Elera)*. Especie de China.

— *Tripus* Chemnitz. Filipinas *(Elera)*. Especie de China.

— *Swifti* Tryon. Filipinas *(Elera)*. Especie de la isla Antigua.

— *olearium* Linné. Cebú *(Elera)*. Es igual al *Triton Parthenopus* Salis, y es dudoso que viva en Filipinas.

Género **Persona** Montfort

* **Anus** Linné (Reeve, *Triton*, fig. 44). Subic, prov. Zambales, en la isla de *Luzón*.—Malibago, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Samar* y *Bohol (Elera)*.—Isla de *Cebú*. Antique, en la isla de *Panay*.—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Torgoyay en Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **cancellina** Roissy (Reeve, *Triton*, fig. 45). Ternate, provincia de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Mindoro* y *Cebú*.—Isla *Malanipa (Watson)*.

decipiens Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 102). Isla de *Mindoro* (?) *Elera*.—Isla de *Mindanao*. *(Cuming)*.

ridens Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 46). *Filipinas* (*Cuming*). (Museo).

Otras especies citadas:

Persona clathrata Lamarck=**Persona cancellina**.

Persona constricta Broderip. Filipinas (Elera). Especie de Colombia.

GÉNERO **Ranella** LAMARCK.

* **affinis** Broderip (Reeve, *Ranella*, fig. 19). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **anceps** Lamarck (Reeve, *Ranella*, fig. 43). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*. (La cita primitiva de Panamá debe ser errónea, porque C. B. Adams no la menciona en su Catálogo.)

* **bitubercularis** Lamarck (Reeve, *Ranella*, fig. 40). Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **bufonia** Gmelin (Reeve, *Ranella*, fig. 23). Isla de *Capul*.—Torgoyay en Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.—(Museo).

candisata Chemnitz (Reeve, *Ranella*, fig. 5). Isla de *Luzón (Cuming)*.—(Museo).

cruentata Sowerby (Reeve, *Ranella*, fig. 20). Manila *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—(Museo).

* **crumena** Lamarck (Reeve, *Ranella*, fig. 17 a.) Cavite *(Cuming)*, Punta Restinga, prov. Cavite, en la isla de *Luzón*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

cuspidata Reeve (Reeve, *Ranella*, fig. 48). Islas de *Capul* y de *Ticao (Cuming)*.—(Museo).

Fijiensis Watson *(Moll. Challenger*, lám. 34, fig. 7). *Filipinas (Watson)*.

* **granifera** Lamarck (Reeve, *Ranella*, fig. 30). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Naro, en la isla de *Masbate*.—Isla *Ticao (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **Gyrinus** Linné (Reeve, *Ranella*, fig. 49). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Puerto Galera *(Elera)*, en la isla

de *Mindoro.*—Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Isla Saguisí, isla Balauan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

* **livida** Reeve (Reeve, *Ranella,* fig. 28). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Islas de *Masbate* y de *Cebú.*—Isla de Negros *(Meyer).*—Zamboanga *(Martens),* Salay en Cagayán de Misamis y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

* **margaritula** Deshayes (Reeve, *Ranella,* fig. 15). Tayabas *(Elera)* y Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón.* Isla de *Mindoro (Elera).*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

* **pulchra** Gray (Reeve, *Ranella,* fig. 47). Isla de *Luzón (Cuming).*

* **pusilla** Broderip (Reeve, *Ranella,* fig. 44). Isla de *Cebú.*

rhodostoma Beck (Reeve, *Ranella,* fig. 32). Islas de *Capul* y *Masbate (Cuming).*—(Museo).

* **rosea** Reeve (Reeve, *Ranella,* fig. 46). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Ticao (Cuming).*—Quinuguitan en Cagayán de Misamis é isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—Punta Balabac, en la isla de *Balabac.*

rugosa Sowerby (Reeve, *Ranella,* fig. 21). Manila *(Cuming)* en la isla de *Luzón.*—(Museo).

* **semigranosa** Lamarck (Reeve, *Ranella,* fig. 25). Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **siphonata** Sowerby (Reeve, *Ranella,* fig. 38). Isla de *Cebú.*

* **spinosa** Lamarck (Reeve, *Ranella,* fig. 7). Isla de *Cebú (Elera).*

* **subgranosa** Beck (Reeve, *Ranella,* fig. 1), Manila *(Cuming, Martens),* Cavite *(Martens),* Punta Restinga, provincia de Cavite, y Mariveles, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Cebú.* Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **tuberculata** Broderip (Reeve, *Ranella,* fig. 36). Manila *(Tryon),* en la isla de *Luzón.*

Ranella

* **tuberosissima** Reeve (Reeve, *Ranella*, fig. 39). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*. — Balaring, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.

* **venustula** Reeve (Reeve, *Ranella*, fig. 37). Isla de *Romblón*.

Otras especies citadas:

Ranella albivaricosa Elera, non Reeve=**Ranella subgranosa.**

— *concinna* Dunker. Filipinas (Elera). Especie del Mar Rojo.

— *elegans* Elera, non Beck=**Ranella crumena.**

— *rana* Watson *(Moll. Challenger)*=**Ranella crumena.**

Bursa hians Schumacher (*Ann. and Mag. nat. hist.* 1870)=**Triton Lampas.**

FUSIDÆ

Género **Fusus** Lamarck.

acus Adams y Reeve (Reeve, *Fusus*, fig. 75), Islas de *Cebú* y *Balabac (Elera)*.

* **Colus** Linné (Reeve, *Fusus*, fig. 11). Puerto Galera, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Malanipa (Watson)*.—Islas *Marianas (Elera)*.

distans Lamarck. (Reeve, *Fusus*, fig. 28). *Filipinas (Cuming)*.

* **Nicobaricus** Chemnitz (Reeve, *Fusus*, fig. 37). Isla de *Mindanao*.

niponicus Smith *(Proc. Zool. Soc. London*, 1879, lám. 20, fig. 34). Manila *(Watson)*, en la isla de *Luzón*.

Philippinarum Watson *(Voy. Challenger, Moll.*, lám. 12, fig. 1). *Filipinas (Watson)*.

rufus Reeve (Reeve, *Fusus*, fig. 58). *Filipinas (Cuming)*.

* **turricula** Kiener (Reeve, *Fusus*, fig. 23). Isla de *Luzón (Elera)*.

Fusus

* **undatus** Gmelin (Reeve, *Fusus*, fig. 12). Islas *Marianas (Elera)*.

Otras especies citadas:

Fusus Blosvillei Deshayes = **Afer Blosvillei**.
— *colosseus* Lamarck = **Hemifusus colosseus**.
— *filosus* Lamarck = **Latirus gibbulus**.
— *sulcatus* Lamarck. Filipinas (Paetel). Especie de *Siphonalia* del Sur de Australia.
— **versicolor** Sowerby = **Fusus distans**.

GÉNERO **Afer** CONRAD.

* **Blosvillei** Deshayes (Reeve, *Fusus*, fig. 25). Manila *(Cuming)* en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Pilar y Capíz, en la isla de *Panay*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

GÉNERO **Fasciolaria** LAMARCK.

coronata Lamarck (Reeve, *Fasciolaria*, fig. 14 a, b). Isla de *Cebú* (Elera).

* **filamentosa** Lamarck (Reeve, *Fasciolaria*, fig. 4). Nasugbú en la isla de *Luzón*.—Islas de *Bohol* y de *Cebú (Elera)*, Antique, en la isla de *Panay*.—Isla Saguisí y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **Trapezium** Linné (Reeve, *Fasciolaria*, fig. 16). Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán (Elera)*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Panay*, *Cebú* y *Negros*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

GÉNERO **Peristernia** MÖRCH.

* **castanoleuca** Tapparone (Reeve, *Turbinella Philberti*, fig 63). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Masbate* y *Balabac*.

* **despecta** A. Adams (Chemnitz, 2.ª edic. *Turbinella*, lámina 25, figs. 6 y 7). Isla de *Luzón (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **incarnata** Deshayes (Reeve, *Turbinella*, fig. 55). Tayabas y Cavite *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*. — Magdalena, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Cebú*.—Surigao *(Elera)*, Isla Saguisí y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **Lobbeckei** Kobelt (Chemnitz, 2.ª edic. *Turbinella*, lám. 25, figs. 4 y 5). Isla de *Cebú (Elera)*.

* **nassatula** Lamarck (Reeve, *Turbinella*, fig. 45). Santa Cruz, Bolinao y Nasugbú, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de Guam, *Marianas*.

Nassoides Reeve (Reeve, *Turbinella*, fig. 71). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **pulchra** Reeve (Reeve. *Ricinula*, fig. 20). Isla de Capul *(Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

solida Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 81). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **ustulata** Reeve (Reeve, *Turbinella*, fig. 62). Isla de *Cebú*.

* **Wagneri** Anton (Reeve, *Turbinella crenulata*, fig. 24). Isla de *Capul (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Balabac*.

Otras especies citadas:

Peristernia Carolinæ Kiener = Engina Carolinæ.

— *chlorostoma* Sowerby. Cebú (Elera). Especie de las islas Sandwich.

— *elegans* Dunker = Peristernia pulchra.

— *gemmata* Reeve. Luzón (Elera). Especie de Taiti.

— *lauta* Reeve. Filipinas (Elera). No da localidad el autor.

— *Paulucciæ* Tapparone. Filipinas (Elera). Especie de Mauricio.

GÉNERO **Latirus** MONTFORT.

acuminatus Kiener (Reeve, *Turbinella*, fig. 47). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Masbate (Elera)*.

* **amplustris** Martyn (Kiener, *Turbinella*, lám. 20, fig. 2). *Filipinas*.

* **Candelabrum** Reeve (Reeve, *Turbinella*, fig. 8). Isla de *Cebú*.

* **cariniferus** Reeve (Reeve, *Turbinella*, fig. 14). Cavite y Manila *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **constrictus** Koch (Philippi, *Abbild. Fusus*, lám. 2, fig. 5: Reeve, *Turbinella lyrata*, fig. 13). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Mindoro*.

* **craticulatus** Linné (Reeve, *Turbinella*, fig. 7). Bataán *(Elera)* y Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de Saguisí, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

flavidus A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1854, página 314). *Filipinas (Cuming)*.

* **gibbulus** Gmelin (Reeve, *Turbinella*, fig. 36). Malibago, en la isla de *Marinduque*.

* **lancea** Gmelin (Reeve, *Fusus lanceola*, fig. 52). Isla *Alabat*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **lanceolatus** Reeve (Reeve *Turbinella*, fig. 12). *Filipinas (Cuming, Belcher)*.—Bataán *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **polygonus** Gmelin (Reeve, *Turbinella*, fig. 1.) Manila *(Meyen)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Zamboanga *(Martens)*, Surigao *(Elera)*, isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.—Ulugan, en la isla de la *Paragua*.

* **recurvirostris** Schubert y Wagner (Reeve, *Turbinella*, figura 10). Matnog *(Cuming)*, Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Ticao *(Elera)*.

* **turritus** Deshayes (Reeve, *Turbinella*, fig. 57). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Masbate (Cu-*

ming).—Isla de *Samar (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Isla de Saguisí y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas:

Latirus concinnus Reeve = **Engina concinna.**
— *gracilis* Reeve. Filipinas (Elera). El autor de la especie no indica localidad.
— *prismaticus* Martyn. Filipinas (Elera). Especie de las islas Friendly.
— *tesellatus* Kobelt = **Latirus polygonus.** var.
— *Thersites* Reeve. Cavite (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Leucozonia** GRAY

* **smaragdula** Linné (Reeve, *Turbinella,* fig. 18). Morón, en la isla de *Luzón.*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Islas de *Mindoro* y de *Bohol (Elera).*—Islas de *Cebú* y de *Mindanao.*

BUCCINIDÆ

GÉNERO **Melongena** SCHUMACHER.

* **Cancellarioides** Reeve (Reeve, *Fusus,* fig. 59). Islas de *Mindoro* y de *Cebú (Elera).*
* **galeodes** Lamarck (Kiener, *Pyrula,* lám. 5, fig. 2 y Reeve, *Pyrula,* fig. 22 y 23). Mambulao, prov. Camarines Norte *(Jagor),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Polillo.*—Isla de *Samar (Cuming, Jagor).*—Isla de *Cebú.*—Isla de Siasi, Surigao, Placer y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.*—Canigarán en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*—Archipiélago de *Joló.*
* **pugilina** Born (Reeve, *Pyrula,* fig. 1).—Cavite *(Elera)* y Manila, en la isla de *Luzón.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

GÉNERO **Hemifusus** SWAINSON.

* **colosseus** Lamarck (Reeve, *Fusus*, fig. 19). Islas de *Cebú* y *Samar (Elera)*.

lacteus Reeve (Reeve, *Pyrula*, fig. 8). *Filipinas (Cuming, Belcher)*.

* **Ternatanus** Gmelin (Reeve, *Pyrula*, fig. 6). Mambulao, provincia Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón*. Isla de *Guimaras (Cuming)*.—Borongan, en la isla de *Samar*.—Isla de *Cebú*.

Otras especies citadas:

Hemifusus elongatus Lamarck. Calapán en *Mindoro (Elera)*. Los autores no señalan localidad determinada, sólo Oc. índico.

— *tuba* Gmelin. Ilocos en *Luzón (Elera)*.—Especie de China y del Japón.

GÉNERO **Siphonalia** A. ADAMS.

hinnulus Adams y Reeve *(Voy. Samarang, Buccinum*, lám. 7, fig. 10). Cagayán de *Joló (Belcher)*.

GÉNERO **Fulgur** MONTFORT.

Una especie citada:

Fulgur striatus Gray (Reeve, *Pyrula clavella*, fig. 10) Batangas, isla de Luzón (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Tudicla** BOLTEN.

Una especie citada:

Tudicla Cumingi Jonas (Reeve, *Fusus*, fig. 67). Isla de Cebú (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Pisania** BIVONA.

* **fasciculata** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 76). Isla de *Cebú*.—Isla de *Mindanao (Cuming)*.

* **ignea** Gmelin (Reeve, *Buccinum pictum*, fig. 74). Isla de *Capul (Cuming)*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

* **Tritonoides** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 77). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Isla *Balabac (Elera)*.

Otras especies citadas:

Pisania crocata Reeve=**Cantharus crocatus**.

— *Crosseana* Souverbie=**Cantharus Crosseanus**.

— *Hermannseni* A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *marmorata* Reeve=**Cantharus marmoratus**.

GÉNERO **Metula** H. Y A. ADAMS.

Especies citadas:

Metula marmorata Elera=**Cantharus marmoratus**.

— *mitrella* Adams y Reeve. Luzón y Mindoro (Elera). Especie de China.

— *Philippinarum* Elera.=**Fusus Philipinarum**.

GÉNERO **Cantharus** BOLTEN.

* **crocatus** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 97). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **Crosseanus** Souverbie *(Journ. Conchyl. Fusus*, 1865, lámina 5, fig. 6). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **fumosus** Dillwyn (Reeve, *Buccinum Proteus*, fig. 51). Isla Balanacan, Balaring y Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Islas de *Romblón* y *Masbate*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Zamboanga *(Mar-*

tens, etc.), Salay en Cagayán de Misamis y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa *(Elera)*, en la isla de la *Paragua*.— Isla *Balabac*.— Omata, en la isla de Guam, *Marianas*.

gracilis Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 96). Isla de *Romblón*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **marmoratus** Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 95). Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

neglectus Sowerby, (Sowerby, *Proc. Malac. Soc. London*, I, lám. 4, fig. 7). *Filipinas (Cuming)*.

obliquicostatus Reeve (Reeve, *Buccinum*, fig. 91). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **undosus** Linné (Reeve, *Buccinum*, fig. 55). Isla del Corregidor, Bagac y Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Lubán*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Cebú*.—Placer *(Elera)*, en la isla de *Mindanao (Watson)*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Isla de Guam, *Marianas*.

Otras especies citadas:

Cantharus Cecillii Philippi *(Buccinum ligneum* Reeve, figura 57). Mindoro (Elera). Especie de China y del Japón.

— *contractus* Reeve=**Murex contractus**.

— *melanostomus* Sowerby. Cebú (Schneider, fide Martens). Especie de Ceilán.

— *rubiginosus* Reeve. Filipinas y Marianas (Elera). Especie del Mar Rojo.

Género **Buccinum** Linné.

Especies citadas:

Buccinum albipunctatum Adams y Reeve=**Northia albipunctata**.

— *croceum* A. Adams=**Cominella crocea**.

Buccinum mitrula Dunker. Manila (Philippi)=**Columbella mitrula.**

— *solidum* Reeve=**Peristernia solida.**

GÉNERO **Cominella** GRAY.

crocea A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1853, pág. 97). *Filipinas (Cuming).*

GÉNERO **Clea** A. ADAMS.

Especie citada:

Clea nigricans. A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.

GÉNERO **Eburna** LAMARCK.

* **ambulacrum** Sowerby (Reeve, *Eburna,* fig. 5). Dapitan en la isla de *Mindanao.*

* **areolata** Lamarck (Reeve, *Eburna*, fig. 6). Currimao en Ilocos *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*

* **spirata** Lamarck (Reeve, *Eburna*, fig. 7). *Filipinas (Reeve).*—Isla de *Cebú (Elera).*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas:

Eburna Borneensis Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.

— *Formosæ* Sowerby. Filipinas (Elera). Vive en la isla Formosa.

— *lutosa* Lamarck. Isla de Mindoro (Elera). De los mares de China.

GÉNERO **Phos** MONTFORT.

angulatus Sowerby (Sowerby, *Thes. Conch. Phos*, fig. 7). *Filipinas (Cuming).*—Isla *Malanipa (Watson).*

bathyketes Watson *(Voy. Challenger, Moll.* lám. 11, fig. 2), *Filipinas (Watson).*

* **cancellatus** Quoy *(Voy. Astrolabe, Moll.* lám. 32, figs. 30 y 31). *Filipinas (Baranda).*

cyanostoma A. Adams (Sowerby, *Phos*, fig. 46). *Filipinas (A. Adams).*

cyllenoides A. Adams (Sowerby, *Phos*, fig. 34). *Filipinas (Cuming).*

fasciatus A. Adams (Sowerby, *Phos*, fig. 4). *Filipinas (Cuming).*

nitens Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, pag. 208, lám. 22, fig. 1). Isla de *Cebú (Koch).*

nodicostatus A. Adams (Sowerby, *Phos*, fig. 47). Isla de *Ticao (Watson).*—Isla de *Negros (Cuming).*

retecosus Hinds (Sowerby, *Phos*, fig. 36). *Joló (Belcher).*

* **roseatus** Hinds (Sowerby, *Phos*, fig. 1 y 2). Islas de *Cebú* y *Panay.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Malanipa (Watson).*—Archipiélago de *Joló (Belcher).*

rufocinctus A. Adams (Sowerby, *Phos*, fig. 14). Dumaguete *(Cuming)* en la isla de *Negros.*

* **senticosus** Linné (Sowerby, *Phos*, figs. 8 á 11). Cavite *(Elera)*, Manila *(Martens*, etc.) y Ternate, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Samar (Jagór).*—Isla de *Cebú.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—*Joló (Belcher).*

spinicostatus A. Adams (Sowerby, *Phos*, figs. 44 y 45). Batangas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

* **textilis** A. Adams (Sowerby, *Phos*, figs. 48 y 49), Dumaguete *(Cuming)*, en la isla de *Negros.*

* **textum** Gmelin (Sowerby, *Phos Blainvillei* Desh. figs. 42 y 43). Islas de *Marinduque* y *Cebú.*—*Joló (Belcher).*

* **varians** Sowerby (Sowerby, *Phos*, figs. 24 á 27). Isla de *Cebú.*—Isla Rita, en la isla de la *Paragua.*

Phos

varicosus Gould (Tryon, *Man. Conch.*, III, lám. 83, fig. 511). *Filipinas (Gould).*

Otras especies citadas.

Phos terebra Sowerby. Filipinas *(Elera)*. Especie de Australia.

— *gracilis* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *marmoratus* Reeve = **Cantharus marmoratus.**

— *notatus* Sowerby. Filipinas (Sowerby). Probablemente de América.

— *pallidus* Powis. Idem, íd. De Panamá, según Tryon.

— *rufofasciatus* A. Adams por **Phos rufocinctus.**

GÉNERO **Hindsia** GRAY.

bitubercularis A. Adams (Sowerby, *Nassaria*, fig. 5). Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*— Isla de *Mindoro (Elera).*

carduus Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 95). Filipinas *(Cuming).*

egregia Reeve (Reeve, *Triton*, fig. 78). Isla de *Masbate (Cuming).*

Nassoides Gray (Sowerby, *Nassaria*, fig. 4). Isla de *Luzón (Cuming).*

Otras especies citadas:

Hindsia acuminata Reeve. Batsán (Elera). Especie de China.

— *fusiformis* Sowerby. Filipinas (Elera). Del mismo país.

— *magnifica* Lischke. Filipinas (Elera). Del Sur del Japón.

— *nivea* Gmelin. Filipinas (Elera). Vive en Singapor y Malaca.

GÉNERO **Cyllene** GRAY.

* **glabrata** A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Cyllene*, figs. 14 y 15). Pasacao (Cuming) y Ternate, en la isla de *Luzón.*— Boac, en la isla de *Marinduque.*

Cyllene

lugubris A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Cyllene*, figs. 7 á 9). *Joló (Belcher).*

pulchella Adams y Reeve (Sowerby, *Cyllene*, figs. 24 y 25). Isla de la *Paragua (Elera).*

NASSIDÆ

Género **Northia** Gray

albipunctata Adams y Reeve *(Voy. Samarang, Moll.* lámina 11, fig. 21). Isla de *Mindanao (Belcher).*

Rissoides Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 111). Isla *Ticao (Cuming).*

Género **Truncaria** Adams y Reeve

Especie citada:

Truncaria filosa Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Según Belcher, vive en los mares de China.

Género **Bullia** Gray

velata Gould (Tryon, *Man. Conch.* 1.ª serie, IV, *Nassa velata*, lám. 11, fig. 25) *Filipinas (Gould).*

Género **Nassa** Lamarck.

abyssicola A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 175. a) Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*

* **albescens** Dunker (Reeve, *Nassa*, fig. 100). Morón y Sorsogón, en la isla de *Luzón.*—Isla *Catanduanes.*—Isla Balanacan y Torrijos, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Romblón.*—Isla de *Cebú.*—Magdalena, en la isla de *Mas-*

bate.—Jinituan, en la isla de *Mindanao.*—Isla Rita en la isla de la *Paragua.*—Archipiélago de *Joló.*

algida Reeve (Reeve, *Nassa,* fig. 145) *Filipinas (Watson).*

* **arcularia** Linné (Reeve, *Nassa,* fig. 25 b, non a; Kiener, *Buccinum,* lám. 28, fig. 115) Cayogno en Ternate y Morón, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*—Islas de *Bohol* y de *Cebú.*—María, en la isla de *Siquijor.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*—Archipiélago de *Joló.*

Babylonica Watson *(Moll. Challenger,* lám. 11, fig. 8). *Filipinas (Watson).*

badia A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 124) Sinait en Ilocos Norte *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* **bellula** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 184) Manila, en la isla de *Luzón.*—Catbalogán *(Cuming),* en la isla de *Samar.*—Antique *(Elera),* en la isla de *Panay.*

* **bimaculosa** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 61) Cayogno en Ternate, Morón y Sorsogón, en la isla de *Luzón.*—Islas *Alabat* y *Marinduque.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—María, en la isla de *Siquijor.*—Isla de *Cebú.*—Placer, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

bucculenta Marrat (Marrat, *Var. of Nassa,* pág. 79) *Filipinas (Marrat).*

callosa A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 185) Bais *(Cuming),* en la isla de *Negros.*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **callospira** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 66) Isla de *Burias (Cuming).*—Isla de *Balabac.*

* **Camelus** Martens *(Conch. Misc.* II, lám. 16, fig. 15 á 17) Islas *Alabat* y *Cebú.*

* **canaliculata** Lamarck (Kiener, *Buccinum,* fig. 89) Manila *(Martens,* etc.), en la isla de *Luzón.*—Isla de *Samar (Elera).*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

cancellata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 155) Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Masbate (Cuming).*—(Museo).

caperata Philippi (Philippi, *Abbild. Buccinum,* lám. 2, figura 18) *Filipinas (Adams).*—Isla de *Mindoro (Elera).*

Cebuensis Sowerby, *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lámina 22, fig. 2). Isla de *Cebú (Koch).*

cinnamomea A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 126) Dumaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

clathratula A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 125) Isla de *Siquijor (Cuming).* (Museo).

cœlata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 133) Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

* **concentrica** Marrat (Reeve, *Nassa concinna,* fig. 82) Mobo, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*

* **concinna** Powis (Reeve, *Nassa,* fig. 91) Borangan *(Elera),* en la isla de *Samar.*

* **coronata** Bruguiere (Reeve, *Nassa,* fig. 20; Philippi, *Abbild. Buccinum Bronni,* lám. 1, fig. 17). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*—Codón, en la isla *Catanduanes.*—Isla de *Mindoro (Elera).* Islas de *Bohol* y de *Cebú.*—Zamboanga *(Martens,* etc.) y Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.*—Canigarán en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*—Archipiélago de *Joló.*

coronula A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 99). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

costata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 142). Isla de *Burias (Cuming).*

* **costellifera** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 58). Currimao *(Cuming),* Santa Cruz, Bolinao y Morón, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Romblón (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Quinuguitan, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*

Coturnix Dunker *(Novit. Conch. Moll. mar.,* lám. 32, figuras 7 y 8). *Filipinas (Dunker).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **crassa** Koch (Reeve, *Nassa,* fig. 46 y 67). Laylay ó Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Islas de *Romblón* y de *Cebú.*—María, en la isla de *Siquijor.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.*

cremata Hinds *(Voy. Sulphur, Moll.,* lám. 9, fig. 8 y 9). *Filipinas (Adams).*—Isla de *Samar (Elera).*

* **crenulata** Bruguiere (Reeve, *Nassa,* fig. 2). Manila, en la

isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **cribraria** Marrat *(New forms of Nassa*, lám. 1, fig. 20). *Filipinas (Marrat)*.—Naujáu, en la isla de Mindoro.

crispata Marrat *(New forms of Nassa*, pág. 14). *Filipinas (Marrat)*.

dealbata A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 105). Dumaguete *(Cuming)*, en la isla de *Negros*.

* **delicata** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 180). Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lugbón*.—Naro, en la isla de *Masbate*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **densigranata** Reeve, (Reeve *Nassa*, fig. 181). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Deshayesi** Hombron y Jacquinot *(Voy. Pole Sud, Moll.*, lám. 21, fig. 11 y 12). Manila, Mariveles y Bolinao, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y *Balabac*.

* **dispar** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 45). Isla *Camiguing (Cuming)*.—Legaspi en Albay *(Jagor)*, Morón, Mariveles, Cayogno en Ternate y Bolinao, en la isla de *Luzón*. Islas *Catanduanes, Alabat* y *Cebú*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Islas de *Masbate* y *Cuyo*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla de *Balabac*.

dorsuosa A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 141). Isla de *Masbate (Cuming)*.

echinata A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 131). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.

* **fenestrata** Marrat (Reeve, *Nassa Isabellei* non Orbigny, fig. 47). *Filipinas (Marrat)*.

* **fida** Reeve (Reeve, *Nassa*, fig. 88). Isla *Bagatao*.

fissilabris A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 138). Isla de *Burias (Paetel)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

fraudulenta Marrat *(New forms of Nassa*, lám. 1, fig. 24). *Filipinas (Marrat)*.

gemma Philippi (Philippi, *Abbild. Buccinum*, lám. 1, fig. 5). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **gemmulata** Lamarck (Reeve, *Nassa*, fig. 29). Taal. provincia de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **gemmulifera** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 132). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla *Marinduque*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Balingasag y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **geniculata** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 171). Isla de *Romblón*.—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*. Isla *Ticao (Cuming)*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.

* **gibbosula** Linné (Reeve, *Nassa*, fig. 64). *Filipinas (Cuming)*.

* **glabrata** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 157). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Glans** Linné (Reeve, *Nassa*, fig. 5). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Mindoro*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **globosa** Quoy (Reeve, *Nassa*, fig. 62). Isla de *Cebú*.—Malbato, en la isla de *Busuanga*.—Isla *Balabac*.

* **gracilis** Pease (Lischke, *Moll. Japan*, lám. 4, fig. 4 á 6) Manila, Cayogno en Ternate y Morón, en la isla de *Luzón*. Isla *Alabat*.—Laylay y Gasán, en la isla de *Marinduque*. Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

granulosa Marrat (Marrat, *Var. of Nassa*, págs. 24 y 80) *Filipinas (Marrat)*.

* **Gruneri** Dunker (Reeve, *Nassa hispida*, Adams, fig. 37) Gubat en Albay, en la isla de *Luzón*.—Isla *Bagatao*.—Isla de *Masbate*.—Loon *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla de *Cebú*.—María, en la isla de *Siquijor*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Haldemanni** Dunker (Philippi, *Abbild. Buccinum*, lám. 2, fig. 4) *Filipinas (Baranda)*.

* **hirta** Kiener (Reeve, *Nassa*, fig. 1) *Filipinas (Meyen)*.—Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **horrida** Dunker (Reeve, *Nassa*, fig. 69) Cayogno en Terna-

te, Bolinao, Narbacán en Ilocos Sur y Morón, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Romblón* y de *Masbate*.—Nagaba, en la isla de *Guimaras*.—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

Keenii Marrat *(New forms of Nassa,* pág. 15) *Filipinas (Marrat)*.—Bataán, en la isla de *Luzón* é isla de *Cebú (Elera)*.

* **Kieneri** Deshayes (Reeve, *Nassa marginulata,* fig. 43, 50 y 51, non Lamarck) Manila *(Martens,* etc.), Cagayán *(Cuming)*, en la isla de *Luzón (Jagor)*.—Talibón, en la isla de *Bohol*.—Borongan *(Elera)*, en la isla de *Samar*.—Isla de *Cebú*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Capiz, en la isla de *Panay*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **labecula** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 166) Isla de *Burias (Cuming)*.

* **labiata** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 159) Norte de la isla de *Luzón*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.

* **lachrymosa** Reeve (Reeve, *Nassa,* fig. 52) Morón y Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Romblón* y de *Cebú*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

lentiginosa A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 15) Isla de *Masbate (Cuming)*.

leptospira A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 84) Ilo-Ilo *(Cuming)*, en la isla de *Panay*.

* **lirata** Marrat (Marrat, *Genus Nassa,* lám. 1, fig. 18 y 19) *Filipinas (Marrat)*. Cayogno, en Ternate, en la isla de *Luzón*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

livescens Philippi (Lischke, *Moll. Japan,* II, lám. 4, figuras 1 á 3) Manila *(Martens, Largilliert)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **luctuosa** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 109) Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Giloctóc, en la isla de *Cebú*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, islas Jinituan, Cayauan y Balauan, Placer y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua*.

maculata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 103) Naic, Cavite *(Elera),* Banang, Sargassinan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* **margaritifera** Reeve (Reeve, *Nassa,* fig. 59) *Filipinas (Baranda).*

marmorea A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 7) Borongan *(Elera),* en la isla de *Samar.*—Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

micans A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 140) Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

* **mitralis** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 128) Laylay, en la isla de *Marinduque.*— Jimamailán *(Cuming)* y Manapla, en la isla de *Negros.*—Malbato, en la isla de *Busuanga.*

* **monilis** Kiener (Reeve, *Nassa,* fig. 38) *Filipinas (Cuming).*—Isla de la *Paragua (Elera).*

* **mucronata** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 8) Dumaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

* **multicostata** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 136) Batán *(Elera)* y Batangas *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*

muricata Quoy (Reeve, *Nassa,* fig. 73) Morón *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Puerto Galera *(Cuming),* en la isla de *Mindoro.*

nana A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 164) Dumaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

nivea A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 122) Batangas *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

nodicostata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 97) Isla del Corregidor *(Cuming),* Naic y Cavite *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **nodifera** Powis (Reeve, *Nassa,* fig. 23) Sorsogón, en la isla de *Luzón.*—Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Isla *Ticao (Cuming).*

obtusata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 135). Isla de *Ticao (Cuming).*—(Museo).

obliquata A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London,* 1851, pá-

gina 105). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

* **olivacea** Bruguiere (Reeve, *Nassa*, fig. 19; Kiener, *Buccinum*, fig. 53; Hombron, *Voy. Pole Sud. Moll.*, lám. 21, figuras 16 y 17). Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Tabigui en Laylay é isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Nagaba, en la isla de *Guimaras.*—Isla de *Bohol.*—Quinuguitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Malbato, en la isla de *Busuanga.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*

* **onerata** Deshayes (Marrat, *Genus Nassa*, lám. 1, fig. 28; Hombron y Jacquinot, *Voy. Pole Sud. Moll.*, lám. 21, figuras 43 y 44. *Nassa obliqua*, non Kiener; Deshayes, *Moll. Reunion*, lám. 12, figs. 24 y 25). Barrio de Tumún, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **papillosa** Linné (Reeve, *Nassa*, fig. 12). Isla de *Mindoro.*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Isla *Capul (Cuming).*

* **perlata** Meuschen (Reeve, fig. 72. *Nassa granifera* Kiener). Isla de *Bohol (Cuming).*—Isla de *Cebú (Elera).*—Agat, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **picta** Dunker (Reeve, *Nassa*, fig. 9). La Unión y Sorsogón, en la isla de *Luzón.*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Islas de *Tablas* y de *Romblón.*—Palanóc, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—Isla Rita, en la isla de la *Paragua.*

polita Marrat (Marrat, *Var. of Nassa*, págs. 24 y 79). *Filipinas (Marrat).*

* **Pullus** Linné (Reeve, *Nassa*, fig. 22). Islas de *Mindoro*, de la *Paragua* y *Balabac (Elera).*

* **punctata** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 54). Albay *(Cuming)* y Bagac, en la isla de *Luzón.*—Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Agcalatao, en Badajoz, en la isla de *Tablas.*

* **Pupinoides** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 162). Bagac, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Calatrava, en

la isla de *Tablas*.—Isla de *Marinduque*.—Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Islas *Lugbón* y *Romblón*.—Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Visita Binayangán, en la isla de *Leyte*.—Naga, en la isla de *Cebú*.—Portolin en Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao*.

* **pusio** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 172). Cavite *(Elera)* y Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **Quadrasi** Hidalgo (Reeve, fig. 75. *Nassa Gruneri*, non Dunker; var. alba, Smith, *Proc. Zool. Soc. London*, 1878, lám. 50, fig. 9. *Nassa echinata*, non A. Adams). Isla *Bohol (Elera)*.— Isla de *Cebú*. — Archipiélago de *Joló* (la var.). Por existir otra *Nassa Gruneri*, descrita con anterioridad, he dado á la especie figurada por Reeve el nombre del notable explorador de las islas Filipinas, mi amigo Quadras.

* **ranida** A. Adams (Reeve, fig. 68 y 74. *Nassa ravida)*. Isla de *Burias (Cuming)*.

* **Reeveana** Dunker (Reeve, fig. 35. *Nassa filosa)*. Cagayán *(Cuming)* y Jinituan, en la isla de *Mindanao*.

* **retecosa** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 28). Albay *(Cuming)* y Manila, en la isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.

rufolineata Marrat (Reeve, fig. 123. *Nassa polygonata*, non Lamarck). Isla *Camiguing (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Rumphii** Deshayes (Reeve, fig. 25 a. *Nassa arcularia;* Hombron y Jacquinot, *Voy. Pole Sud, Moll.*, lám. 21, fig. 9 y 10). Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Islas de *Bohol* y de *Cebú*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Cuyo*, de la *Paragua* y *Balabac*.

* **scalaris** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 21). Isla del Corregidor *(Cuming)* y Naic *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

sculpta Marrat *(New forms of Nassa*, lám. 1, fig. 30.) *Filipinas (Marrat)*.

* **sertula** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 89). Isla de *Masbate (Cuming)*.—Archipiélago de *Joló*.

* **sinusigera** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 113). Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.

* **Siquijorensis** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 53). Isla de *Siquijor (Cuming)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **sistroidea** Nevill (Tryon, *Man. Conch.*, IV, *Nassa*, figura 211). *Filipinas (Baranda)*.

* **solida** Reeve, fide Paetel (Reeve, fig. 81. *Nassa vibex*, non Say) Narbacán en Ilocos Sur y Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla *Capul (Paetel)*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Pinamonaján, en la isla de *Cebú*. Salay en Cagayán de Misamis y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **sordida** A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 96) Isla de *Siquijor (Cuming)*.

stigmaria A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 42) Isla de *Siquijor (Cuming)*.

* **stolata** Gmelin (Reeve, fig. 33. *Nassa ornata*) Islas de *Cebú* y *Masbate (Elera)*.—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*.

striata A. Adams (*Proc. Zool. Soc. London*, 1851, página 114) San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

* **subspinosa** Lamarck (Kiener, *Buccinum*, fig. 103). Bataán *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Romblón (Elera)*. Isla de *Masbate*.—Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.

succincta A. Adams (Reeve, *Nassa*, fig. 80) Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **suturalis** Lamarck (Reeve, *Nassa*, fig. 4) Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Romblón (Elera)*.—Isla de *Burias (Cuming)*.

* **Thersites** Bruguiere (Reeve, *Nassa*, fig. 65) Manila *(Elera)*, Ternate y Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Tablas (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Nagaba, en la isla de *Guimaras*.—Davao, en la isla de *Mindanao*.—Malbato, en la isla de *Busuanga*.

* **tiarula** Kiener (Kiener, *Buccinum*, lám. 30, fig. 4) Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

Nassa

* **tringa** Souverbie *(Journ. Conch.* 1864, lám. 10, fig. 7) Bagac, Ternate, Morón y Ensenada de Paguindin en Palanan, en la isla de *Luzón.*—Isla *Marinduque.*—Lugar Bacjauan, Agcalatao en Badajoz y Calatrava, en la isla de *Tablas.*—Isla *Lugbón.*—Isla de *Cebú.*—Naro, Mobo y Palanóc, en la isla de *Masbate.*—Isla Balauan, Isla Calumangán, Isla Jinituan, Isla Cayauan, Isla Saguisí, Isla Tinago, Salay y Portolin, en la isla de *Mindanao.*—Punta Balabac, en la isla *Balabac.*—Retilláu, en la isla de Guam *Marianas.*

Tritoniformis Kiener (Reeve, *Nassa,* fig. 120). Cavite y Naic *(Elera)*, en la isla de *Luzón (Cuming).*

variegata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 70). Dalaguete *(Cuming)*, en la isla de *Negros.*

* **venusta** Dunker (Reeve, *Nassa,* fig. 44). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Pangasinán, Morón, Ternate, Narbacán en Ilocos Sur, Bacón en Albay, en la isla de *Luzón (Jagor).* Isla *Balabac.*

verrucosa A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 36). Dalaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

vittata A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 160). Isla *Ticao (Cuming).*

* **zonalis** A. Adams (Reeve, *Nassa,* fig. 93). Isla *Ticao (Cuming).*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas.

Nassa arcularia Reeve, partim = **Nassa Rumphi.**

— *Australis* A. Adams. Luzón (Paetel), Batangas (Elera). Especie de Australia.

— *bicolor* Philippi. Filipinas (Paetel), Batangas (Elera). De localidad desconocida.

— *casta* Gould. Filipinas (Elera). Especie de Oceanía.

— *cernica* Nevill. Cebú (Elera). Vive en la isla Mauricio.

— *cinctella* Gould. Filipinas (Paetel), Luzón (Elera). Especie de Santa Helena.

— *concinna* Reeve, partim = **Nassa concentrica.**

Nassa Cumingi A. Adams. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *echinata* Smith non A. Adams = **Nassa Quadrasi. var.**
— *filosa* Reeve = **Nassa Reeveana.**
— *gaudiosa* Hinds. Masbate, Ticao, Mindanao (Elera). Especie de Malacca.
— *granifera* Kiener = **Nassa perlata.**
— *Gruneri* Reeve non Dunker = **Nassa Quadrasi.**
— *hispida* A. Adams = **Nassa Gruneri.**
— *Isabellei* Reeve non Orbigny = **Nassa fenestrata.**
— *Jacksoniana* Quoy. Negros (Elera). Habita en Australia.
— *lævigata* Marrat. Filipinas (Elera). Citada de China.
— *marginulata* Reeve non Lamarck = **Nassa Kieneri.**
— *mutabilis* Linné. Filipinas (Cuming). Especie del Mediterráneo y del Atlántico.
— *Novæ Zelandiæ* Reeve. Batangas (Elera). Especie de la Nueva Zelanda.
— *nigra* Hombron y Jacquinot. Filipinas (Paetel), Cebú (Elera).
— *nucea* Pease. Bohol (Elera).
— *obliqua* Hombron y Jacquinot non Kiener = **Nassa onerata.**
— *ornata* Reeve = **Nassa stolata.**
— *paupera* Gould. Cebú (Elera). Vive en Australia.
— *pauperata* Lamarck. Joló (Paetel). Especie de Australia.
— *polygonata* Reeve non Lamarck = **Nassa rufolineata.**
— *splendidula* Dunker. Filipinas (Paetel), Cebú (Elera). No da Philippi localidad de esta especie.
— *Stearnsiana* Garrett. Filipinas (Elera). Localidad desconocida. Según Marrat, variedad de la *Nassa crenolirata* A. Adams.
— *Sturmii* Philippi. Filipinas (Cuming). Especie de las Antillas.
— *tenuis* Smith. Filipinas (Elera). Habita en China y Japón.
— *vibex* Reeve non Say = **Nassa solida.**

TURBINELLIDÆ

Género **Turbinella** Lamarck.

Especie citada:

Turbinella Nassoides Reeve = **Hindsia Nassoides.**

Género **Vasum** Bolten.

* **Ceramica** Linné (Reeve, *Turbinella*, fig. 46). Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.—Torgoyay en Agaña y Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **imperiale** Reeve (Reeve, *Turbinella*, fig. 28). Cagayán *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.—Isla de *Busuanga*.

* **Turbinellus** Linné (Reeve, *Turbinella cornigera*, fig. 40). Manila y Cavite *(Elera)*, Daet, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, Nasugbú y Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—San Joaquín, en la isla de *Cebú*.—Islas Saguisí, Tinago y Siasi, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

Otras especies citadas:

Vasum armatum Broderip. Filipinas (Elera). Especie de la isla Elizabeth.

— *tubiferum* Anton = **Vasum imperiale?**

VOLUTIDÆ

Género **Melo** Humphrey.

* **æthiopica** Linné (Reeve, *Cymbium*, fig. 1). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **Broderipi** Gray (Reeve, *Cymbium*, fig. 3). Manila *(Gray)*, Pasacao, prov. Camarines Sur *(Jagor)*, en la isla de *Luzón*.

* **diadema** Lamarck (Reeve, *Cymbium*, fig. 7). Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **indica** Gmelin (Reeve, *Cymbium*, fig. 9). Isla de *Cebú (Elera)*.

Otras especies citadas:

Melo nautica Linné = **Melo æthiopica**.
— *regia* Schubert y Wagner. Filipinas (Elera).
— *tessellata* Lamarck. Islas de Cebú y Samar (Elera).

Género **Voluta** Linné.

* **aulica** Sowerby (Reeve, *Voluta*, fig. 4). Isla de *Cebú (Elera)*.—Archipiélago de *Joló (Cuming)*.

* **Cathcartiæ** Reeve *(Proc. Zool. Soc. London*, lám. 33, figuras 5 y 6). *Filipinas*.

* **imperialis** Lamarck (Reeve, *Voluta*, fig. 36). Isla de *Bohol*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Bongao*.—Islas de la *Paragua* y *Balabac (Elera)*.

* **Vespertilio** Linné (Kiener, *Voluta*, lám. 20; Reeve, *Voluta*, fig. 11 a.) Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Argüelles, en la isla de *Negros*.—Zamboanga *(Watson*, etc.) y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

Var. **pellis serpentis** Lamarck (Kiener, *Voluta*, lá-

mina 23; Reeve, *Voluta,* fig. 11 d.) Gasán, en la isla de *Marinduque.*—Nauján, en la isla de *Mindoro.*—Barrio, en la isla de *Cebú.*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Surigao, Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de *San Rafael.*—Archipiélago de *Joló.*—Islas *Calamianes.*—Isla *Balabac.*

Var. mitis Lamarck (Kiener, *Voluta,* lám. 24; Reeve, *Voluta,* fig. 11 c.) Islas *Lubán, Marinduque* y *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Canigarán, en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

Var. serpentina Lamarck (Kiener, *Voluta,* lám. 22, fig. 1; Reeve, *Voluta,* fig. 11 b.) Isla de *Samar (Jagor).*

Var. lineolata Kuster (Tryon, *Man. Conch.,* 4, lámina 25, fig. 52). *Filipinas (Paetel).*

Otras especies citadas:

Voluta flavicans Gmelin. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *interpuncta* Martyn. Filipinas (Elera). Vive en Ceilán.

— *Olla* Linné. Filipinas (Linné). Especie de *Cymbium* que no se ha podido identificar. Este género no habita en Filipinas.

— *Philippinarum* Paetel. Filipinas (Martini). Es el *Cymbium papillatum* Schumacher, de los mares de España y Portugal.

— *proboscidalis* Lamarck. Filipinas (Kiener). Especie de *Cymbium* de las costas de Africa.

— *reticulata* Reeve. Mindoro (Elera). Especie de Australia.

— *Scapha* Gmelin. Cebú (Elera). Especie de Singapor.

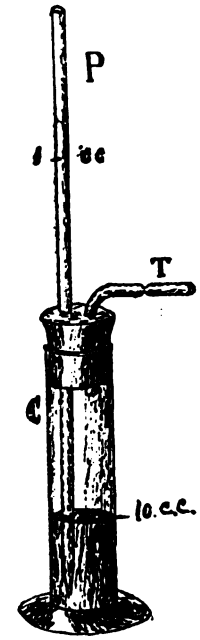
— *vexillum* Lamarck. Filipinas (Elera). Especie de Ceilán.

(Se continuará).

XIX.—Aparato para recoger y determinar el número de las bacterias del aire.

Por D. Gabriel de la Puerta.

Durante el cólera del año 1885 hice uso de un aparato ideado por mí para recoger los corpúsculos del aire y examinarlos después con el microscopio. Consta este aparato (1) de un doble aspirador de los que se emplean en los laboratorios, con el cual se establece una corriente de aire por un matraz pequeño que contiene corta cantidad de glicerina, al través de la cual (previamente esterilizada) pasa el aire, dejando las materias sólidas que contenga.

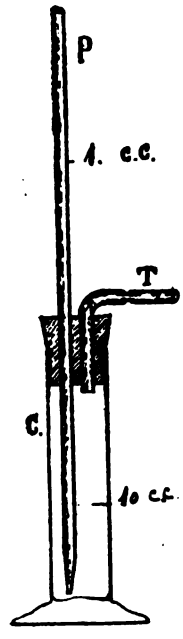


Después he tratado en varias ocasiones de determinar el número de bacterias del aire, y no sirviendo dicho aparato para este objeto, ni disponiendo de los de Miquel ni de Laverán, que creo son los preferibles de los que describen los autores de Bacteriología, he modificado el anteriormente indicado, y con él he practicado algunos análisis del aire, con buen resultado, siendo más sencillo que los de los autores citados.

Consiste el nuevo aparato (V. la figura) en una campanita de cristal con pie *C* y una señal de 10 centímetros cúbicos, provista de un tapón de caucho, al través del cual pasa una

(1) Se halla descrito en mi *Tratado de Química Inorgánica.*— T. I, pág. 263-1896.

pipeta *P*, con una señal de un centímetro cúbico, llegando hasta el fondo de la campana. En ésta se ponen 10 centímetros cúbicos de agua recién destilada, que contenga en disolución 1 por 100 de glucosa, y tapando con algodón el extremo exterior de la pipeta y el tubo *T*, se esteriliza todo en la autoclava. Después se enlaza el aparato por el tubo de cristal *T* con el aspirador doble, por medio de un tubo de caucho; se quita el algodón de la pipeta y se hace pasar el aire lentamente al través del líquido de la campana, saliendo por el tubo *T* (al través del algodón) que enlaza con el aspirador. Por medio de una llave que éste tiene, se hace caer el agua del recipiente superior al inferior y es aspirado el aire. Cuando haya caído toda el agua, se invierte el aspirador y se halla en disposición de absorber nueva cantidad de aire, cuyo volumen podemos saber conociendo la capacidad de dichos recipientes. Para la corrección de temperatura lleva el recipiente superior un termómetro. Puede saberse también el volumen de aire que ha pasado, por medio de un contador, que se interpone entre el aparato y una trompa de absorción.



Terminada la corriente de aire, se sacan con la pipeta varios centímetros cúbicos del líquido, después de hacer una ó más succiones para recoger las bacterias que se hallen adheridas al interior de la pipeta. Cada centímetro cúbico del líquido, se pone en cultivo en placas de agar peptonizado, contando después el número de colonias formadas, por los medios conocidos, y tomando el término medio para un centímetro cúbico.

Para determinar el número de bacterias correspondientes á un metro cúbico de aire, se hace el cálculo siguiente: si pasaron, por ejemplo, 100 litros de aire y se han formado en un centímetro cúbico de líquido 8 colonias, $8 \times 10 = 80$ será

el número de bacterias en dichos 100 litros de aire, y en 1.000 litros (metro cúbico de aire) habrá $\frac{80 \times 1000}{100} = 800$ bacterias ó microbios.

El análisis cualitativo, ó sea la determinación de las especies bacterianas, tiene gran importancia en la Higiene, especialmente si hay bacterias patógenas en el aire, como acontece en las salas de enfermos tíficos, tuberculosos, etc., aunque dichas bacterias se depositan pronto en las ropas y objetos; pero no nos ocupamos de esto, ni de los medios de clasificación descritos en las obras de Bacteriología, por ser únicamente el objeto de este artículo dar á conocer nuestro aparato para recoger las bacterias del aire y determinar su número.

XX.—Las aguas minerales de Vacia-Madrid y la sal de Vacia-Madrid.

Por D. Gabriel de la Puerta.

Desde tiempo inmemorial vienen usándose estas aguas, especialmente en Madrid, como purgantes y antiherpéticas, y hace algunos años alcanzaron gran fama con el nombre de *Aguas de Capanegra*, del nombre del barranco donde tienen su yacimiento; pero en el día no se explotan, ni se utilizan más que por los amigos de los dueños, á pesar de sus notables propiedades terapéuticas.

En otro tiempo se explotó la sal que obtenían por evaporación espontánea, y todavía se encuentran las albercas donde hacían esta operación. Dicha sal no es otra que el *sulfato de sosa,* que en gran cantidad se encuentra en el agua (91,85 gramos en litro de la sal anhidra), y sin embargo de esto, se da el nombre en los libros de *sal de Vacia-Madrid* al sulfato de mag-

nesia, y yo también lo he hecho así en mi *Tratado de Química Inorgánica*, tomándolo de autores españoles muy respetables. Este error nace indudablemente de que en dichas aguas existe sulfato de magnesia, aunque en menor proporción (20 gramos en litro), y por alguien se creyó que la sal que en Vacia-Madrid se obtenía era ésta, y de aquí el haberlo consignado muchos autores.

Basta considerar que la sal de Vacia-Madrid la utilizaban en las fábricas de vidrio, para comprender que es el sulfato de sosa y no el de magnesia, y por otra parte, al cristalizar el sulfato de sosa por evaporación, queda en las aguas madres el sulfato de magnesia, por su mayor solubilidad y encontrarse en el agua en cantidad relativamente mucho menor que la sal de sosa. Además, en las orillas de los arroyos por donde se desliza el agua de Vacia-Madrid, he visto una abundante capa de sal blanca como la nieve, de la que recogí una buena cantidad y analicé en el laboratorio, encontrando que era sulfato de sosa, casi puro.

De lo expuesto se deduce, que el nombre de *sal de Vacia-Madrid*, aplicado al sulfato de magnesia, es impropio, y que debe desaparecer de nuestros libros (1).

La cantidad de sulfato de sosa que se encuentra en las aguas minerales de Vacia-Madrid es extraordinaria. 91,85 gramos de sal anhidra en litro, que corresponden á 208,2 gramos de sal cristalizada.

Es también notable la existencia en estas aguas de hiposulfito de sosa en bastante cantidad, procedente de la transformación del sulfuro de sodio que contiene. Al salir del manantial el agua es transparente; pero en contacto del aire se pone algo opalina, debido á la acción del ácido carbónico sobre el sulfuro de sodio polisulfurado, separándose azufre muy dividido.

---

(1) Un autor español, enterado de estos trabajos míos, suprimió en la novísima edición de su libro el nombre de sal de Vacia-Madrid que antes aplicaba al sulfato de magnesia; pero ahora se le ha aplicado al sulfato de sosa, lo cual es *inconveniente*, porque con más razón podría decirse sal de Carabaña y sal de Rubinat, puesto que la sal de estas aguas es casi toda de sulfato de sosa.

La formación de bisulfuro y después hiposulfito, y la separación de azufre, se explica en las ecuaciones siguientes:

$$2Na^2S + O + H^2O = 2NaOH + Na^2S^2$$
$$Na^2S^2 + O^3 = S^2O^3Na^2$$
$$Na^2S^2 + CO^2 + H^2O = CO^3Na^2 + SH^2 + S.$$

Al investigar en estas aguas los fosfatos con el molibdato amónico en disolución nítrica, me sorprendió la coloración azul que producen con este reactivo. Supuse, después de alguna meditación, que esta reacción era debida á los cuerpos reductores existentes en el agua; pero nunca la había observado en el análisis de varias aguas sulfhídricas y sulfuradas, sin duda porque la cantidad de hidrógeno sulfurado y de sulfuro alcalino era insuficiente para producirla, inclinándome á creer era debida al hiposulfito de sosa, que en regular cantidad existe en estas aguas, y de ello me convencí al obtener la misma reacción en soluciones de corta cantidad de hiposulfito de sosa con el molibdato amónico. El hidrógeno sulfurado, el sulfuro sódico y los sulfitos en cantidad conveniente, producen también la reducción del molibdato, y por tanto la coloración azul; pero las reacciones no se efectúan de un modo enteramente igual que con el hiposulfito. La coloración azul la atribuyo al óxido intermedio de molibdeno MO^2O^5 que se forma por la reducción.

Al dar cuenta de estos hechos por primera vez en los *Anales de la Sociedad española de Física y Química* (Febrero 1904), presentaba yo el molibdato amónico como un reactivo de los hiposulfitos en el análisis de aguas minerales hiposulfitadas, creyéndolo de utilidad, para evitar la sorpresa que á mí y á otros químicos produjo la reacción citada, y que, una vez conocida, parece lo más natural y sencillo.

Para terminar, expondré el resultado final del análisis de las notables aguas de Vacia-Madrid ó de Capanegra, omitiendo las operaciones practicadas, que se describen en la extensa Memoria que hice en 1901 del análisis de dichas aguas, por creer que en esta REVISTA sólo debe figurar aquello que ofrezca alguna novedad, sin repetir lo que ya está escrito y publicado.

He aquí la composición de las aguas de Vacia-Madrid:

Temperatura media en el manantial	15°
Densidad	1,1
Grados areométricos de B.^{e}	13°
Grados sulfhidrométricos	25°

GASES EN UN LITRO DE AGUA

	Cent. cúb.
Hidrógeno sulfurado	4,4
Anhídrido carbónico	0,2
Oxígeno	1,0
Nitrógeno	8,4
	14,0

CUERPOS FIJOS Y SALES ANHIDRAS EN UN LITRO DE AGUA

	Gramos.
Sulfuro de sodio	0,04151
Hiposulfito de sosa	0,07465
Sulfato de sosa	91,85100
Sulfato de magnesia	20,52049
Sulfato de cal	1,91415
Sulfato de potasa	0,09515
Cloruro de sodio	0,75101
Cloruro de magnesio	0,38044
Fosfato de sosa	Cantidades mínimas.
Sulfuro de hierro	
Materia orgánica	
	115,62840

Por si á alguien llama la atención la existencia del sulfuro de hierro, diremos que este cuerpo se disuelve algo en el agua, y no pudiendo hallarse el hierro en otra forma en presencia del sulfuro de sodio, no debe extrañar que la mínima cantidad ó indicios de dicho metal hallado, creamos que se encuentra en estado de sulfuro ferroso.

XXI.—Estudio experimental de la producción de la glicerina en la fermentación alcohólica.

Por J. R. Carracido.

Después de las investigaciones de Effront, las cuales revelaron que la glicerina se produce en su mayor parte en los últimos períodos de la fermentación (1), cuando el azúcar del líquido está próximo á agotarse, se atribuye el alcohol glicérico producido en aquel acto al quebranto de la energía vital de la levadura, quebranto que se manifiesta disminuyendo el número de las moléculas de glucosa, que se escinden en esta forma:

$$C^6 H^{12} O^6 = 2\ C^2 H^6 O + 2\ CO^2$$

y aumentando el número de las que con intervención del agua se supone que se escinden en esta otra:

$$7\ C^6 H^{12} O^6 + 6\ H^2 O = 12\ \underset{\text{glicerina}}{C^3 H^8 O^3} + 6\ CO^2$$

Según Duclaux, la formación de la glicerina *es independiente de la presencia del azúcar, y, por consiguiente, de la fermentación alcohólica,* y, en su sentir, se realiza siempre que la levadura se nutre con dificultad, siendo este el motivo, y no el decaimiento vital, que la origina en gran cantidad al terminar la fermentación alcohólica (2). La glicerina formada no debe atribuirse al trabajo diastásico de que deriva el alcohol, sino al proceso de nutrición del protoplasma, porque el curso de su formación no es paralelo al del consumo del azúcar.

Realmente, las explicaciones de Effront y de Duclaux son

(1) *Compt. rend. Ac. Sc.*, t. CXIX, pág. 92.
(2) *Traité de Microbiologie*, t. III, pág. 426.—1900.

fisiológicas pero no químicas, y constituyendo el problema una transformación material, lo que importa conocer es la substancia generadora del producto cuyo orígen se investiga.

Teniendo en cuenta que al nutrirse difícilmente la levadura, ya por agotamiento del azúcar, ya por otra causa cualquiera, sobreviene la *autofagia*, y que en esta, además de las reservas de glucógeno y de las materias gomosas señaladas por Nægeli en los *Saccharomyces*, se destruyen en proporción superior á la normal las materias protoplásmicas, no es absurdo suponer que los albuminoides de las células sean los generadores de la glicerina.

Con el intento de tener pruebas de esta suposición en el terreno experimental, hice actuar la levadura de cerveza sobre líquidos azucarados en condiciones idénticas, sólo con la diferencia de añadir á unos clara de huevo, para cotejarlos después con los que habían fermentado sin contener aquella materia albuminoidea.

A continuación se detallan los experimentos ejecutados, exponiendo los datos obtenidos.

Disolví en agua de fuente 25 gramos de glucosa, añadí 20 centímetros cúbicos de la levadura semilíquida de las fábricas de cerveza y, finalmente, agua hasta completar 250 centímetros cúbicos.

Simultáneamente preparé una disolución filtrada de clara de huevo, á la cual añadí, como en el caso anterior, cantidades de glucosa y de levadura iguales á las antes dichas, y agua hasta completar también 250 centímetros cúbicos.

Coloqué una y otra disolución en matraces Ehrlenmayer de 750 centímetros cúbicos de cabida, dejándolas á la temperatura del laboratorio durante cuarenta y ocho horas. Pasado este tiempo, filtré los dos líquidos, que estaban en plena fermentación, y en 100 centímetros cúbicos de cada uno de ellos evalué las respectivas cantidades de glicerina, obteniendo los siguientes datos referidos, á 1 litro de los líquidos fermentados:

En el líquido no albuminoso.....	1,260
En el líquido albuminoso.....	2,216

Repetí el experimento en las mismas condiciones del anterior, pero disolviendo cantidades duplas de glucosa, es decir, 50 gramos en 250 centímetros cúbicos, y después de cuarenta y ocho horas de fermentación, las cantidades de glicerina evaluadas fueron las siguientes:

En el líquido no albuminoso.....	2,670
En el líquido albuminoso.....	7,080

Los resultados de uno y otro experimento se diferencian notablemente en las respectivas proporciones, y creo que la causa debe buscarse, no sólo en la concentración de los líquidos, sino también en las condiciones de temperatura, las cuales no eran idénticas en los días correspondientes á los dos experimentos; pero estas diferencias, lo mismo que otros motivos de inexactitud que saltarán á la vista de todo el que conozca el proceso de la fermentación alcohólica y la técnica de la análisis cuantitativa de la glicerina en los líquidos fermentados, las conceptúo desprovistas de transcendencia á la interpretación de los resultados experimentales, porque lo importante para el fin propuesto es observar las diferencias motivadas por la albúmina añadida.

Los dos experimentos patentizan que la presencia de la albúmina en el liquido nutritivo de la levadura acrecienta la producción de la glicerina, y tanto uno como otro, pero sobre todo el segundo, ponen de manifiesto que en el primer período de la fermentación se produce ya en cantidad considerable la glicerina si existe albúmina en el líquido.

De lo que precede, resulta que el quebranto de la energía vital y la dificultad de la nutrición supuestos por Effront y por Duclaux como causas generadoras de la glicerina, al ser traducidos al lenguaje químico se convierten en un aumento del proceso catabólico de las materias albuminóideas, obteniendo igual resultado de los albuminoides protoplásmicos catabolizados por autofagia que de los contenidos en el líquido de fermentación degradados en el curso normal de la vida de los microorganismos.

Parecerá extraño á primera vista que un cuerpo ternario no nitrogenado, como la glicerina, se derive de las materias albuminóideas y no de los azúcares, siendo estos sus análogos respecto á la composición elemental; pero pensando más detenidamente, debe tenerse en cuenta que es opinión unánime derivar el ácido oxibutírico, también ternario no nitrogenado, producido en las formas graves de la glucosuria y en otras perturbaciones del proceso metabólico, de las materias albuminóideas, lo mismo que el ácido láctico que se forma en la regresión de la materia muscular á consecuencia del trabajo fisiológico, el cual, según Boehm, Demant y, sobre todo, después de las investigaciones de Siegfried relativas á los productos de la escisión de la nucleona (1), se considera procedente de las materias protéicas, y no del glucógeno del músculo.

Recordando que la constitución de la nucleona ó ácido fosfocárnico parece ser la de una nucleina peptónica, no es absurdo suponer que igual compuesto se origine en el catabolismo de los albuminoides consiguiente á la labor bioquímica de la levadura, y que si esta produce glicerina ($C^3 H^8 O^3$) y el músculo ácido láctico ($C^3 H^6 O^3$) es porque la primera desarrolla la fermentación alcohólica fuera del acceso del aire, mientras que en el catabolismo del segundo interviene el oxígeno disociado de la oxihemoglobina, el cual puede efectuar, no sólo la oxidación, sino también la transposición intramolecular necesarias para convertir la glicerina en ácido láctico.

Podrá ser tachada de fantástica esta supuesta analogía entre la obra química del Saccharomyces y la del sarcoelemento; pero lo que conceptúo positivo en vista de los datos precedentes, es derivar la glicerina producida en la fermentación alcohólica del catabolismo de las materias albuminóideas.

---

(1) *Zur Kenntniss der Phosphorfleisäure.*—Zeitschr. physiolog. Chem. Bd. XXI, págs. 360-386.

XXII.—Confrontación de puntos de vista en materia de radioactividad.

Por José Muñoz del Castillo

Continuación (1).

II

Claro está que para quienes es cosa una esa magma de fenómenos llamada en conjunto radioactividad, la distinción que establecemos entre el mecanismo y los hechos no existe. El Sr. Filippo cree que los átomos de Radio se hallan al presente en constitución, y compara el suceso al de la formación de un sistema planetario; hipótesis brillantemente divulgada entre nosotros por la maravillosa pluma de D. José Echegaray (2). Según el Sr. Le Bon, los átomos en general, y especialmente los radioactivos, están deshaciéndose; concepción que coincide con la anterior en atribuir origen interno á la energía becquereliana. El Sr. Carracido, como aportación para explicar la gran cantidad de fuerzas que juegan en el fenómeno, observa la que supone el estado de dilución en que la naturaleza presenta las substancias radioactivas. El Sr. Puerta opina que se trata de una nueva forma de la energía. Y aun el mismo catedrático de Oviedo, Sr. Fernández Brañas—que entre nosotros ha sido acaso el primero en hacerse oficialmente eco (3) de la hipótesis de las radiaciones etéreas muy penetrantes, como clave de la explicación de la radioactividad,—no parece haber fijado su atención en la necesidad, en el papel, en la variedad posible y en las evoluciones de lo que nosotros llamamos *mecanismos;* elementos ó factores, según creemos, en diversos importantes fenómenos, no sólo de la radioactividad.

Nada decimos sobre las teorías que concretan en un hecho

(1) Véase el núm. 2, pág. 76 de esta Revista.
(2) *El Imparcial,* 15 de Febrero de 1904.
(3) Tesis doctoral, 1902.

químico ó físico, sencillo ú oscilatorio, la causa del desprendimiento de la energía radioactiva; porque basta puntualizar cifras y recordar leyes mecánicas, para dejar tales concepciones reducidas á límites dentro de los cuales cabe apenas ver en ellas, no lo que pretenden sus autores, sino intentos laudables de apertura de horizontes explicativos á la radioactividad, encaminados por sendas reales.

En el desarrollo del presente trabajo resultará utilizado cuanto en cada hipótesis nos parezca que participan razonablemente los fenómenos radioactivos.

III

El efecto criptodinámico en ocasiones, el desencadenante á veces, y el transformador en otras, de los *mecanismos*, no requieren, sino más bien lo contrario, que éstos sean iguales: cabe en ellos diversidad, y no es pequeño, seguramente, el número de los poco idénticos que debe existir. Pero, en general, puede decirse que *efecto del mecanismo y coefecto de la naturaleza y la estructura moleculares* son cosas sinónimas. Sólo que se trata de punto no desentrañado aún del todo, á nuestro juicio, siquiera abunden hechos que someter á su disciplina, y direcciones experimentales para profundizar en su conocimiento.

La molécula química es considerada como producto de la afinidad; y las distancias entre los átomos que la constituyen pasan por del orden químico, es decir, por pequeñísimas.

La molécula física es considerada como producto de la cohesión; y las distancias entre las entidades químicas iguales que la constituyen pasan por del orden físico, es decir, por mayores que las distancias químicas.

Las *moléculas químico-físicas* (1), cuya existencia resulta indudable para nosotros, presentan entre sus componentes distancias de los órdenes químico y físico; son la transición entre

(1) *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, número 8, 1903, pág. 337 y siguientes.—Núm. 10, pág. 56 y siguientes.

los dos grupos clásicos de factores de agregación en los cuerpos; y constituyen el *mecanismo determinante de la radioactividad* y de otros muchos fenómenos no clasificados en total, y mal definidos en gran parte, según antes queda consignado.

Imaginando, como caso particular, que las moléculas químico-físicas determinantes de la actividad del Radio están formadas (1) por átomos de este elemento (de peso 225) y de otros elementos distintos (el Helio, de hecho; el Nitrógeno, acaso; quién sabe si alguno más).

Concepción ésta que plantea el problema becqueriano en términos diametralmente opuestos á los exclusivamente dominantes en estos últimos años; pues se ha dicho hasta la saciedad, y se dice, que la *radioactividad es una propiedad atómica*, quizás general, y aun susceptible de ser observada en la mayoría de los cuerpos simples; y desde nuestros puntos de vista resulta todo lo contrario, á saber: que *ni el Radio ni ningún elemento es radioactivo; y que los fenómenos de radioactividad se presentarán*—pero esto es mero accidente—*en los casos en que determinados simples originen la molécula químico física que constituye el mecanismo adecuado.* Lo cual podría suceder que fuera más fácil, ó más permanente, ó más eficaz entre elementos de muy diferente peso atómico (2) y de distinto estado físico á iguales temperaturas (3), por razones desconocidas. Y que tuviera como notable precedente, inmediato aunque no único, la oclusión de los gases por los metales, y sobre todo la del Hidrógeno por el Paladio y el Platino.

El nombre de *intraoclusión* ú *oclusión intramolecular* que hemos dado al fenómeno correspondiente á la existencia de la molécula química-física Radio-Helio, sigue el precedente de Graham al proponer el de oclusión. Y cabe sin violencia que la gradación en semejante orden de hechos quede así establecida.

---

(1) *Anales de la Sociedad Española de Física y Química*, número 10, 1904, páginas 59 á 61.

(2) El Mercurio, el Plomo, el Bismuto, el Radio, el Torio y el Uranio; entre los cuales acaso se interpolen en breve el Polonio, el Radiotelurio, el Actinio, etc.

(3) El Helio, el Nitrógeno.

a) Adherencia de los gases á la superficie de los sólidos.

b) Oclusión de los gases en los sólidos (interposición, disolución, acaso nacimiento de moléculas físicas).

c) Oclusión intramolecular (formación de moléculas químico-físicas).

d) Combinación del gas y el sólido (producción de moléculas químicas).

e) Disolución de los compuestos físicos, químico-físicos y químicos en exceso de sólido; y posible coexistencia de varias disoluciones de gas en sólido como nota general.

IV

La singularidad y multiplicidad de los fenómenos determinados por los *mecanismos moleculares químico-físicos,* permite pensar en una agrupación de todo ello, á los efectos de su estudio, como parte de la Físico-química; rama esta, con motivo fundado, de la Mecánica Química en el actual estado de la ciencia (1).

Algunos ejemplos, entresacados entre cientos, sobre esclarecer la materia en el sentido que nos importa, permitirán vislumbrar grandes extensiones de campo donde labrar con fruto, en direcciones varias, dentro del criterio de unidad que señalamos.

Primer ejemplo.—La determinación de la densidad del vapor del Azufre á temperaturas crecientes conduce á estas representaciones de su átomo-molécula,

$$S_8$$
$$S_2$$
$$S$$

siendo por encima de 1.000°, cuando se puede considerar bien establecido el peso atómico de dicho elemento igual á 16. Sean S_8 y S_2 moléculas físicas ó químicas, resulta que precisan

(1) Véase nuestro *Programa de Química inorgánica,* 1897, página, 8, nota.

temperaturas elevadas para deshacerlas. Y además, si son químicas, queda patentizado que la afinidad no es fuerza que produce sus efectos sólo entre átomos de distinta naturaleza, sino también entre iguales; y si física, aparece la cohesión formando moléculas semejantes á las creadas por la afinidad.

Segundo ejemplo.—Pudiera entrarse en distingos para desnaturalizar el significado del ejemplo anterior, con motivo de si las valencias del Azufre están ó no libres, desempeñan tal ó cual papel. Pero determinando el Sr. Ramsay el peso molecular del ácido sulfúrico

$$H_2\,SO_4$$

por el método capilarimétrico, ha descubierto la existencia de una molécula, estable entre la temperatura ordinaria y 130°, veintitres veces mayor

$$(H_2\,SO_4)_{23}$$

que por su agregación compone el líquido ácido sulfúrico. Variando la temperatura, el fenómeno del vapor de Azufre se repite; sólo que aquí no puede, facilmente, invocarse la afinidad, porque la molécula $H_2\,SO_4$ es saturada: y, al atribuir el hecho á la cohesión, ocurre pensar en cual sea la diferente situación mecánica, entre sí, de las 23 moléculas químicas que componen la de Ramsay, respecto de la 24, la 25, la 26..... que al lado de ellas, y en continuidad, forman el total de líquido. Pareciendo que realmente se trata de un verdadero *compuesto físico*, cuyo estado físico es el líquido, y sus moléculas componentes las $(H_2\,SO_4)_{23}$.

Los límites entre la afinidad y la cohesión resultan, en suma, esfumándose, borrándose, confundiéndose, como si ambas fuerzas tendieran á patentizar identidad en sus manifestaciones, y protestaran, exhibiendo compuestos químicos, compuestos químico-físicos y compuestos físicos, contra la diversidad, artificiosa mejor acaso que efectiva, que se les atribuye.

Tercer ejemplo.—Los hidratos ofrecen tipos acabados de moléculas químico-físicas. El cloruro magnésico, por ejemplo,

$Mg\ Cl_2$, saturadas las valencias de sus componentes, debe carecer de afinidad; en el mismo caso se encuentra el agua, $H_2\ O$. ¿Por virtud de qué fuerza existirán, pues, las moléculas

$$Mg\ Cl_2,\ 2H_2\ O$$
$$Mg\ Cl_2,\ 4H_2\ O$$
$$Mg\ Cl_2,\ 6H_2\ O$$
$$Mg\ Cl_2,\ 8H_2\ O$$
$$Mg\ Cl_2,\ 12H_2\ O,$$

reconocidas por Van't Hoff y Meyerhoffer? No puede ser más claro que la unión, en proporciones varias, entre el cloruro y el agua, tiene caracter físico, no obstante producirse entidades, constitutivas de cuerpos, de condición química.

Cuarto ejemplo.—La absorción del Hidrógeno por el Paladio es fenómeno de interés excepcional para nuestro objeto, y que hoy se interpreta en términos que reclaman una revisión detenida de cuanto se sabe sobre la constitución de los hidruros metálicos.

La constancia de la tensión de disociación del Paladio hidrogenado durante una parte de su formación ó de su descomposición, y la variabilidad de la propia tensión en la otra parte, decidieron á Troost y Hautefenille á establecer la hipótesis de la existencia del compuesto químico $Pd_2\ H$, en el cual se disuelven, en disolución sólida, cantidades de Hidrógeno. Pero recientemente Bakhuis Roozboom y Hoitsema, examinando el sistema de dos componentes independientes Paladio-Hidrógeno, desde puntos de vista de la Mecánica Química, han llegado á la conclusión de que la masa final se halla constituída por la yuxtaposición de dos disoluciones sólidas desigualmente ricas en Hidrógeno, comparables á las capas diversamente concentradas en que se divide una mezcla líquida de agua y éter; opinión que parece comprobada por la experiencia dentro de límites suficientes; y que, sobre atribuir caracter físico al fenómeno en conjunto, conduce evidentemente á la admisión de entidades químico-físicas del órden de las moléculas químicas.

Quinto ejemplo.—Son conocidísimos los siguientes hechos: el Paladio forjado, pero no fundido, absorbe 376 volúmenes de

Hidrógeno á la temperatura ordinaria; 643 á 95°; y 526 á 245°. La esponja del propio metal ocluye más aún. La fundición retiene Hidrógeno, y el Hierro óxido de Carbono, que desprenden en el vacío á 800°. De la disolución del Oxígeno en la Plata no hay que hablar, como tampoco de la del Hidrógeno en el Platino. Dumas ha demostrado que el Aluminio desprende en el vacío á 1400° un volumen de gas superior al suyo; mezcla de Hidrógeno y anhídrido carbónico. Y el Magnesio, próximamente al rojo blanco, abandona bruscamente vez y media su volumen de Hidrógeno casi puro.

Renunciando á citar otros fenómenos análogos antiguos y modernos, porque el precedente no puede ser más llanamente abonado para darse cuenta del desprendimiento de Nitrógeno y Helio por el Radio; y de la conservación de la radioactividad por el Uranio, aun á la temperatura altísima á que funde.

Sexto ejemplo.—La Electroquímica y la Electrometalurgia suministran abundantes datos susceptibles de establecer analogías y esclarecimiento respecto de los transportes electrolíticos que puedan observarse en las substancias radioactivas en general y de lo observado por Marckwald, tratándose del Radio y de su Radiotellurio (igual ó no al Polonio de M.me Curie), en el supuesto de que las moléculas de los simples activos no sean elementales, sino de naturaleza heterogénea químico-física.

Séptimo ejemplo.—El cambio de propiedades que experimentan muchos cuerpos merced á la adición de otros en pequeña cantidad, no puede menos de ser tenido en consideración desde nuestros puntos de vista, siendo de observar que el estado de dilución del cuerpo mínimo en el máximo le constituye en situación de densidad gaseosa.

El bronce fosforoso, conteniendo 0,2 á 0,7 por 100 de fósforo, y la multitud de aleaciones en que las cualidades de los metales resultan radicalmente cambiadas por virtud de insignificantes masas de otros elementos, traen á la hora presente algo maltrecha la antigua hipótesis que supone la formación de especies químicas definidas y disueltas en exceso de uno ó varios componentes.

Ha observado el Sr. Le Bon que el Mercurio y el Estaño son poco *radioactivos bajo la influencia de la luz;* pero que, añadiendo al primero una insignificante cantidad del segundo, la amalgama resulta notablemente radioactiva. Hecho que no sólo lleva á pensar en los mecanismos moleculares químico-físicos, sino en el paralelismo, ó en la analogía real, que puede suponer la siguiente comparación:

De la magma sólida Radio-Helio - acaso otros elementos, separado el Nitrógeno, se desprenden partículas merced á la parte más volátil de la misma (Helio).

Con tiempo, espacio suficiente y circunstancias adecuadas, lo gaseoso se desdoblará, llenándose de Helio el recinto si es cerrado, ó disipándose si es abierto; y quedando el Radio aposado en el fondo ó en las paredes.

Como la cantidad de Radio es extraordinariamente pequeña, pasará inadvertida, no pudiendo ser apreciado su peso.

De la magma líquida Mercurio-Estaño-acaso otros elementos, se desprenden partículas merced á la parte más volátil de la misma (Mercurio).

Con tiempo, espacio suficiente y circunstancias adecuadas, lo líquido se desdoblará, llenándose el recinto de gas Mercurio si es cerrado, ó disipándose si es abierto; y quedando el Estaño aposado en el fondo ó en las paredes.

Si la cantidad de Estaño fuese bastante pequeña pasaría inadvertida, no pudiendo ser apreciada al peso.

Resumen. — En suma, según los anteriores ejemplos é infinidad más que pudiéramos citar, el hecho de la radioactividad expontánea debe constituir la cúspide de una multitud de fenómenos susceptibles de agrupación y clasificación; total conjunto cuya característica es la variedad de efectos en la unidad de motivo originario (los mecanismos moleculares químico-físicos); casos, con frecuencia, de materia diluída en que lo común es el género del mecanismo, y donde puede haber especies.

La intraoclusión, por el Radio, del Helio y del Nitrógeno, simultánea acaso con la oclusión de ambos gases en el compuesto químico-físico, permitirá á Higgins ver las bandas del

Nitrógeno en el espectro de la luminosidad radífera; y á muchos separar ambos elementos gaseosos, con relativa facilidad, de las substancias—químicas ó minerales—radioactivas; y á Rutherford observar el fenómeno de la emanación; y á Ramsay y Soddy descubrir la pretendida disgregación del Radio, ó trasmutación del mismo en Helio.

El desprendimiento de la emanación es quizá del orden del del Oxígeno en el galleo de la Plata, aunque no matemáticamente igual; ó acaso el Nitrógeno, al liberarse, arrastra moléculas *Ra-He;* ó bien el lanzamiento de las propias partículas químico-físicas es fenómeno análogo á la evaporación. Y tal *fluido* puede ser comparado á *un gas* (por causa de sus componentes gaseosos) *pesado* (por formar parte de las moléculas el Radio); y las colisiones características del estado gaseoso, el vacío de Helio en las capacidades ordinarias, las circunstancias todas en que la emanación se halla, podrán determinar el desquiciamiento nebular de las moléculas químico-físicas; y en unos cuantos días, sin pasar de un mes, el *Ra,* polvo inapreciable á la balanza, se habrá depositado sobre las paredes de la vasija de experiencias, y ésta contendrá Helio enrarecido acusable por el espectroscopio.

Adviértase que seguimos la costumbre de hablar de los elementos radioactivos y no de sus sales, que son las que se manejan, porque unos y otras caen igualmente dentro de todos los puntos de vista en la materia.

V

Cuantos han puesto mano en la tarea de estudiar los fenómenos radioactivos, y nosotros entre ellos, han fijado su atención sobre los hechos de fosforescencia, buscando por este lado antecedentes, parentesco ó hilo de esclarecimiento que permitan llegar á la teoría de los primeros.

Para ello existe, no cabe duda, suficiente motivo; aparte de cierto conjunto de concomitancias, un detalle de valor transcendental permite dirigir la investigación por la vía común de la observación y el experimento acerca de la materia diluída

ó de las moléculas químico-físicas, que es, ó así se nos figura, lo mismo; á saber: los sulfuros de Calcio, Estroncio y Bario, preparados con la mayor pureza posible, no fosforecen; y, para que presenten tan curiosa propiedad, precisa mezclarlos con pequeñísimas cantidades de otras substancias, llamadas por ello activantes, sean compuestos de Manganeso, Bismuto ó Uranio, ó bien ácidos silícico ó arsenioso, ó ya sulfatos de los propios tres dichos metales alcalino-térreos, etc. (1).

Igual camino de estudio nos parece trazado para llegar á conocimientos positivos sobre los elementos coloidales; siendo acaso lo que más mueve el espíritu hacia tal punto de vista el mismo y principal procedimiento para obtener el Platino coloidal, el Oro coloidal, etc., consistente en hacer saltar el arco voltáico entre electrodos de estos metales en el seno del agua destilada.

Pero el examen de ambos asuntos nos apartaría del objeto del presente trabajo. Lo mismo que si entrásemos á ocuparnos en el encasillamiento de los fenómenos de alotropía, isomería, tautomería, de la estereoquímica entera, etc.; cosa que tampoco hace á nuestros propósitos de hoy.

VI

Las anteriores ideas nuestras adquieren gran trabazón teórica relacionándolas con otras de que somos fervientes partidarios; con las vertidas por el Sr. Echegaray en su original é interesantísimo ensayo de explicación de la *afinidad* y *de los fenómenos químicos* (2), mediante la intervención profunda en

(1) Recientemente hemos tenido ocasión de observar una colección de sulfuros de Calcio, de hermosa fosforescencia en varios colores, asegurándonos su autor que todos eran la especie CaS químicamente pura, sin otra diferencia que la de su preparación por distintos procedimientos. Aun cuando así fuese, lo cual puede ponerse en duda por razones de importancia, en nada dificultaría el hecho á la aplicación de la hipótesis de los *mecanismos* para explicar la fosforescencia.

(2) *Observaciones y Teorías sobre la Afinidad Química*, por Don José Echegaray.—Madrid, 1902.

la Química de las leyes de la Física, de la Termodinámica y de la Electricidad, reduciendo el problema general químico á un problema de Mecánica racional. Camino en que de hecho se está; vía por donde Gibbs dió (1) considerables pasos; pero terreno, en suma, ni explorado en conjunto desde tan alto, ni tan jalonado en multitud de direcciones concretas, como resulta después del trabajo á que nos referimos del insigne matemático español.

Obvio es que nuestro propósito, al señalar la circunstancia de que los puntos de vista del Sr. Echegaray pueden comprender también el esclarecimiento de los fenómenos radioactivos, se halla lo más distante posible, infinitamente distante, de todo conato de retoque ni ampliación de ningún género á la bien concebida obra en que labora de nuevo su Autor, defiriendo al deseo y acuerdo unánime de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid (2). Aparte que el intento, sobre desmesuradamente superior á nuestras fuerzas, sería además superfluo, como veremos en seguida, por hallarse, según nos parece, comprendido de modo bien explícito, lo que interesa á los fines del presente estudio, en las hermosas lucubraciones contenidas en las 72 grandes páginas de referencia.

Imagina el Sr. Echegaray á cada átomo rodeado de una atmósfera eterea; y descansan originariamente sus investigaciones en las tres siguientes hipótesis:

1.ª La materia atrae á la materia proporcionalmente á las masas, y según cierta ley respecto á las distancias.

2.ª El éter rechaza al éter proporcionalmente á las cantidades de éter, ó, si queremos decirlo de otro modo, á las masas etéreas; y también en función de las distancias á que están colocadas.

---

(1) *Equilibre des Systemes Chimiques*, por J. Willard Gibbs, 1876. Traducción de Le Chatelier, 1899.

(2) Agotada la edición del libro del Sr. Echegaray sin haber alcanzado la difusión requerida por trabajo de tanta entidad, la Academia, reconociendo su extraordinaria importancia, ha acordado hacer una tirada especial, rogando al Autor que se extienda sobre cuantos particulares considere oportunos para el establecimiento y desarrollo de sus teorías relativas á la afinidad.

3.ª La materia y el éter se atraen proporcionalmente á las masas respectivas, y según una cierta función de la distancia.

Los principales elementos, todos del orden matemático, geométrico y mecánico, de que el Presidente de la Real Academia de Ciencias echa mano para el desenvolvimiento de su teoría, son:

La densidad de cada átomo ó materia ponderable.

El volumen de cada átomo, y, por lo tanto, conociendo el volumen y la densidad, *la masa.*

La forma geométrica de cada átomo, de que dependerá su mayor ó menor capacidad etérea (atmósfera eterea), ó, empleando el lenguaje clásico, su capacidad eléctrica.

La atmósfera etérea de cada átomo; que será una cuando esté aislado, otra cuando esté en combinación, y aun variará en cada combinación diferente.

El conjunto de fórmulas que determinan las atracciones y repulsiones de la materia ponderable y el éter.

La distribución de la atmósfera etérea sobre la superficie de los átomos, que envuelve lo relativo á la densidad del éter en cada punto de las atmósferas.

El estado de vibración de los atomos, y el movimiento consiguiente de las atmósferas etéreas.

Las condiciones del medio ambiente constituído por el eter libre.

El Sr. Echegaray nada prejuzga sobre la naturaleza y motivo de las atracciones y repulsiones; se propone tan sólo dar á entender, y lo consigue, cómo podría sustituirse á la fuerza de afinidad, incomprensible y caprichosa, un conjunto de fuerzas físicas, tal y como en la Astronomía, en la Óptica y en la teoría de la Elasticidad se definen; ó, mejor dicho, tal como se definen en la Mecánica; y más aún y sobre todo, deja reducidos los fenómenos químicos, físicos y gravitatorios á una serie con términos dentro de cierto orden de distancias pequeñísimas — los químicos, — y dentro de otras distancias en cada caso mayores — los físicos, — y dentro de las grandes distancias en que se presentan los hechos de la atracción universal.

Serie en donde resulta emplazada, de modo natural, nues-

tra concepción de moléculas químico-físicas; porque ni creemos que es, por decirlo así, función de una sola variable—la distancia absoluta — el carácter típico de los fenómenos, ni la observación impone semejante exigencia, ni menos la suponen los razonamientos del Sr. Echegaray. Antes al contrario, lo mismo la teoría de éste que la experimentación conducen á admitir la posibilidad, y aun la realidad, de hechos físicos en que las distancias moleculares son menores que en otros de índole química. Y, aparte de ello, la ley de continuidad, el clásico *Natura saltus non facit,* no puede menos de realizarse en tan importante fase de la evolución inorgánica; y de realizarse mediante una gradación de conjunto en que quepan las agrupaciones bien definidas, y también los términos de transición; las grandes planicies surgidas en la marcha, y los caminos y senderos recorridos ó á recorrer entre cada dos altos consecutivos.

El tema, sin embargo, es importante al extremo que, dado lo difícil de disponer hoy de ejemplares de trabajo del Sr. Echegaray, consideramos útil transcribir y comentar algunos párrafos del mismo relacionados con las ideas que venimos exponiendo.

VII

Empieza la investigación matemática en que pasamos á ocuparnos desde uno de sus múltiples aspectos, examinando el caso sencillo del equilibro entre tres átomos A, A', A'', de masas ponderables M, M', M'', y de atmósferas etéreas m, m', m'': supone al A en el origen de coordenadas: considera las funciones f, f_2, f_1 de la distancia para las atracciones y repulsiones entre las unidades de masa, de masa y éter, y de éter respectivamente; y llega con fácil elegancia á representar el equilibrio del átomo A' por las dos siguientes ecuaciones:

$$\left.\begin{aligned} MM'\alpha + Mm'\beta + M'm\gamma + mm'\delta + M'M''\alpha_1 + M'm''\beta_1 + \\ M''m'\gamma_1 + m'm''\delta_1 = 0 \\ MM'\alpha' + Mm'\beta' + M'm\gamma' + mm'\delta' + M'M''\alpha'_1 + \\ M'm''\beta'_1 + M''m'\gamma'_1 + m'm''\delta'_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad (I)$$

Y análogamente el del átomo A'' por estas otras dos:

$$\left.\begin{array}{r} MM''\alpha'' + Mm''\beta'' + M''m\gamma'' + mm''\delta'' - M'M''\alpha_1 - \\ M'm''\beta_1 - M''m'\gamma_1 - m'm''\delta_1 = 0, \\ MM''\alpha''' + Mm''\beta''' + M''m\gamma''' + mm''\delta''' - M'M''\alpha'_1 - \\ M'm''\beta'_1 - M''m'\gamma'_1 - m'm''\delta'_1 = 0 \end{array}\right\} \text{(II)}$$

En las cuales α β γ y δ son funciones de las incógnitas x', y', x'' y''; y los cuatro últimos términos de las ecuaciones (II) son iguales y de signo contrario á los de las ecuaciones (I), porque las atracciones y repulsiones entre los átomos A' y A'' son recíprocas y de signo contrario.

Pudiendo las ecuaciones (I) y (II) servir para determinar las incógnitas del problema, x', y', x'', y'', es decir, las posiciones de equilibrio de los átomos A', A'' respecto al átomo A, ó sea los sistemas de equilibrio de los tres átomos, claro está que una discusión haría ver cuáles de estos sistemas eran estables y cuáles inestables.

«Más aún, añade el Sr. Echegaray: los sistemas químicos de »varios átomos en combinación, los comprendemos como los »más reducidos en dimensiones, por decirlo así. Cuando están »muy próximos los átomos, á distancias que podemos llamar »químicas, los átomos forman una combinación. Cuando los »átomos están mucho más distantes, á distancias moleculares, »por decirlo de este modo, aunque estén en equilibrio, no los »consideramos como verdaderas combinaciones químicas. Es »el caso este último de las partículas entre los sólidos, de las »gotas de agua en los líquidos, de las moléculas que cruzan ra»pidísimas con movimiento de traslación en los gases.»

«Cuando la Química realice mayores progresos se sabrá que »las distancias químicas son del orden de tales ó cuales frac»ciones de una onda luminosa determinada. Se sabrá que las »distancias físicas, es decir, moleculares, son de tal otro orden »de pequeñez; ni más ni menos que hoy se relaciona una dis»tancia planetaria con las dimensiones de nuestro globo ó de »cierto múltiplo de éstas.»

«Las ecuaciones (I) y (II) determinan, según hemos dicho, to-

»das las posiciones de equilibrio de los tres átomos que hemos »tomado como ejemplo.»

«Si existe una agrupación en que las tres distancias AA', »AA'', $A'A''$ sean del orden químico, los tres átomos podrán »combinarse químicamente, y tendríamos una verdadera com»binación.»

«En términos generales, podemos decir que si hubiera va»rias soluciones de esta clase, es que habría varios cuerpos isó»meros. Y todas las demás soluciones que resulten pertenece»rán al orden físico, es decir, á los equilibrios moleculares.»

(Continuará).

XXIII.—Sobre las curvas representativas de la fuerza electromotriz y de la intensidad de una corriente alterna. Su obtención por medio de los rayos catódicos (1).

Por J. M. de Madariaga.

Se ha visto en lo que antecede, que la inercia del sistema oscilatorio deforma en su origen, y siempre que en el fenómeno hay alguna discontinuidad, las curvas representativas de la fuerza electromotriz y de la corriente; y que, además, determina un retraso de aquellas curvas con relación á la causa agente que las produce. La adopción de un momento de inercia muy pequeño, para el móvil, la de un par director enérgico, y de un amortiguamiento adecuado son los remedios que atenúan los inconvenientes apuntados, hasta hacerlos despreciables en la práctica.

Mas es claro que si la inercia del móvil pudiera suprimirse, aquellos inconvenientes desaparecerían de un modo absoluto, y el instrumento registrador tendría las condiciones necesarias para traducir gráficamente, con rigurosa exactitud, las circunstancias del fenómeno sometido á estudio.

(1) Véanse págs. 26 y 79.

Podría, para este objeto, utilizarse la acción del campo magnético engendrado por la corriente, sobre el plano de polarización de la luz. Registrando la rotación que á éste imprimiera en cada instante la corriente, se podría tener una curva representativa de aquélla en función del tiempo: el sistema móvil sería el plano de polarización de la luz. No tengo noticia de que se haya intentado esta aplicación.

Lo que sí se ha ensayado, con éxito satisfactorio en los últimos tiempos, es la acción del campo magnético de la corriente sobre los rayos catódicos, cuya inercia, nula ó inapreciable, satisface á las condiciones de un perfecto registrador. Sabido es que estos rayos son desviados por un imán; de modo que si se producen en un tubo de la forma del representado por *T* en el esquema (fig. 3.ª), para que la mancha luminiscente se desta-

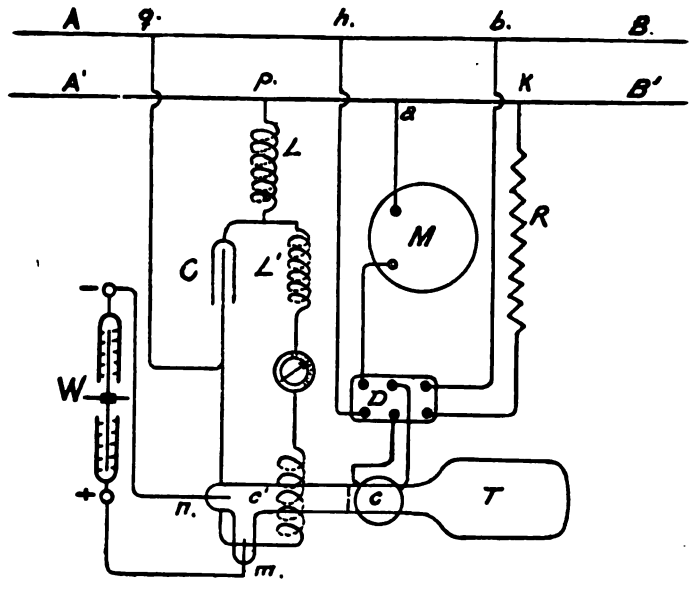


Figura 3.ª

que con claridad en el anticátodo, y se devana en la porción estrecha del tubo un carrete *c*, colocando delante de él un dia-

fragma de cristal opaco á los rayos y perforado en el centro, la mancha amarillo-verdosa aparecerá en el anticátodo como un pequeño círculo, fijo mientras por *c* no pase corriente, y su intensidad podrá aumentarse disponiendo en esta región del tubo una pantalla impregnada de una materia pulverulenta, cuya luminiscencia sea exitada por los rayos en cuestión. La mancha cambia de lugar cuando por *c* pasa una corriente, cuyo campo magnético tendrá sus líneas de fuerza normales al plano del dibujo. Si la corriente es alterna, la mancha oscila de un punto á otro del anticátodo, produciendo en él, por la persistencia de las imágenes en la retina, un banda luminosa dirigida según uno de los diámetros de aquél. Para poder deducir de ella la forma de la curva buscada, ocurre desde luego, recibir la luz emitida sobre un espejo que gire sincrónicamente con la corriente. El haz reflejado daría sobre una pantalla, ó sobre una placa fotográfica, la imagen de aquella curva, es decir, los valores de magnitudes proporcionales á la corriente en función del tiempo.

La complicación que el obtener el movimiento sincrónico del espejo representa, ha debido de ser la causa del éxito incompleto alcanzado por este medio.

En la última reunión anual del Instituto Americano de Ingenieros electricistas, celebrada en Julio de 1903, leyó el Sr. H. J. Ryan una interesante comunicación sobre este punto, en la cual dió cuenta del ingenioso procedimiento por él empleado, con buen resultado, al estudiar la conductividad atmosférica con relación á una línea aérea de transporte de energía, sometida á una diferencia de potencial de 40.000 voltios y de 120 ciclos de frecuencia (1).

El procedimiento consiste en hacer obrar sobre los rayos catódicos, además de la corriente que se quiere registrar y en ángulo recto con el campo magnético que ella produce, el engendrado por una corriente sinusoidal conocida. La mancha lumi-

---

(1) *Electrical Review*, 8 y 15 de Agosto de 1903.—El instrumento necesita, en un caso semejante, tener un aislamiento esmeradísimo.

nosa obedece entonces á la acción resultante, y su extremo recorre en el anticátodo ó pantalla criptoscópica una línea tal como la $MNPQ$ (fig. 4.ª), en la que los ejes xx' é yy' representan las direcciones de los trazos luminosos correspondientes á las dos corrientes, si obrasen por separado. El emplear una máquina especial para producir la corriente auxiliar, haría impracticable el procedimiento en la mayoría de los casos; y por esto el Sr. Ryan se vale de la misma corriente que se quiere registrar, separando de ella las armónicas de orden superior al primero que contenga, y dejándola reducida á la sinusoide fundamental. En esto estriba la originalidad del procedimiento.

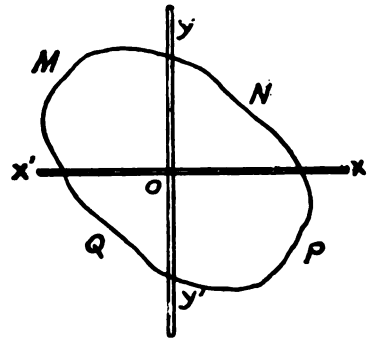


Figura 4.ª

Sean AB y $A'B'$ (fig. 3.ª), los dos conductores de la línea; T, el tubo de Crookes alimentado por la máquina electrostática de Wimhurst W, ó por un carrete de Ruhmkorff; m y n, el ánodo y el cátodo del mismo, respectivamente; M, un motor ó receptor cualquiera derivado entre a y b sobre la línea; D, el conmutador que permite establecer la comunicación de la corriente que pasa por M con el carrete c del tubo, ó la de éste con la resistencia no inductiva R, derivada entre h y k y bastante grande, para que la corriente que por ella pase sea proporcional á la diferencia de potencial entre dichos puntos. Entre p y q está derivado el carrete c' que ha de ser recorrido por la corriente sinusoidal auxiliar (1). L es una resistencia

(1) Aunque los carretes c y c' aparecen separados en el esquema, para mayor claridad, tienen realmente la misma disposición que los del aparato de demostración de los campos giratorios de G. Ferraris.

inductiva de este circuito derivado: lo es, también, L' que está en paralelo con la capacidad C, formada por un condensador de hojas de papel de estaño y de papel ordinario parafinado.

La fuerza contra-electromotriz de auto-inducción desarrollada en L por el paso de la corriente es, como se sabe, proporcional á la frecuencia: sus armónicas componentes, correspondientes á las de la corriente inductora, serán de amplitud tanto mayor cuanto lo sea su frecuencia, y, por lo mismo, se opondrán más ó menos completamente á aquéllas, y, sobre todo, á las de orden superior. La corriente general quedará, pues, en L parcialmente purificada, por así decirlo, de estas armónicas. La resistencia L' completará esta eliminación, y la capacidad C, obrando en sentido inverso, facilitará el paso hasta el circuito general, de las dichas armónicas rechazadas por L'.

Calculando convenientemente las resistencias cuadráticas (*reactances*) de L, L' y C, que deben ser grandes relativamente á las resistencias óhmicas, se pueden reducir las armónicas superiores que existan en la corriente que se registra, á un valor despreciable. Para que el circuito L', C contribuya más eficazmente á conseguir este resultado, deben tener las resistencias inductiva y de capacidad valores tales, que en este circuito se produzca la *resonancia*, es decir, que se verifique la ecuación $\omega^2 . C . L' = 1$, en la que $\omega = 2 \pi f$ ($f =$ frecuencia), y C y L' son la capacidad y el coeficiente de auto-inducción, respectivamente, de aquel circuito; porque si tal sucede, las armónicas que pasen de L y las nacidas en L' estarán en oposición completa, dificultando las últimas el acceso al carrete c' de las primeras; y, por otra parte, las engendradas en C se sumarán á las que dejó pasar L, reforzándolas y facilitando su vuelta al circuito general.

Recibiendo sobre una placa fotográfica la imagen de la curva $MNPQ$ (fig. 4.ª), y revelándola, se consigue deducir la de la corriente. Al efecto se puede trazar la sinusoide auxiliar, cuya amplitud es el vector máximo del diagrama según ox, y el período el mismo del circuito general: llevando sobre el eje ox, á partir de o, las longitudes de los senos correspondientes á distintos valores del tiempo, y levantando las ordenadas paralelas

á oy hasta su intersección con la curva cerrada del diagrama, se tendrán en ellas los valores de las de la curva buscada, correspondientes, respectivamente, á aquellos senos.

Para tener la curva de la fuerza electromotriz, se intercala en el circuito del carrete c la resistencia R, por medio del conmutador D, después de retirar de aquél el receptor M, antes atravesado por la corriente general.

Es claro que procediendo de este modo se tienen las curvas del voltaje y de la corriente, sucesivamente, y que de la curva cerrada del diagrama primitivo se puede deducir la fase de cada una, ó, lo que es lo mismo, su posición respectiva, puesto que se conoce la que tienen con relación á la sinusoide auxiliar.

Los aparatos oscilatorios ofrecen ventaja sobre el que se acaba de describir, desde este punto de vista: en el de Mr. Blondel, por ejemplo, el sistema móvil y los carretes son dobles, y esto permite registrar simultáneamente las dos curvas, sin necesidad de efectuar dos operaciones consecutivas, ni de acudir al faseómetro para medir la diferencia de fase que entre ellas exista.

XXIV.—Nota explicativa de un nuevo sistema de medida angular, dividiendo la circunferencia en seiscientas partes ó grados iguales.

Por D. Horacio Bentabol y Ureta.

Nombre y exposición del nuevo sistema.

Reconocida la ventaja y conveniencia de que la escritura, graduación de los instrumentos y cálculo para las medidas angulares, se haga bajo los mismos principios que la escritura numérica ordinaria, basada en el sistema decimal y no en otro de números complejos, como sucede en la antigua división sexagesimal, no se deduce de aquí la necesidad, ni siquiera conveniencia, de que el cuadrante de círculo haya de estar dividido en cien partes ni en mayor ó menor número de ellas. En todo caso, sería más lógico, ampliando á toda la circunferencia el principio decimal, que la circunferencia entera se dividiese en diez mil partes.

Pero ni aun este número de grados responde á ventaja alguna; pues la principal utilidad de la división (ó, mejor dicho, *subdivisión*) centesimal, no estriba precisamente en que el cuadrante se haya dividido en cien partes ó en otro número cualquiera, y la misma ventaja resultaría si fuese otro el número de partes en que se divida la circunferencia, excepto el caso de dividirla en *seiscientas* partes, por las razones que á continuación se dirán.

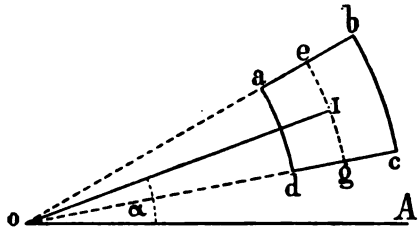
En la nueva división *sexcentesimal* que tengo el honor de proponer á los sabios, ingenieros, constructores de instrumentos topográficos, geodésicos y astronómicos, la circunferencia entera se divide en seiscientas partes iguales: el cuadrante en ciento cincuenta y el semicuadrante ó cartabón, en setenta y cinco.

Como se verá, la nueva división de la circunferencia para la

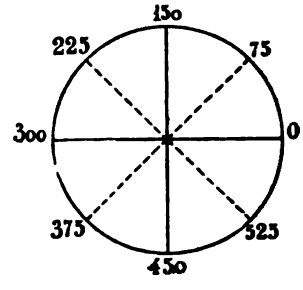
medida de los ángulos es superior á las conocidas hasta aquí, sin que su adopción tenga más inconveniente que los ineludibles á todo cambio en este orden de conocimientos.

Objeto y fundamento de la división sexcentesimal.

Observemos que la determinación de un punto I en coordenadas polares por medio de ciertos valores del radio y del ángulo, no se consigue ni puede obtenerse exactamente, sino con una cierta aproximación, ó sea con un cierto error ρ en el radio y otro ε en el ángulo, que son iguales á media unidad del último orden decimal en que se escriban.



En general no hay razón ni conveniencia para que la determinación de un punto no sea igualmente aproximada en todos sentidos; de donde se deduce, que si el radio y el ángulo se escriben en el sistema de numeración decimal, es evidente que el punto estará determinado con igual grado de precisión en el sentido del radio y en la dirección perpendicular al mismo (ó sea en el sentido de la tangente al arco), cuando la relación $\frac{\varepsilon}{\rho}$ de ambos errores sea la unidad, lo que será apreciable á simple vista en los números representativos del ángulo y del radio, siempre que las unidades, decenas, centenas, etc., en ambos, correspondan á fracciones del arco y del radio de iguales longitudes. Es decir, cuando en el trapecio curvilíneo *abcd*— formado por los radios correspondientes á ángulos que difieren de su expresión numérica en más ó menos media unidad del



último orden decimal, y dos arcos cuyos radios difieran también positiva ó negativamente en media unidad del mismo orden decimal—los grados de aproximación en el radio y en el arco sean iguales, lo que se expresa más gráficamente diciendo que $ab = \rho$ debe ser igual á $eg = \varepsilon$.

Aunque es bastante claro lo anterior, conviene, al exponer cuestiones que introducen alguna novedad en las ideas corrientes que han amoldado por muchos años las inteligencias, explicar con un ejemplo la esencia de la reforma.

Para que el grado de aproximación con que se determina un punto por medio de coordenadas polares, sea el mismo en todos sentidos, es preciso que escribiendo el radio y el ángulo con el mismo número de cifras decimales, el error cometido en la apreciación del radio sea igual al error cometido en la apreciación del ángulo. Esto es, que siendo $r = 100{,}00$ y $\alpha = 18^{\circ}45$, por ejemplo, las expresiones de ambos, las centésimas en las dos, correspondan á magnitudes iguales en el sentido del radio y del arco respectivamente.

Establecido esto y supuesto el convencimiento en los lectores de la razón y utilidad de lo expuesto, es fácil comprobar que los actuales sistemas centesimal y sexagesimal distan mucho de cumplir con esta importante condición.

Para lograr exactamente el fin propuesto, sería necesario tomar para unidad de arco uno cuyo desarrollo fuese igual á la longitud del radio; pero como tal arco resulta inconmensurable y hay otro conmensurable con la circunferencia, que difiere poco de la longitud del radio, éste es el que debe tomarse para unidad de arco.

Esta unidad de arco es la sexta parte de la circunferencia, ó sea el arco correspondiente al lado del exágono regular inscripto, cuyo lado tiene por longitud exacta la del radio, siendo la longitud del arco correspondiente poco mayor que la de aquel y dada por la expresión

$$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3} = 1{,}04719.75511.96\ldots \text{ del radio.}$$

De este modo el céntimo del radio valdrá 0,01 y el céntimo de arco (ó grado) valdrá 0,0104719...

Siendo $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$, son muchos los arcos divisores de la circunferencia que tienen expresión exacta en grados sexcentesimales. Así, los lados de los polígonos de

3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 20, 24, 25, 30, 40, 50, 60, 75, 100, 120, 150, 200, 300 y 600

lados, subtienden arcos cuyas medidas son

200, 150, 120, 100, 75, 60, 50, 40, 30, 25, 24, 20, 15, 12, 10, 8, 6, 5, 4, 3, 2 y 1

grados sexcentesimales respectivamente; y como muchos de estos lados tienen un valor directamente calculable y conocido, de aquí que haya en este sistema muchos arcos cuyo seno puede calcularse directamente con facilidad.

Basta con lo dicho para apreciar la superioridad teórica y práctica que esta división de la circunferencia tiene sobre las conocidas, por lo que seguramente es la más natural posible mientras se emplee en la numeración el sistema decimal.

Tablas trigonométricas para la división sexcentesimal.

Conocida la necesidad de tener tablas trigonométricas adaptadas al sistema de división angular en que se opera, y puesto que hoy se carece de ellas, mientras dichas tablas no estén calculadas pueden emplearse las existentes, previa la reducción de grados de uno á otro sistema por las fórmulas siguientes:

1.ª Para reducir la medida de un ángulo, escrita en el sistema *sexcentesimal* al sexagesimal antiguo, debe multiplicarse el número de grados escrito en el primer sistema por $\frac{3}{5}$.

2.ª Para la reducción inversa (sexagesimal en sexcentesi-

mal), debe multiplicarse la lectura del ángulo (reducida á grados y fracción decimal de grado) por $\frac{5}{3}$.

3.ª Para reducir un ángulo escrito en el sistema *sexcentesimal* al centesimal antiguo (400 partes), debe multiplicarse el número de grados escrito en el primer sistema por $\frac{2}{3}$.

Y 4.ª Para la reducción inversa (centesimal antiguo en sexcentesimal), debe multiplicarse la primera lectura por $\frac{3}{2}$.

La nueva división sexcentesimal presenta especiales ventajas para el cálculo de tablas de senos y cosenos, ya por las fórmulas y procedimientos conocidos, ya directamente para los ángulos en el centro correspondientes á los 22 polígonos regulares que miden un número exacto de grados en este sistema; de donde por las fórmulas que dan los senos y cosenos de los múltiplos y submúltiplos por potencias de 2, sus complementos y suplementos, se deducen los valores de dichas líneas para más de 240 arcos menores que un cuadrante, de céntimo en céntimo de grado á partir del seno de 0°01, de los cuales se consignan algunos á continuación:

$$\text{sen } 0°01 = \text{arco } 0°01 = 0{,}0001047197 \ldots$$

$$\text{sen } 15° = \frac{\text{cuerda } 30°}{2} = 0{,}1564344650 \ldots$$

$$\text{sen } 30° = \frac{\text{decágono}}{2} = 0{,}3090169943 \ldots$$

$$\text{sen } 45° = \cos 105° = 0{,}45399049973..$$

$$\text{sen } 50° = \frac{\text{exágono}}{2} = 0{,}50000000000\ldots$$

$$\text{sen } 60° = \frac{\text{pentágono}}{2} = 0{,}5877852522 \ldots$$

$$\text{sen } 75° = \frac{\text{cuadrado}}{2} = 0{,}7071067811 \ldots$$

en cuyas expresiones se observa lo poco que difieren las representaciones de los senos de los arcos correspondientes.

Los cosenos respectivos se calcularán por la fórmula conocida.

Para demostrar la facilidad que presenta la formación de tablas trigonométricas en el nuevo sistema sexcentesimal, debe tenerse en cuenta la importantísima observación de que, siendo 2700, 5000 y 7500 los números de minutos del semicuadrante, en las respectivas divisiones de las circunferencias en 360, 400 y 600 grados, son utilizables para el nuevo sistema el tercio de los valores calculados para el primero y la mitad de los conocidos en el segundo; no faltando para completar las tablas del nuevo sistema más que calcular los senos y cosenos correspondientes á los ángulos que no corresponden á números de minutos exactos en los antiguos sistemas.

O dicho más claro. Los senos y cosenos de los ángulos en la división sexcentesimal y en las antiguas son exactamente iguales para los ángulos siguientes:

(600°)	0–25–50–75–100	minutos
(360°)	0– 9–18–27–36	»
(600°)	0– 3– 6– 9–12–15–18–21–24–27–30	minutos
(400°)	0– 2– 4– 6 –8–10–12–14–16–18–20	»

De modo que, siendo utilizables 900 de los valores calculados para el semicuadrante en la división sexagesimal y 2500 de los conocidos en la centesimal antigua, sólo hay necesidad de calcular las líneas correspondientes á 4100 ángulos de los 7500 que de minuto en minuto tiene la nueva.

Por otra parte, la división y graduación de los limbos de los instrumentos es más fácil en este sistema que en cualquier otro, como sería fácil demostrar haciendo referencia al mecanismo, construcción y manipulación de las máquinas de dividir círculos.

7 Mayo 1901.

XXV.—Teoremas deducidos de la identidad de Vandermonde.

Por Augusto Krahe.

El ilustre geómetra Bellavitis enunció el siguiente teorema: «Toda propiedad de puntos de una recta, da un teorema relativo á los puntos de un plano por el sólo cambio de las ecuaciones en equipolencias» (1).

El Sr. Laisant, en uno de sus más brillantes escritos pedagógicos, después de recordar que existen nociones interesantes cuyo estudio convendría introducir desde luego en la enseñanza, volviendo sobre ellas cuantas veces sea necesario á medida que los conocimientos adquiridos sean más extensos, encarece la utilidad de evidenciar desde los primeros estudios matemáticos lo que la generalidad de los alumnos no suele observar; esto es: «Toda identidad algebráica entre cantidades positivas ó negativas es la traducción de una propiedad de puntos en línea recta» (2).

A mi juicio, en toda identidad se encuentran almacenados multitud de teoremas relativos á las diversas ramas matemáticas, verdades al parecer muy distanciadas, cuyo origen común no se reconoce á primera vista, pero que la identidad madre manifiesta, y de la cual se deducirán sin dificultad, según la diferente interpretación que el matemático dé á las cantidades que en ella intervengan.

En apoyo de mi afirmación citaré las conocidas igualdades

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \ldots\ldots 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_n \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ \alpha_1^{n-1} & \alpha_2^{n-1} \ldots \alpha_n^{n-1} \end{vmatrix} = \begin{cases} (\alpha_2 - \alpha_1)(\alpha_3 - \alpha_1) \ldots\ldots\ldots\ldots (\alpha_n - \alpha_1) \\ (\alpha_3 - \alpha_2)(\alpha_4 - \alpha_2) \ldots (\alpha_n - \alpha_2) \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ (\alpha_n - \alpha_{n-1}). \end{cases} \qquad (I)$$

(1) Bellavitis, *Exposition de la méthode des equipollences*, traducción francesa de Laisant, pág. 21.

(2) C. A. Laisant, *La Mathématique—Philosophie—Enseignement*, pág. 223.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \ldots\ldots 1 \\ \alpha_1 & \alpha_2 \ldots\ldots \alpha_n \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \\ \alpha_1^{n-2} & \alpha_2^{n-2} \ldots \alpha_n^{n-2} \\ \alpha_1^p & \alpha_2^p \ldots\ldots \alpha_n^p \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(II)}$$

En la (II) p es un entero inferior á $n - 1$.

En otro lugar (1) he demostrado que, suponiendo que las α sean términos de una progresión aritmética, se deducen inmediatamente de (I) y (II) las fórmulas

$$\underline{|n} = n^n - n(n-1)^n + \frac{n(n-1)}{\underline{|2}}(n-2)^n - \ldots$$

$$0 = n^p - n(n-1)^p + \frac{n(n-1)}{\underline{|2}}(n-2)^p - \ldots$$

Un teorema acerca del producto de cuerdas en la división del círculo en m partes iguales (2) lo he obtenido de la igualdad (I), suponiendo á las cantidades α raíces de la ecuación binomia

$$Z^m = 1$$

Voy á dar ahora, variando la interpretación para las α, una demostración que juzgo nueva de los teoremas generales de Chasles sobre relaciones entre distancias en un sistema de puntos en línea recta y otro punto exterior (3).

Para ello empezaré estableciendo el siguiente teorema sobre determinantes de la forma escrita en los primeros miembros de (I) y (II): Un determinante de una de aquellas formas, en el cual $\alpha_i = a_i + b\sqrt{-1}$, no se altera cuando se substituyen los elementos de una horizontal, afectados de exponente par, por sus módulos.

---

(1) Gaceta de Matemáticas elementales, *Estudio de una identidad de Euler*, por A. Krahe, 1904, págs. 5 á 7.

(2) Véase el núm. 2, págs. 123 á 127 de esta publicación.

(3) Chasles: *Traité de Géométrie supérieure*, 2.ª edición, página 218.

En efecto: siendo $(a_i^2 + b^2)^{\frac{k}{2}}$, el módulo de α_i^k (k es par) se tendrá

$$(a_i^2 + b^2)^{\frac{k}{2}} = (a_i + b\sqrt{-1})^{\frac{k}{2}}(a_i - b\sqrt{-1})^{\frac{k}{2}} =$$

$$\alpha_i^{\frac{k}{2}}(\alpha_i - 2b\sqrt{-1})^{\frac{k}{2}} = (\alpha_i^2 - 2\alpha_i b\sqrt{-1})^{\frac{k}{2}} =$$

$$\alpha_i^k - kb\sqrt{-1}\,.\,\alpha_i^{k-1} - \frac{k(k-2)}{2}b^2\alpha_i^{k-2}\ldots$$

Este último desarrollo nos indica que si á los elementos de la horizontal de exponente k se le suman algebráicamente los productos de los elementos homólogos de horizontales anteriores por cantidades determinadas (las mismas para cada horizontal), obtendremos los respectivos módulos. Como ya se sabe que estas transformaciones de líneas no cambian el determinante, el teorema quedará demostrado.

Para probar los teoremas de Chasles, supongamos un sistema de n puntos, A_1, A_2, ... A_n, en línea recta; n es impar, y O un punto exterior á dicha recta. Escojamos dos ejes, OX y OY, paralelo el primero y perpendicular el segundo á la recta $A_1 A_n$. Consideraremos á los puntos A como afijos de cantidades complejas con la misma parte imaginaria; es decir, que A_i es el afijo de $\alpha_i = a_i + b\sqrt{-1}$. Llamo b la distancia del punto O á la recta $A_1 A_n$.

Observaremos que $\alpha_q - \alpha_p$ es el segmento $\overline{A_p A_q}$.

Substituyamos en la igualdad (I) los elementos de la última horizontal de la matriz por sus módulos, lo cual sabemos ya que puede hacerse por ser $n - 1$ número par; desarrollando por los elementos de la última horizontal, tendremos:

$$(-1)^{n+i}\overline{OA_i}^{n-1}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ \alpha_1 & \alpha_{i-1} & \alpha_{i+1} & \alpha_n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \alpha_1^{n-2} & \alpha_{i-1}^{n-2} & \alpha_{i+1}^{n-2} & \alpha_n^{n-2} \end{vmatrix} = \begin{cases} \overline{A_1A_2}.\overline{A_1A_3}\ldots\ldots\overline{A_1A_n} \times \\ \overline{A_2A_3}.\overline{A_2A_4}\ldots\overline{A_2A_n} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \overline{A_{n-1}A_n} \end{cases}$$

Expresando los complementos en función de las diferencias,

y dividiendo los dos miembros de la igualdad anterior por su segundo miembro, tendremos el primer teorema de Chasles expresado por la igualdad

$$\frac{\overline{OA_1}^{n-1}}{\overline{A_1A_2}\,.\,\overline{A_1A_3}\cdots\overline{A_1A_n}}+\frac{\overline{OA_2}^{n-1}}{\overline{A_2A_1}\,.\,\overline{A_2A_3}\cdots\overline{A_2A_n}}+\cdots=1.$$

Para $n=3$ tendremos la relación de Stewart.

Respecto al segundo teorema general de Chasles, no habrá más que suponer que p sea un número par inferior á $n-1$, y repetir en la igualdad (II) la demostración dada para el primer teorema. Llegaremos así á la fórmula

$$\frac{\overline{OA_1}^{p}}{\overline{A_1A_2}\,.\,\overline{A_1A_3}\cdots\overline{A_1A_n}}+\frac{\overline{OA_2}^{p}}{\overline{A_2A_1}\,.\,\overline{A_2A_3}\cdots\overline{A_2A_n}}+\cdots=0.$$

Otros teoremas de Chasles, referentes á las distancias entre puntos de una recta sin que intervenga ningún punto exterior á la misma, han sido estudiados por algún matemático por medio de los determinantes (1).

Si doy una nueva interpretación á las cantidades α, suponiendo, por ejemplo,

$$\alpha_i=(x-a_i)^2+(y-b_i)^2-r^2$$

obtengo un nuevo teorema que no encuentro mencionado en las obras especiales que he consultado. Este teorema da una relación entre las distancias de los centros en un sistema de círculos situados en un plano, las potencias de un punto cualquiera del plano con respecto á los círculos, y las distancias del mismo punto á los ejes radicales. Me limitaré á un sistema de tres círculos. El teorema puede demostrarse también en el caso de un sistema de esferas.

Recordaremos que si $\alpha_1-\alpha_2=0$ es la ecuación del eje radical de los círculos $\alpha_1=0$ y $\alpha_2=0$, la diferencia $\alpha_1-\alpha_2$ es

(1) V. Retali: *Una applicazione geometrica dei determinanti.* Le Matematiche pure ed applicate, 1901, pág. 14.

el producto de la distancia de un punto del plano al eje radical de ambos círculos por la distancia de sus centros, y que α_i es la potencia de cualquier punto del plano respecto á $\alpha_i = 0$.

La igualdad (II) para $n = 3$ y $p = 1$ nos daría

$$\alpha_1 (\alpha_3 - \alpha_2) - \alpha_2 (\alpha_3 - \alpha_1) + \alpha_3 (\alpha_2 - \alpha_1) = 0$$

que expresa que, si se elige cualquier punto del plano, el producto de su potencia con respecto á uno de los tres círculos dados por la distancia del mismo punto al eje radical de los otros dos y por la recta de los centros de esos dos, es igual á la suma análoga de los productos para los otros dos círculos.

Uno análogo en cierto modo al de Stewart se deduciría para un sistema de tres círculos de la identidad (I):

$$\alpha_1^2(\alpha_3-\alpha_2)-\alpha_2^2(\alpha_3-\alpha_1)+\alpha_3^2(\alpha_2-\alpha_1)=(\alpha_2-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_1)(\alpha_3-\alpha_2)$$

El lector podrá deducir tantos teoremas como guste, siempre que α tenga significado geométrico y lo tengan también las diferencias.

XXVI.— La obra científica de Seki y sus discípulos.

Por D. Ventura Reyes Prósper.

Hace bastantes años que leí en un discurso pronunciado en Berlín por el Doctor Emilio Lampe, editor de la excelente Revista *Jahrbuch ueber die Fortschritte der Mathematik*, los progresos cada día mayores de la enseñanza de las Matemáticas en el Japón. En especial llamó mi atención la noticia de que allí se publicaban periódicos científicos muy notables, escritos en inglés en su mayor parte; y como supiese también con posterioridad la favorable acogida en la referida nación de una edición inglesa de las obras de Lobachefski (1), la curiosidad mía excitada, no paró hasta entablar relación con un miembro

(1) Así debemos pronunciar los españoles este nombre ruso.

de la Imperial Universidad de Tokyo, el Doctor Dairoku Kikuchi, que, amable y cortés, me ha remitido desde entonces una serie de periódicos japoneses notabilísima, con trabajos en inglés y alemán, acerca de puntos de investigación referentes á Física y Matemáticas. Mas lo que hizo pasar mi extrañeza á un asombro grande, fué el averiguar que, antes de la introducción allí de nuestras Matemáticas, poseían una antigua escuela japonesa que, desenvuelta con independencia de todo influjo occidental, llegó á un grado tal de desarrollo, que es muy superior al que estas ciencias alcanzaron en la India, Persia, Egipto y todos los otros países del Oriente.

La dificultad más terrible para apreciar estos trabajos, está precisamente en las intricadas y repulsivas notaciones con que están escritos, y en la lengua en que están expuestos, lo que hace que sólo á algunos japoneses de talento é instrucción se deba el haber hecho accesibles á los europeos los tesoros de su antigua escuela.

Hoy se han reunido ya en la Biblioteca pública de la Universidad de Tokyo más de 2.000 volúmenes manucritos de los viejos matemáticos japoneses, y es probable que con constancia se puedan reunir más, lo que ha permitido á Ends, el último superviviente de tal grupo, hacer una historia completa de las Matemáticas en el extremo Oriente, historia que no le ha costado menos de diez y seis años de ímprobos trabajos para llevarla á cabo. Por desgracia la obra de Ends, aunque publicada en inglés, sigue notaciones inabordables para los europeos y aun para el resto de los sabios japoneses, fieles discípulos de las Universidades de Inglaterra ó Alemania, razón por la cual se ha difundido muy poco. No ha sido así con las notas publicadas por Fujisawa y por Dairoku, que, repletos de la ciencia europea, han traducido lenguaje y notaciones con aplauso de los aficionados á estudios históricos, y digo históricos, porque ya cesó el florecimiento de las escuelas antiguas de Tokyo, y porque, por otra parte, nada nuevo enseñan á los hombres de Occidente las investigaciones de aquellos geómetras que, ingeniosos y perspicaces, sólo llegaron á adivinar parte de lo que en Europa se hacía.

La historia de las matemáticas en el Japón abarca dos períodos bien definidos, el primero de los cuales llega hasta el siglo XVI, en que Seki fundó su célebre escuela, creando de un golpe varias teorías, las que reservaba entre sus discípulos secretamente, y colocándose á una altura colosal con respecto á las matemáticas de la China, nación cuya influencia en la educación japonesa había sido hasta entonces decisiva, aseguró su fama.

Seki era contemporáneo de Newton y de Leibniz, pues nació en el mismo año que el primero de los sabios citados, y á él se debe la notable preponderancia de las matemáticas en la enseñanza de su país.

Las tareas científicas de Seki se refieren en especial á las materias siguientes:

a) Teoremas de la teoría de los números.

b) Álgebra elemental.

c) Muy probablemente teoría de los determinantes y de sus aplicaciones á la resolución de los sistemas de ecuaciones.

d) Posiblemente, según vehementes indicios, resolución de las ecuaciones binomias.

e) Geometría elemental, plana y del espacio.

f) Teoría algébrica de máximos y mínimos.

g) Trigonometría plana.

h) Geometría analítica.

i) Ideas de límites y de cocientes diferenciales.

j) Métodos de integración por series.

k) El llamado principio del círculo, aplicado primeramente á la rectificación y cuadratura aproximadas de la circunferencia y del círculo, y después extendido á otras curvas y superficies. Este método prueba que conocía Seki la fórmula del binomio de Newton aplicada al caso de cualquier valor del exponente.

Como se ve, nada hay de común entre el cuadro que se acaba de bosquejar y el pobre y mezquino desarrollo de las matemáticas en China.

La obra de Seki se perpetuó entre sus numerosos discípulos, conservada en secreto como Pitágoras acostumbraba en otro tiempo á hacer.

Pero no se crea que Seki es el único matemático notable de la escuela por él hecha nacer. Nada de eso es exacto; y para dar sólo una idea de los más distinguidos entre sus secuaces, voy á citar á dos: Yashusima y Wada.

Yashusima vivió en la última mitad del siglo XVIII, y compuso un tratado completo de Trigonometría esférica y un método para la resolución numérica de las ecuaciones. Además se le debe un método de doble integración. Por desgracia, hay que decir de él que no tenía una idea justa de la importancia de la convergencia en las series.

Wada floreció al comienzo del siglo XIX, y en la primera mitad de él publicó sus descubrimientos. Sobre todo, se le debe el cálculo de tablas con los valores numéricos de los coeficientes de gran número de series infinitas empleadas en la rectificación, cuadratura y cubatura, como asimismo el estudio de la cicloide, la catenaria y otras curvas. Sus discípulos se ocuparon de la determinación de los centros de gravedad, cuadrados mágicos y problemas geométricos de tangencia.

Y aquí acaba la antigua escuela matemática del Japón, de que sólo Ends es hoy el último representante é historiógrafo. La introducción de libros científicos holandeses hecha á mediados del siglo XIX señala la ruina de la vieja enseñanza, á pesar de que, sin duda, las dificultades de los japoneses para leer libros escritos en otra lengua y con otras notaciones debió de ser enorme. El éxito de las tablas logarítmicas holandesas fué grande, y, sin embargo, es verosímil que los fundamentos de la teoría de los logaritmos fuesen ya conocidos en el Imperio del sol naciente. Hoy es nota ésta de actualidad triste, porque la guerra aleja á dos pueblos, y el mundo, que no conserva con frecuencia el nombre de los artistas que llenaron de maravillas sus ciudades, ni el de sus más esclarecidos bienhechores, recuerda siempre el de los generales victoriosos.

Si mi nota agrada, me propongo demostrar con ejemplos que no es la fantasía la que ha movido mi pluma al escribir estos renglones.

Mayo 30, 1904.

XXVII.—Consecuencias que pueden deducirse de la coexistencia de dos campos de fuerza en los hilos recorridos por corrientes continuas.

Por Demetrio Espurz.

(Primera nota).

Sabido es que en toda corriente continua establecida en un alambre homogéneo existe, escalonado á su largo, de un modo regular, un sistema de superficies equipotenciales, normales á la dirección de la corriente, las cuales son acusadas perfectamente por los electrómetros sensibles; y que, por consiguiente, existe también por ese solo hecho un sistema de líneas de fuerza que corren por el interior del alambre en el sentido de la corriente misma, y son paralelas al eje del hilo en sus diversos elementos.

La presencia de estas líneas de fuerza bastaría para explicar que las masas hipotéticas de electricidad se precipitasen, recorriéndolas, y constituyesen una especie de cascada eléctrica continua, analoga á las cascadas ordinarias de agua.

Pensamos que semejante analogía entre el flujo eléctrico y el hidráulico debe ser muy grande cuando se trate de los avances lentos y trabajosos de la electricidad á lo largo de conductos de gran resistividad, tales como cilindros de substancias aisladoras, columnas de líquidos grasos, etc.

Pero, en cambio, debe ser mucho menor, aunque haya todavía parecido con el régimen interior de las venas líquidas de gran rapidez, cuando el flujo eléctrico se establece á lo largo de hilos buenos ó regularmente conductores de la electricidad.

En estos últimos casos aparece bien de manifiesto otro sistema de superficies equipotenciales, con el correspondiente de líneas de fuerza; sistemas que deben existir á la vez que los

dos anteriores, y que con ellos concurren indudablemente al verdadero régimen de las corrientes continuas que habitualmente consideramos.

El segundo sistema de superficies equipotenciales sabido es que consiste, cuando se trata de corrientes rectilíneas de suficiente longitud, en un haz de planos que se cortan en el eje del hilo, distribuídos con regularidad—si se quiere en número indefinido—y entre los cuales saltan normalmente las líneas de fuerza á esas superficies correspondientes, formando á manera de sortijas concéntricas que deben voltear alrededor de la corriente como eje y lugar de sus centros; líneas que circularían en sentido contrario del en que giran las agujas del reloj, para todo observador que pudiese percibirlas y á quien la corriente penetrase por los ojos.

A primera vista parece que estos dos últimos sistemas ninguna relación tienen con el régimen de la corriente, porque nos habituamos á considerarlos como parte externa de la misma; pero es fácil convencerse de que deben ser no menos esenciales que los dos primeros para determinar dicho régimen. En efecto, del estudió de las líneas de fuerza anulares se dedujeron las importantísimas leyes que encierra la siguiente expresión:

$$f = k \frac{i}{r}$$

siendo f la intensidad de las líneas de fuerza, i la de la corriente, y r el radio de la sortija considerada.

Pero ocurre preguntar: ¿existen estas líneas de fuerza de un modo real en el seno mismo de la corriente continua, circunscrita y limitada ésta por la superficie del alambre, tal como nos hemos habituado á considerarla? O dicho en otros términos: ¿existen dichas líneas dentro de la masa misma del alambre? En la fórmula anterior la distancia r se cuenta desde el eje del hilo hasta la sortija que se considera, y no se ve la imposibilidad de que r sea menor que el radio del hilo; por otra parte, si atendemos al modo de establecerse y desaparecer el campo externo de la corriente cuando ésta nace ó muere, no podemos apartar de nosotros la idea de que estas líneas surgen de la masa

del hilo al nacer, y penetran en él al morir. Es, pues, sumamente racional pensar que dichas sortijas se puedan invocar dentro de la masa del alambre, ciñendo siempre su eje; y que, además, deben ser las más vigorosamente constituídas, ya que para ellas puede ser r muy pequeño.

No menos importante que la pregunta anterior es esta otra: dado que realmente las líneas de fuerza circulares existan en el seno de la corriente, ¿ejercerán ó no influencia sobre el movimiento de las masas eléctricas? Para contestarla basta que nos fijemos en si dichas líneas de fuerza ejercen ó no acciones sobre otras corrientes; y nos salen al paso inmediatamente las llamadas acciones electromagnéticas elementales, reguladas por la fórmula de Laplace,

$$f = \frac{\mu i . ds}{r^2} \operatorname{sen} \alpha,$$

ó si se quiere por esta otra

$$f = Cids \operatorname{sen} \alpha,$$

designando por $\frac{\mu}{r^2}$ ó C el valor del campo en el punto en donde se supone colocado el elemento ds de la corriente de intensidad i; campo cuya orientación forma el ángulo α con la del elemento ds.

Es indudable, pues, que estas líneas de fuerza á que se ha llamado electromagnéticas, deben actuar sobre las masas eléctricas tendiendo á desviarlas en sentido normal á la corriente (según lo pide la ley de Laplace), y hacia la derecha del observador de Ampère que la personifique, y á quien dichas líneas de fuerza circulares penetren por los ojos.

Como consecuencia inmediata de tal acción, las masas hipotéticas de electricidad deben tender ellas mismas á distribuirse en forma de sortijas dentro del hilo, en vez de aceptar la forma de filetes paralelos al eje, que en el caso del régimen lento creemos que deben llevar.

Ahora bien, ¿cuál es la forma definitiva que habrá de tener la trayectoria de la electricidad, ó del agente que haga sus veces, cuando estemos en presencia de una corriente continua en un alambre ordinario? Indudablemente que será la forma helizoidal, y por consiguiente lo lógico es que la corriente esté constituída por un fluido que realice movimiento de tirabuzón, ó bien sea torbellino.

Esta forma de movimiento es la que Reynolds, ilustre físico de la Universidad de Dublin, ha visto que tienen las partículas líquidas en las venas rápidas; observando á la vez que el movimiento de las mismas en las venas de escape lento se verifica según trayectorias que conservan la dirección del eje de la vena, marchando los filetes líquidos unos junto á otros sin retorcerse (1). A ese físico se debe la distinción entre el régimen lento y el régimen rápido de los movimientos de los fluidos encauzados, es decir, sin torbellinos ó con ellos, respectivamente.

Hubiéramos podido partir de los trabajos tan sencillos como instructivos del profesor de Dublin, para imaginar con cuánta razón las corrientes eléctricas en los alambres ó cuerpos regularmente conductores deben aceptar la forma de torbellino, mejor que la de trayectorias rectilíneas y paralelas.

Según, pues, el hecho, al parecer indudable, de que coexistan los dos campos de fuerza antes mencionados en el seno mismo de las corrientes, y en el supuesto de que existiesen verdaderamente las masas eléctricas como ente especial, cosa que cada día parece más improbable, dichas masas serían gobernadas y

---

(1) Cuando se da salida al agua contenida en un depósito por un tubo horizontal de cristal de 30^{cm} de longitud y $0^{cm},25$ de diámetro, que arranca cerca del fondo, tubo en el que se puede inyectar lateralmente con una jeringuilla un líquido coloreado, vió Reynolds que con cargas hidráulicas moderadas (hasta 1/3 de metro próximamente) el líquido coloreado corría formando un filetillo rectilíneo, el cual se retuerce en forma de tirabuzón cuando las cargas llegan ó pasan de un metro. En el tránsito de un régimen al otro se nota un sobresalto de la vena, que es tranquila en el régimen lento y turbia en el rápido.

conducidas á la vez por las líneas resultantes de las de ambos campos.

Y puestas así las cosas, y siempre dada la existencia del fluido eléctrico, dócil á la acción de ambos campos, resultaría cosa la más natural que al voltear la electricidad en el alambre, por la acción del sistema de sortijas, las masas eléctricas avanzasen en el hilo haciendo tornillo de izquierda á derecha pasando por encima; es decir, que la regla del tirabuzón de Maxwell sirviera en este supuesto, no sólo para representar, según sus ideas, la forma y sentido del movimiento en torbellino en que debe consistir toda línea de fuerza, sino también la corriente misma.

Hay, pues, valiosas razones, á nuestro entender, para admitir que la corriente eléctrica en los circuítos de buena ó regular conductibilidad, consiste en un movimiento rapidísimo de traslación que coexiste con otro de rotación de izquierda á derecha pasando por encima, si se supone un observador cabalgando en la corriente y mirando en el sentido en que se propaga.

XXVIII.—Residuos minerales.

Por S. Calderón.

Con este nombre designamos aquellos productos que quedan intactos después de la completa alteración de los minerales ó las rocas, cuando los demás compuestos químicos fueron eliminados en totalidad ó en parte, ó quedaron sustituídos por otros. Los que aparecen rellenando las cavidades ó grietas de las rocas á cuya transformación deben su origen, suelen calificarse de secreciones, sin distinguir éstas de los meros residuos; y sin embargo, para llegar algún día á la clasificación genética de los minerales, tan deseada por muchos geólogos, es, sin duda, esencial la distinción.

Existen bastantes datos dispersos sobre la cuestión apuntada en obras y monografías geológicas y mineralógicas; pero la doctrina completa de los residuos está, sin duda, por hacer todavía, y es asunto que hemos tenido el propósito de abordar, emprendiendo para ello una serie de notas preliminares y de pequeñas investigaciones, que ocupaciones más urgentes nos han forzado á interrumpir. Nuestro objeto por ahora se limita á presentar el cuestionario que á nuestro entender abarca el problema, y quizás pueda sugerir nuevas relaciones á las personas más competentes que nosotros en la ciencia de los dinamismos del globo.

Son los residuos minerales, en general, materias insolubles en las condiciones naturales ordinarias; con frecuencia porosas ó cavernosas, y que estuvieron formando parte de minerales anteriores en el mismo estado ó en otro distinto del que aparecen. A veces se hallaban en cantidades pequeñísimas; pero su lenta acumulación ha dado por resultado depósitos que pueden ser hasta considerables, como sucede en el bien conocido limo de las cavernas. No es lo mismo residuo que precipitado: este último se origina en la mayoría de los casos por la acción de las aguas que traen materias de las profundidades, las cuales

se posan en mayor ó menor parte al encontrarse en las condiciones del medio superficial ó al verificarse soluciones complejas, según han demostrado los trabajos de Bodlander; semejantes precipitados pueden entrar pronto por la acción de los agentes ordinarios, señaladamente por la de los organismos vivos, y en particular los restos vegetales, á formar especies minerales nuevas.

Para fijar las ideas, vamos á citar algunos ejemplos de verdaderos residuos. El oro, el platino y los otros metales raros que con ellos se asocian, son el resto insoluble de masas, en las que en estado de combinaciones y muy tenuemente difundidos, se hallaron en otro tiempo. Por lo que respecta al oro, en otro trabajo hemos examinado su proceso genético, que explica la pluralidad de formas tópicas con que aparece (1). La llamada pirolusita, que no corresponde en realidad á ninguna especie mineral definida, no es otra cosa que un resto esquelético de diferentes combinaciones naturales de manganeso; esto da cuenta, por una parte, de su estructura y falta de conformación cristalina, y de otra, de su difusión extraordinaria, ora como elemento de interposición ó pigmentario, ora en estado terroso, como producto de la actividad glaciar, por ejemplo, en el diluvium de Alemania y del notable cerro de San Isidro, ora en granillos en el barro submarino, y de otras maneras. Es también un residuo la delessita, tan frecuente en las cavidades de muchas rocas básicas, que, aludiendo á su textura, suelen llamarse colectivamente espilitas, así como en los melafidos. Entre las arcillas, las de sedimento mecánico y el caolín (2), resultan, como es sabido, de la acción del agua carbónica sobre la ortosa, con eliminación por este líquido de los productos distintos de aquellas, es decir, una verdadera lixiviación, y de aquí la porosidad de los cristales seudomórficos, que se presentan muchas veces recordando los feldespatos originarios. No son tampoco más

---

(1) *La Sierra de Peñaflor y sus yacimientos auríferos.*—Anal. Soc. Esp. de Hist. nat., t. XV, 1866.

(2) Calderón: *Clasificación geológica de las arcillas y su papel en el globo.*—Anal. Soc. Esp. de Hist. nat., t. XXII, 1893.

que el resto inatacable de los basaltos las llamadas wackas, silicatos alumínicos hidratados, que han permanecido después de haberse cambiado y eliminado en forma de ceolitas y carbonatos los demás elementos de la roca; en la palagonita, estos coexisten con el elemento arcilloso. La serpentina, el talco, la esteatita, son otros tantos supervivientes inalterables de la descomposición superficial ó externa de otros silicatos, así como la halloisita lo es de las profundidades; á ella debe referirse también la materia jabonosa que aportan los manantiales.

Sin multiplicar más los ejemplos, se ve por los expuestos que los residuos ó despojos insolubles ó pocos solubles permanecen en el sitio donde se originaron ó son arrastrados más tarde, al contrario que los fácilmente transportados por el agua. Sucede á veces en las mezclas que la alteración alcanza á uno sólo ó á algunos de los minerales, al paso que en los restantes no se reconoce modificación apreciable. Notaremos, además, que los residuos, al modo de las secreciones, pueden hallarse con idénticos caracteres en las rocas básicas que en los gneis y en las pizarras cristalinas, constituyendo venas, y asimismo en las calizas y otros depósitos sedimentarios; son producidos en ocasiones por las aguas termales, y aparecen, en fin, los mismos y con igual textura, en el fango submarino.

Cuando coexisten ó alternan los procesos de secreción y eliminación de residuos, dan lugar á productos que participan de ambos, como es el caso en muchos cuarzos teñidos de sales de cobre, de hierro ó de manganeso, en la asociación de cuarzo, ceolitas y prehenita con metales nativos, como el cobre, y á veces la plata en el Lago Superior, Nueva Escocia, en el cobre de los amigdaloides calizos del Obern See en la América del Norte y de Canfranc, en nuestra Península; en el bismuto con el jaspe de Sajonia, etc. El cuarzo cristalino y criptocristalino en estado de cristal de roca, amatista, ágata, calcedonia y variedades de jaspe, fué evidentemente segregado cuando está asociado á ceolitas, prehenitas ó pectolitas, por ejemplo (1).

---

(1) Sterry Hunt: *Mineral Physiology and Physiographie,* New York, 1891, p. 138.

Repútanse del mismo génesis los óxidos magnetita y hematites de las rocas de aspecto ceolítico de Nueva Escocia, que forman venas y amigdaloides, y donde la magnetita aparece además en cavidades con cuarzo y calcita; pero es probable sean en realidad de doble origen.

Pueden los residuos entrar en nuevas combinaciones, tanto con los cuerpos aportados por las aguas de infiltración, como con los productos secretorios en cuyo contacto se encuentren (1). Reacciones entre elementos de materias relativamente insolubles en el agua, determinan, no sólo la conversión de cuerpos amorfos en cristalinos, sino la descomposición de antiguas combinaciones, y asimismo la unión de materias heterogéneas mezcladas para producir nuevas especies minerales: estas evoluciones han sido ya estudiadas por Gümbel bajo el nombre de *diagénesis*.

Los procesos que hacen entrar en una nueva vida á los residuos, pueden ser en parte químicos y en parte mecánicos. En ocasiones, aquéllos funcionan como núcleos de formación ó consolidación, y así un agregado clástico se trueca en otro cristalino. Sterry Hunt (2) y luego Sorby (3), han llamado la atención

---

(1) Tratándose del cuarzo teñido de verde por sales de cobre, hemos podido seguir en preparaciones de ejemplares procedentes de Río Tinto una serie de tránsitos entre el cuarzo meramente impregnado y la verdadera crisocola.

Quizás ocurra otro tanto en la rodonita, tanto típica como ferrífera, de la cual es inseparable el llamado *Mangankiesel* por los alemanes, y la hermannita, que son verdaderas mezclas de cuarzo en masa con dialogita. La hermannita se había considerado hasta muy modernamente como un anfibol manganesífero, no siendo en realidad sino un residuo, en la acepción que damos á esta palabra.

Recientemente H. Lienau *(Chemiker Zeit.,* 1903, XXVII, pág. 15) ha descrito con el nombre de *huelvita* una mezcla de dialogita y rodonita que se halla en la provincia de Huelva, la cual, como otras análogas, y la misma *varvicita* (mezcla de pirolusita y manganita bajo la forma de calcita), no son probablemente más que agregados de una especie mineral y un residuo.

(2) Report of Smithsonian Institution, 1869.

(3) Quart. Journ. Geol. Soc., XXXVI, p. 33.

hacia la tendencia que posee la materia disuelta de las rocas á cristalizar en torno de los núcleos de su misma naturaleza, más bien que sobre partículas extrañas; de este modo el cuarzo es capaz de depositarse sobre los granos clásticos de la arenisca en continuidad perfecta, como nutriendo aquellos granos, hasta convertirlos en cristales perfectos. Este proceso ha sido generalizado por Bonney (1) á la formación de muchos feldespatos, anfíboles y otras especies.

Las tierras cultivables, que son un agregado de diversos minerales finamente divididos, y entre los cuales abundan los residuos, constituyen laboratorios donde se están verificando sin tregua fenómenos de destrucción, alteración y transporte. Separándose poco á poco las partes atacables y los nuevos compuestos que las aguas arrastran ó que absorben las raíces de las plantas, van quedando en el suelo los silicatos y carbonatos menos solubles, y operándose selecciones incesantes acaba por predominar una mezcla estéril, que es el residuo mineral.

Nos parece inútil insistir en la trascendencia de las cuestiones que quedan sumariamente bosquejadas y las que con ellas relacionadas se adivinan fácilmente; desde luego, y ciñéndonos al campo de la Mineralogía, explican la pluralidad de facies con que ciertas especies se presentan, la impotencia de las reproducciones artificiales para imitar texturas que son obra de seculares cambios de los cuerpos de activos en pasivos é inversamente, las asociaciones habituales de especies muy diversas y la lenta, pero constante acumulación de los elementos muertos en las capas sedimentarias y en las tierras como resultado de una lixiviación universal.

---

(1) Quart. Journ. Geol. Soc., XXXIX, p. 19.

XXIX.—Tercer Congreso internacional de Matemáticas en Heidelberg, en Agosto de 1904.

MUY ESTIMADO SEÑOR:

Refiriéndonos á comunicaciones anteriores nos dirigimos á usted para suplicarle envíe desde el 1.° al 15 de Julio de este año al que abajo firma, Gustavo Koester, Librería académica de Heidelberg, los libros destinados para la Exposición de literatura científica matemática, que ha de verificarse en el tercer Congreso internacional de Matemáticas de Heidelberg, acompañando factura por duplicado con los precios de venta y netos.

Nos permitimos volver á advertirle que el envío ha de hacerse franco á Heidelberg, y que la Exposición ha de limitarse á la Literatura científica matemática de los últimos diez años, reservándose los firmantes el derecho de admitir á costa de los remitentes, obras de época anterior á la consignada. Los gastos de la devolución corren de cuenta del Congreso.

Con la mayor consideración, s. a.

GUSTAV KOESTER,
Akademische Buchhandlung,
Heidelberg.

PROF. DR. A. GUTZMER,
Jena.

PROF. DR. A. KRAZER,
Karlsruhe.

PROGRAMA

(segundo proyecto)

DEL TERCER CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICAS, EN HEIDELBERG, 1904.

Lunes 8 de Agosto.

8 de la noche. Recepción de los Congresistas en el edificio de fiestas de la ciudad.

Martes 9 de Agosto.

10 de la mañana. Primera sesión general en el aula de la Universidad.

1. Apertura del Congreso. Saludo á los Congresistas.

2. Discurso del Sr. Königsberger, de Heidelberg, á la memoria de C. G. I. Jacobi.

4 de la tarde. Organización de las secciones, señalamiento del orden de los trabajos, conferencia de uno de los señores organizadores.

7 de la noche. Banquete en el edificio de fiestas de la ciudad.

Miércoles 10 de Agosto.

9 de la mañana. Sesiones de las secciones en las cátedras de la Universidad.

5 de la tarde. Apertura de las exposiciones en las salas del Museo (frente á la Universidad, en Ludwigsplatz), por los Sres. Disteli, de Strasburgo, y Gutzmer, de Jena. Conferencias y demostraciones.

Jueves 11 de Agosto.

10 de la mañana. Segunda sesión general en el aula de la Universidad.

1. Resumen de la Historia de la unión de los matemáticos alemanes, por el Sr. Gutzmer, de Jena.

2. Conferencia del Sr. Darboux, de París (tema de libre elección del interesado).

3. Conferencia del Sr. Greenhill, de Londres «The mathematical theory of the top» (considerada históricamente).

6 de la tarde. Paseo por el río Neckar é iluminación del castillo (obsequio de la ciudad de Heidelberg).

Viernes 12 de Agosto.

9 de la mañana. Sesiones de las secciones en las cátedras de la Universidad.

5 de la tarde. Conferencias y demostraciones en las exposiciones.

8 de la noche. Sarao por la noche (preparado por la unión de matemáticos alemanes).

Sábado 13 de Agosto.

9 de la mañana. Sesión de asuntos (conclución acerca de las resoluciones propuestas al Congreso; fijación de la fecha en que ha de verificarse el cuarto Congreso internacional de Matemáticas).

10 de la mañana. Tercera sesión general.

1. Conferencia del Sr. Segre, de Turín. «La geometria d'oggidi e i suoi legami coll'analisi».
2. Conferencia del Sr. Wirtinger, de Viena. «Lecturas de Riemanns sobre la progresión hipergeométrica y su significación».
3. Clausura del Congreso.

Domingo 14 de Agosto.

Excursiones á los alrededores de Heidelberg.

Toda la correspondencia sobre los asuntos del Congreso se dirigirá al Profesor Dr. A. Krazer, i. B. Westendstrasse, 57, quien facilitará principalmente todas las copias que se deseen de la presente invitación para distribuirlas entre los colegas.

XXX.—Catálogo de los moluscos testáceos de las islas Filipinas, Joló y Marianas (1).

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO

MITRIDÆ

GÉNERO **Mitra** LAMARCK.

Abbatis Chemnitz (Sowerby, *Mitra, Thes. Conch.*, fig. 226). Matnog *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Isla *Ticao (Elera).*

* **abbreviata** Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 328). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla de *Romblón.*—Naga, en la isla de *Cebú.*

* **acuminata** Sowerby (Sowerby, *Mitra*, figs. 88* y 89*). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

* **Adamsoni** Gray (Sowerby, *Mitra*, fig. 285). Isla de *Capul (Cuming).*

* **adusta** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 16 y 17). Bagac y Morón, prov. de Batasán, en la isla de *Luzón.*—Malibago, en la isla de *Marinduque.*—Mobo, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*—Isla de *Guimaras (Cuming).*—Salay en Cagayán de Misamis, isla Saguisí, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **Æthiops** Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 324). Isla de *Luzón (Cuming).*—Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Mobo, en la isla de *Masbate.*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Samar (Elera).*—Isla Balagnan, isla Jinituan, Portolin en Cagayán de Misamis, isla Tinago y Placer,

(1) Véase pág. 153.

en la isla de *Mindanao.*—Ulugán, en la isla de la *Paragua.*

albina A. Adams (Sowerby, *Mitra,* fig. 547). Batangas *(Adams),* Tayabas *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Ticao (Elera).*

albofasciata Sowerby (Sowerby, *Mitra,* fig. 300). *Filipinas (Paetel).*

* **ambigua** Swainson (Sowerby, *Mitra,* fig. 5). Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Barrio de Asán, en Agaña, en la isla de Guam *(Marianas).*

* **annulata** Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 91 á 93). *Filipinas (Sowerby).*—Isla del Corregidor y Bataán *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **anthracina** Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 337). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla *Ticao (Cuming).*

* **Arabica** A. Adams (Sowerby, *Mitra,* fig. 433). Palanóc, en la isla de *Masbate.*

* **aurantia** Gmelin (Sowerby, *Mitra,* fig. 250, 251 y 260). Ternate, en la isla de *Luzón.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Burias (Cuming).*—Isla Tinago, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Ulugán, en la isla de la *Paragua.*—Punta Balabac, en la isla *Balabac.*

Auriculoides Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 439 y 440). Isla de *Luzón (Elera).*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—(Quadras.)

avenacea Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 560). Islas *Burias, Ticao* y *Capul (Cuming).*

* **bacillum** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* fig. 312). Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

* **brumalis** Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 210-212 y 290). *Filipinas (Cuming).*

cœrulea Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 231 y 232). Islas *Ticao* y *Capul (Cuming).*

callosa Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 105). Pasacao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

* **cardinalis** Gronovius (Sowerby, *Mitra,* fig. 32). Isla de *Marinduque (Elera).*—Capiz, en la isla de *Panay.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Agat, en la isla de Guam *(Marianas).*

carnicolor Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 549). Isla de *Mindoro (Elera).*

chelonia Reeve (Reeve, *Mitra,* fig. 289). Isla de *Burias (Cuming).*

* **chrysalis** Reeve (Reeve, *Mitra,* fig. 200) Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **chrysostoma** Sowerby (Sowerby, *Mitra,* figs. 95* y 96*). Isla de *Luzón (Elera).*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

* **circulata** Kiener (Sowerby, *Mitra,* figs. 86 y 87). Isla de *Burias (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

coarctata Sowerby (Sowerby, *Mitra,* fig. 99). Isla de *Cebú.* (Quadras.)

* **conovula** Quoy *(Voy. Astrolabe, Moll.,* lám. 45 bis, figuras 18 y19, Kuster en Chemn., 2.ª edic., lám. 14, figs. 1-3, *Mitra dactylioidea;* Kiener, fig. 107, *Mitra olivæformis* non Swainson). Agat, en la isla de Guam *(Marianas).*

coriacea Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 564). Isla del Corregidor *(Cuming)* y Cavite *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **coronata** Chemnitz (Sowerby, *Mitra,* fig. 217). Manila *(Elera),* Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Ticao* y de *Bohol (Cuming).*

crassa Swainson (Sowerby, *Mitra,* fig. 66). Islas de *Samar* y de *Ticao (Elera).*

crassicostata Sowerby (Sowerby, *Mitra,* fig. 387). *Filipinas (Paetel).*

* **crenifera** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* fig. 29). Manila *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Pinamonajan, en la isla de *Cebú.*

Mitra

* **cucumerina** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 277). Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*. Isla *Lubán (Elera)*.—Isla *Lugbón*.—Isla de *Cebú*.—Sitio Tagbag, en el Sur de la isla de *Leyte*.—Isla Tinago *(Elera)*, isla Saguisí, isla Cayauan é isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **digitalis** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, fig. 207). Isla de *Mindoro*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla *Balabac (Elera)*.—Aspurguan, en la isla de Guam *(Marianas)*.

* **episcopalis** Linné (Sowerby, *Mitra*, fig. 3). Manila *(Besser)* en la isla de *Luzón*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Isla de *Cebú*.—Surigao *(Elera)* y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **fasciata** Martyn (Sowerby, fig. 46. *Mitra casta)*. Isla de *Luzón (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **ferruginea** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 15). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.

* **filosa** Born (Sowerby, *Mitra*, figs. 82 y 83). Isla de *Luzón (Elera)*.—Isla de *Masbate*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Islas *Marianas (Elera)*.

* **flammea** Quoy (Sowerby, *Mitra*, fig. 173). Islas de *Masbate* y *Guimaras (Elera)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

florida Gould (Tryon, *Man. Conch.*, 1.ª serie, IV, *Mitra*, fig. 35). *Filipinas (Gould)*.

* **fraga** Quoy (Sowerby, *Mitra*, fig. 284). Cavite y Batán *(Elera)*, Ternate, en la isla de *Luzón*.—Tabigui, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Isla Cayauan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **fulgetrum** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 179). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Burias (Cuming)*.

fulvescens Swainson (Sowerby, *Mitra*, fig. 452). *Filipinas (Sowerby)*.

Mitra

* **funerea** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 114). Pasacao, prov. Camarines Sur *(Cuming)*, Cavite *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Naro, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Cebú*.

* **gracilis** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 187). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

granata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 214). Isla de *Ticao (Cuming)*.

ignobilis Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 110). Isla *Ticao (Cuming)*.

incarnata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 551). Isla de *Mindoro* (?) *Paetel*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

* **indentata** Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 412). Calatrava, en la isla de *Tablas*.

* **interlirata** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 369). Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

læta A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1851, pág. 135). Isla de *Ticao (Cuming)*. Esta especie es probablemente la *Mitra sanguinolenta* de Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figura 160).

limata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 57). Isla de *Bohol (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

limbifera Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 261 y 262). Manila *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **litterata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 436). Bolinao, provincia de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Isla *Guimaras (Cuming)*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **lugubris** Swainson (Sowerby, *Mitra*, figs. 199 á 201). Batán *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

mæsta Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 595). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Naic y Cavite *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **minor** Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 662). Morón prov. de Batán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Laylay y Tabigui, en la isla de *Marinduque*.—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla *Lugbon*.—Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Salay en Cagayán de Misamis é

isla Jinituan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **nanus** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 434). Pinamonajan, en la isla de *Cebú*.

* **olivæformis** Swainson (Sowerby, *Mitra*, fig. 318). Isla de *Cebú*.

* **papalis** Linné (Sowerby, *Mitra*, figs. 6 y 7). Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla *Saranganí*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **paupercula** Linné (Sowerby, *Mitra*, fig. 429). Manila *(Gülich)*, Ilocos Sur *(Cuming)*, y Nasugbú, en la isla de *Luzón*.—Agcalatao y Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Mobo, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Isla Balauan y Quinuguitan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **peculiaris** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 322). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoró*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Costa de Calatrava al Salado, en la isla de *Tablas*.—Isla *Lugbón*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.

* **Pediculus** Linné (Sowerby, *Mitra*, fig. 338). Isla *Camiguing (Cuming)*.—Isla *Catanduanes*.—Isla *Lugbón*.—Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Pinamonajan y Giloctóc, en la isla de *Cebú*.—Portolin en Cagayán de Misamis, isla Balagnan y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

pellis serpentis Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 209). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Mindoro* y de *Bohol (Cuming)*.

* **Philippinarum** A. Adams (Reeve, fig. 120, *Mitra flammea* non Quoy.—Sowerby, *Mitra*, fig. 580). Cavite *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

picea Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 658). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—(Quadras.)

* **polita** Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 94). Isla de *Luzón (Cuming)*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú*

(Cuming). — Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

* **pontificalis** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* figs. 1 y 2). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Marinduque (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Aspurguan y Talafofo en Inarajan, en la isla de Guam, *Marianas.*

pretiosa Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 236). Isla de *Panay.*—(Quadras).

* **puncticulata** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* figs. 8 y 9). Isla de *Cebú.*—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao.*

Quoyi Deshayes (Quoy, *Voy. Astrolabe, Moll.,* lám. 45, figuras 16 á 18. *Mitra nigra,* non Chemnitz y Reeve). *Filipinas (Meyen* fide Martens).

* **retusa** Lamarck (Reeve, *Mitra,* fig. 199). Isla de *Luzón (Cuming).*

* **robusta** Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 341 á 343). Ternate, prov. de Cavite y Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros.*—Isla Tinago é isla Balagnan, en la isla de *Mindanao.*—Bintuan, en la isla de la *Paragua.*

rosacea Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 111). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* **rotundilirata** Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 278). Isla *Lugbón.*—Punta Balabac, en la isla *Balabac.*

* **rubiginosa** Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 167). Isla *Ticao (Cuming).*

rubritincta Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 295). Isla *Ticao (Cuming).*

* **scabriuscula** Linné (Sowerby, *Mitra,* figs. 33 á 35). Islas de *Ticao* y de *Cebú (Cuming).*

* **scutulata** Chemnitz (Sowerby, *Mitra,* fig. 430 y 431). Ilocos Norte *(Cuming)* y Tondo en Manila, en la isla de *Luzón.*—Isla *Alabat.*—Laylay y Tabigui, en la isla de *Marinduque.* — Isla *Lugbón.*—Isla de *Cebú.*—Quinuguitan en Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao.* Var. **amphorella** Lamarck (Sowerby, fig. 432). Islas de *Luzón* y de *Cebú (Cuming).*

Mitra

serpentina Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 72 y 73). Isla de *Burias (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Marianas (Elera)*.—(Museo.)

* **sphærulata** Martyn (Sowerby, *Mitra*, fig. 38). Isla *Ticao (Cuming)*.—Capiz, en la isla de *Panay*.—Isla de *Cebú*. —Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

suturata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 585). Guindulman *(Cuming)* en la isla de *Bohol*.

* **tabanula** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 280 y 281). Bagac, prov. de Batasán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán (Elera)*.—Isla Balanacan, en la isla *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Isla Balagnan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **telescopium** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 304). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

* **tessellata** Martyn (Sowerby, *Mitra*, fig. 97). Isla de *Samar (Elera)*.

* **texturata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 84). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

* **tiarella** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 215). Isla *Ticao (Adams)*. — Bolinao, provincia Zambales, en la isla de *Luzón*.

* **Ticaonica** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 252 á 254). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **tigrina** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 438; Kuster en Chemn., 2.ª edic., lám. 17 c., figs. 1 y 2. *Mitra lineata* non Swainson). Isla de *Marinduque*.

tornata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 553). Isla de *Guimaras (Cuming)*.

Tornatelloides Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 294). *Filipinas (Cuming)*.

* **turben** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 457). *Filipinas (Cuming)*.

turgida Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 458). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **typha** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 323). Isla de *Samar*

(Elera).—Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Isla de *Cebú*.

* **variegata** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 162). Sorsogón, prov. de Albay, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Islas de *Ticao* y de *Mindanao (Cuming)*.

* **versicolor** Martyn (Sowerby, *Mitra*, figs. 44 y 45). Islas de *Cebú* y *Marianas (Elera)*.

* **vexillum** Swainson (Sowerby, *Mitra*, fig. 270). Isla de *Cebú*.

* **virgata** Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 197. a) Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Islas de *Lugbón*, de *Romblón*, de *Masbate* y de *Cebú*.—Isla de *Negros (Meyer)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

vultuosa Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 557). Isla de *Capul (Cuming)*.

Williamsi Newcomb *(Amer. Journ. Conch.*, vol. V, lámina 17, fig. 5). *Filipinas* ó isla de Guam, *Marianas (Masters)*.

* **Woldemari** Kiener (Sowerby, *Mitra*, fig. 332 y 333). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Bagac, prov. de Bataán y Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Mobo, en la isla de *Masbate*.—Isla *Balabac (Elera)*.

* **Zebra** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 444 y 445). Isla de *Luzón (Cuming)*.

* **Ziervogeliana** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, fig. 326). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Cavite y Manila *(Elera)*, provincia de Zambales, en la isla de *Luzón*.

Otras especies citadas:

Mitra bicolor Swainson = **Mitra fasciata**.
— *casta* Solander = **Mitra fasciata**.
— *Chinensis* Gray. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *contracta* Swainson = **Mitra Abbatis**.
— *filaris* auct. non Linné = **Mitra filosa**.

Mitra fulva Swainson. Ticao (Elera). Especie de Taiti.
— *granatina* Lamarck=**Mitra scabriuscula.**
— *Hanleyi* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *incisa* Adams y Reeve. Manila (Elera). Especie de China.
— *Isabella* Swainson. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *jucunda* Tapparone=**Mitra tigrina.**
— *leucostoma* Swainson. Isla Marinduque (Elera). No hay figura, ni indicación de localidad de esta especie.
— *luctuosa* A. Adams. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *micans* Reeve. Tayabas (Elera). Vive en el Sur del Pacífico.
— *monacha* Sutor. Filipinas (Paetel). Especie indeterminada.
— *multisulcata* Gmelin=**Mitra aurantia.** var.
— *peregra* Reeve=**Mitra fraga.**
— *rubens* (Reeve según Paetel). Filipinas (Paetel). Especie indeterminada.
— *solida* Reeve. Samar (Elera). Especie de Australia.
— *solidula* Reeve=**Mitra Woldemari.** var.
— *spadicea* Dunker. Masbate (Elera). Especie del Sur del Océano pacífico.
— **strigilata** Sowerby. Mindoro (Elera). De localidad desconocida.

GÉNERO **Thala** H. Y A. ADAMS.

* **exilis** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 672). Isla *Ticao (Cuming)*.—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Lugar Cagbabatán en Placer, Salay en Cagayán de Misamis, Isla Cayauan, isla Jinituan é isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

mirifica Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 668). Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.

recurva Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 666). Isla de *Capul (Cuming)*.

GÉNERO **Mitroidea** PEASE.

bellula A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 593). Isla de *Capul (Adams).*

Otra especie citada:

Mitroidea telum Sowerby. Manila (Elera). Especie de la isla Mauricio.

GÉNERO **Dibaphus** PHILIPPI.

* **edentulus** Swainson (Sowerby, *Mitra,* figs. 608 y 609). Isla de *Cebú.*

GÉNERO **Turricula** KLEIN.

alabaster Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, vol. IV, lámina 11, fig. 2). Isla de *Cebú (Kock).*

* **alveolus** (Reeve, *Mitra*, fig. 334). *Filipinas (Baranda).*

* **amabilis** Reeve (Reeve, *Conch. icon. Mitra,* fig. 274). Islas de *Ticao* y de *Capul (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao.*—Punta Balabac, en la isla *Balabac.*

* **amanda** Reeve (Sowerby, *Thes. Conch. Mitra,* fig. 592). Tayabas *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Burias* y *Negros (Cuming).*

* **angulosa** Martini (Sowerby, *Mitra,* fig. 531, 534 y 535). Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Samar (Elera).*

Antonelli Dohrn (Sowerby, *Mitra,* fig. 586). *Filipinas (Dohrn).*

* **arenosa** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* fig. 422, 423, 426 y 427). Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de Guam, *Marianas.*

* **aureolata** Swainson (Sowerby, *Mitra,* figs. 497 á 501) y variedades **affinis**, **flavescens** y **venustula** de Reeve.

Turricula

Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Capul (Elera).*—Isla de *Cebú.*

* **balteolata** Reeve (Reeve, *Mitra,* fig. 54). Bacón, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Burias (Cuming).*—Isla de *Cebú (Cuming,* etc.).

* **cadaverosa** Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 628). Isla del Corregidor y Narbacán, prov. Ilocos Sur, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Ticao* y *Samar (Elera).*

cœlata Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 487). Cagayán de Misamis *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

* **caffra** Linné (Sowerby, *Mitra,* figs. 20 y 21). Mariveles, en la isla de *Luzón.*—Isla *Ticao (Sowerby).*

cineracea Reeve (Sowerby, *Mitra,* figs. 494 y 495). Bataán *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Samar (Elera).*—Cagayán de Misamis *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.* Isla *Malanipa (Watson).*

* **cinctella** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* fig. 27). *Filipinas (Melvill* y *Sykes).*

* **coccinea** Reeve (Sowerby, fig. 120, *Mitra crocea* non Reeve). Islas de *Luzón* y de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Marinduque.*

* **compressa** Sowerby (Sowerby, *Mitra,* figs. 50 y 133). Isla de *Mindoro (Elera).*

corallina Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 511).—Isla de *Masbate (Cuming).*

* **corrugata** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* figs. 41 y 42). Morón, prov. de Bataán; Ternate, prov. de Cavite y Bacón, prov. de Albay, en la isla de *Luzón.*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Isla *Lugbón.*—Isla de *Cebú.*—Antique, en la isla de *Panay.*

* **costellaris** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* figs. 24 y 25). Isla *Alabat.*—Naro, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

cremans Reeve (Sowerby, *Mitra,* fig. 467). San Nicolás *(Cuming),* en la isla de *Cebú.*

* **crocata** Lamarck (Sowerby, *Mitra,* fig. 391). Isla de *Masbate (Cuming).*

Turricula

crocea Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 320). Isla de *Capul (Cuming)*.— Isla de *Cebú (Elera)*.

* **cruentata** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, figs. 138 y 144). Manila *(Kiener)*, Cayogno en Ternate, en la isla de *Luzón*.— Islas de *Marinduque* y de *Romblón*. — Isla *Ticao (Cuming)*. — Naro, en la isla de *Masbate*. — Islas de *Cebú* y de *Bohol*. —Isla de *Negros (Elera)*.—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. — Archipiélago de *Joló*.

Cumingi Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 502 y 503). Matnog, prov. de Albay *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **dœdala** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 601).—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **Dennissoni** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 61). Puteao, prov. de Albay *(Cuming)*, Cavite *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **dichroa** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 463). *Filipinas (Belcher)*.—Bolinao, en la isla de Luzón.

* **discoloria** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 516). Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla *Cuyo*.

* **elegans** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 142). Isla de *Burias (Cuming)*.

* **exarata** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 602). Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Bais *(Adams)*, en la isla de *Negros*. Isla de *Cebú (Elera)*.

* **exasperata** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, figs. 419, 424 y 425) Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Cebú*.—Islas Balagnán y Jinituan, en la isla de *Mindanao*.—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

festa Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 395). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.

* **ficulina** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 451). Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.

fusiformis Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, fig. 384). *Filipinas (Sowerby)*.—Isla de *Masbate (Elera)*.

* **Gruneri** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 130 y 131). Isla *Ala-*

bat.—Isla *Masbate (Cuming*, etc.)—Isla de *Cebú (Elera).*

inermis Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 600). Puteao, prov, Albay *(Cuming)* y Currimao, en Ilocos Norte *(Elera).* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*—(Quadras.)

infausta Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 513). Isla *Ticao (Cuming).*

* **interrupta** Anton (Kuster en Chemn., 2.ª edic. *Mitra*, lám. 15, fig. 1 á 3; Reeve, fig. 260. *Mitra cimelium).* Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros.*

* **lauta** Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 244). Isla de *Masbate (Cuming).*

Layardi A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 590). *Filipinas (Melvill* y *Sykes).*

* **leucodesma** Reeve (Sowerby, *Mitra*, lám. 22, fig. 465: 565 por error). Isla *Marinduque.*—Isla de *Masbate.*—Isla *Ticao (Cuming).*—Islas *Lugbón* y *Cebú.*—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros.*

* **ligata** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 584). Pasacao, provincia Camarines Sur *(Adams)*, Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*

lubens Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 542). Isla *Ticao (Cuming).*—(Museo.)

lucida Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 541). Isla *Ticao (Paetel).*

* **luculenta** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 461 y 462). Islas *Lugbón*, *Romblón* y *Cebú (Elera).*—Isla Jinituan, en la isla de *Mindanao.*

lyrata Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 22 y 23). Isla de *Negros (Cuming).*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

marmorea A. Adams (Sowerby, *Mitra*, figs. 535 y 636). Tanhay *(Adams)*, en la isla de *Negros.*

* **Martensi** Hidalgo (Reeve, fig. 240, *Mitra pardalis*, non Kuster). Isla de *Cebú (Elera).*

* **melongena** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 18, 19 y 132) Isla de *Cebú.*—Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindadao.*—Isla de la *Paragua.*

mica Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 591). Isla *Guimaras (Cuming)*.—Isla *Samar (Elera)*.—Archipiélago de *Joló*.—(Quadras.)

* **microzonias** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 633). *Filipinas (Meyen)*.—Manila *(Kiener)*, en la isla de *Luzón*.—Tabigui, en la isla de *Marinduque*.

* **militaris** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 537). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

modesta Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 539). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **mucronata** Swainson (Reeve, fig. 132. *Mitra fusiformis*, non Chemnitz). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **multicostata** Swainson (Sowerby, *Mitra*, fig. 508). Bunanay, en la isla de *Marinduque*.

* **muriculata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 203). Ilocos Norte, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Ticao* y *Capul (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

* **mutabilis** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 543 y 544). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **nodilirata** A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 385). Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **nodosa** Swainson (Sowerby, *Mitra*, fig. 269). Islas de *Mindoro* y *Masbate (Elera)*.—Isla de *Cebú (Sowerby)*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

nodulifera A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 530). *Filipinas (Smith)*.

* **obeliscus** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 126 y 127). Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Bais *(Cuming)*, en la isla de *Negros*.—Archipiélago de *Joló*.

* **patriarchalis** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 505 y 506). Manila *(Kiener)*, en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Lugar Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Masbate*.

pinguis Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 483). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.

Turricula

* **pisolina** Lamarck (Kiener, *Mitra*, fig. 90; Kuster en Chemnitz, 2.ª edic. *Mitra pardalis*, lám. 17, figs. 14 y 15).— Isla *Alabat*.—Isla *Bagatao*.—Isla Balanacán, en la isla de *Marinduque*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.— Isla de *Romblón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*. Barrio Himalalud, en la isla de *Negros*.—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **plicaria** Linné (Sowerby, *Mitra*, fig. 26). Nasugbú, prov. de Batangas, y Bagac, prov. de Batáan, en la isla de *Luzón*.— Islas *Ticao* y *Guimaras (Cuming)*.— Isla de *Bohol (Elera)*.— Isla de *Cebú*. — Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **porphyretica** Reeve (Reeve, *Mitra*, fig. 195). Cayogno, en Ternate, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*. Quinuguitan, en Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao*.

* **pullata** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 43). Isla *Ticao (Cuming)*.

puncturata Sowerby (*Proc. Zool. Soc. London*, 1878, lámina 48, fig. 5). Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla de *Negros*. — (Quadras.)

purpurata Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 507). — Isla de *Capul (Sowerby)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

pyramidalis Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 389 y 390).— Isla de *Masbate (Elera)*.—Isla Tinago *(Elera)*, en la isla de *Mindanao*.

* **radius** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 124). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Batáan *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **Regina** Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 53). *Filipinas (Melvill* y *Sykes)*.

rubella Adams y Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 594). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

* **sanguisuga** Linné (Sowerby, *Mitra*, fig. 91* y 92*). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

sculptilis Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 596). Isla *Ticao (Cuming)*.

Semen Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 659). Tayabas *(Ele-*

ra), en la isla de *Luzón*.—Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Mindanao (Elera)*.

* **semifasciata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 581 y 582). Batangas *(Elera)*, Morón y Bagac, prov. de Bataán; Sorsogón, prov. de Albay, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Romblón*.— Isla *Ticao (Cuming)*.— Islas de *Cebú* y de la *Paragua (Elera)*.— Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **semisculpta** Adams y Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 159). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

* **speciosa** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 414 y 415). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **spicata** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 190 y 383). Isla *Ticao (Cuming)*.

Stainforthi Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 109). Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **stigmataria** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 47 á 49). Islas de *Ticao*, *Capul*, *Masbate* y *Siquijor (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Negros*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. Isla Rita en la Bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua*.

* **subulata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 149 y 150). Tayabas *(Elera)* en la isla de *Luzón*.

Suluensis Adams y Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 606). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

* **tæniata** Lamarck (Sowerby, *Mitra*, figs. 51 y 52). Islas de *Mindoro* y *Masbate (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

Tayloriana Sowerby (Sowerby, *Mitra*, fig. 125), Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—(Quadras).

* **tuberosa** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 267). Isla de *Cebú*.

turricula A. Adams (Sowerby, *Mitra*, fig. 647). *Filipinas (Paetel)*.

turriger Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 191). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **tusa** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 475 y 477). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Ulugán, en la isla de la *Paragua*.

Turricula

* **variata** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 416) Manila *(Meyen)*, en la isla de *Luzón*.

* **verrucosa** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 381 y 382). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **vulpecula** Linné (Sowerby, *Mitra*, figs. 10 á 14; Kiener, lám. 21, fig. 65, *Mitra melongena*, non Lamarck). Santa Cruz, prov. de Cavite *(Elera)* y Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla Santa Fe de *Bantayán*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

Zebuensis Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 192 y 193). Isla de *Cebú (Cuming)*.

Otras especies citadas, que estaban antes incluídas en el género *Mitra*.

Turricula acupicta Reeve. Filipinas (Melvill y Sykes). Especie de Zanzíbar y Mauricio.

— *affinis* Reeve=**Turricula aureolata**, var.

— *Andamanica* Nevill=**Turricula obeliscus**, var.

— *armillata* Reeve. Filipinas (Nevill). Especie de la isla Annaa.

— *Berthæ* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *cimelium* Reeve=**Turricula interrupta**.

— *crocea* Sowerby non Reeve=**Turricula coccinea**.

— *concinna* Reeve=**Turricula crocata**.

— *crebrilirata* Reeve. Cebú (Elera). Especie de Ceilán.

— *Deshayesi* Reeve. Samar (Elera). Especie de Mauricio.

— *discors* Grandidier. Filipinas (Elera). El autor no da indicación de localidad.

— *flavescens* Reeve=**Turricula aureolata**. var.

— *flexicostata* Garrett. Samar (Elera). Especie de la Polinesia, aún no figurada.

— *fusiformis* Reeve non Chemnitz=**Turricula mucronata**.

— *glandiformis* Reeve. Samar (Elera). Especie del Mar Rojo.

— *granosa* Chemnitz=**Turricula stigmataria**.

— *harpæformis* Lamarck=**Turricula cruentata**.

Turricula hybrida Kiener. Filipinas (Paetel). Sin el borde derecho formado; alterado el color; dudosa la identificación.

— *intermedia* Kiener. Filipinas (Elera). Especie de las Molucas.

— *interstriata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *jucunda* Dunker. Mindanao (Elera).— Especie de Cochinchina.

— *lota* Reeve=**Turricula pisolina**, var.

— *melongena* Kiener non Lamarck=**Turricula vulpecula**.

— *pardalis* Reeve non Kuster = **Turricula Martensi**.

— *pardalis* Kuster=**Turricula pisolina**.

— *proxima* Nevill=**Turricula cruentata**, var.

— *rigida* Swainson=**Turricula semifasciata**.

— *scitula* A. Adams. Mindoro (Elera). Especie de China.

— *tricolor* Montrouzier. Cebú (Elera). Especie de Nueva Caledonia.

— *venustula* Reeve=**Turricula aureolata**, var.

GÉNERO **Cylindra** SCHUMACHER.

* **crenulata** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, figs. 354 y 355). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **Dactylus** Linné (Reeve, *Mitra*, fig. 88). Isla de *Bohol (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

fenestrata Lamarck (Sowerby, *Mitra*, fig. 363).—Isla *Ticao (Cuming)*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.—(Quadras).

* **Glans** Reeve (Sowerby, *Mitra*, figs. 351 y 352). Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.

Cylindra

* **nucea** Gronovius (Sowerby, *Mitra*, fig. 360). Isla *Lugbón.*—Isla de *Bohol (Elera).*

* **undulosa** Reeve (Sowerby, *Mitra*, fig. 362). Sorsogón, provincia de Albay, en la isla de *Luzón.*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Bohol.*

Otra especie citada:

Cylindra Sinensis Reeve. Mindoro (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Imbricaria** SCHUMACHER.

* **conica** Schumacher (Sowerby, *Mitra*, figs. 364 y 365). Isla de *Luzón (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Isla de Guam, *Marianas.*

* **Conus** Chemnitz (Sowerby, *Mitra*, fig. 361). Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Dapitan, Quinuguitan, Talisayán en Cagayán de Misamis y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Basilán (Belcher).*

* **Vanikorensis** Quoy (Sowerby, *Mitra*, fig. 344). *Filipinas (Tryon).*

Otras especies citadas:

Imbricaria conulus Lamarck = **Imbricaria Conus.**
— *marmorata* Swainson = **Imbricaria conica.**

MARGINELLIDÆ

GÉNERO **Erato** RISSO.

angyostoma Sowerby (Reeve, *Erato*, fig. 13). Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

corrugata Hinds (Reeve, *Erato*, fig. 12), Calapán *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*—Isla de *Masbate (Elera).*

gallinacea Hinds (Reeve, *Erato*, fig. 7). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Cuming).*

Erato

minuta Reeve (Reeve, *Erato*, fig. 11). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **nana** Duclos (Sowerby, *Thes. Conch. Erato*, figs. 12 y 13). Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

sulcifera Gray (Reeve, *Erato*, fig. 14). Filipinas *(Cuming)*. Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

Otras especies citadas:

Erato angulifera Sowerby. Balabac (Elera). Especie de Borneo.

— *callosa* Adams y Reeve. Zambales (Elera), en la isla de Luzón. Especie de China.

GÉNERO **Marginella** LAMARCK.

* **corusca** Reeve (Reeve, *Marginella*, fig. 143). Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Isla Tinago, isla Calumangán y Lugar Cagbabatán en Placer, en la isla de *Mindanao*.

* **nitida** Hinds (Reeve, *Marginella*, fig. 80). Isla de *Bohol*.

* **Philippinarum** Redfield (Reeve, *Marginella*, fig. 84). Ternate, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate*.—Isla *Lubán*.—Isla de *Cebú (Verkruzen*, etc.).—Dauis, en la isla de *Bohol (Cuming)*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

ringicula Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, lámina 126, fig. 3). Isla de *Cebú (Koch)*.

* **sordida** Reeve (Reeve, *Marginella*, fig. 137). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **triplicata** Gaskoin (Reeve, *Marginella*, fig. 126). *Filipinas (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Marginella angustata Sowerby. Cebú (Elera). Especie del Océano índico.

— *Bernardi* Largilliert. Cebú (Elera). Especie de China.

— *bulbosa* Reeve. Joló (Elera). Especie de Borneo.

— *bullula* Reeve. Paragua (Elera). Especie de Borneo.

Marginella dactylus Lamarck. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *dens* Reeve. Balabac (Elera). Especie de Borneo.
— *elliptica* Redfield. Samar (Elera). Especie de Polinesia.
— *infans* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.
— *lachryma* Reeve. Balabac (Elera). Especie de Borneo.
— *quinqueplicata* Lamarck. Balabac (Elera). Especie de Sumatra.

OLIVIDÆ

Género **Olivella** Swainson.

Columba Duclos (Duclos, *Oliva*, lám. 3, figs. 3 y 4). Islas *Marianas (Duclos)*.

lanceolata Reeve (Reeve, *Oliva*, fig. 95). Catanauan *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—(**Museo**.)

lepta Duclos (Duclos, *Oliva*, lám. 1, figs. 7 y 8). Batsán *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas *Marianas (Duclos)*.

Otras especies citadas:

Olivella Fortunei Adams. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *Mandarina* Duclos. Tayabas (Elera). Especie de China.
— *simplex* Pease. Samar (Elera). Especie de Tongatabou.

Género **Oliva** Bruguiere.

* **bulbiformis** Duclos (Duclos, *Monogr. Oliva*, lám. 27, figuras 10 á 13; Sowerby, *Thes. Conchyl. Oliva*, figs. 201 á 204).—Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Archipiélago de *Joló*.

* **carneola** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 26, figs. 5 á 16, non 3 y 4; Sowerby, *Oliva*, figs. 233 á 235). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat* y *Marinduque*.—

Palompón y Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Isla de *Cebú (Schneider*, etc.).—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Dactyliola** Duclos (Sowerby, *Oliva*, figs. 208 á 211). Isla de *Cebú (Sowerby)*.

* **Duclosi** Reeve (Reeve, *Conch. icon. Oliva*, fig. 44). Banguey *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y de la *Paragua (Elera)*.

* **elegans** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 21, figs. 1 á 6). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Schneider*, etc.).—Isla Santa Fe de *Bantayán*.—Balingasag, Dapitan, Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Marianas*.

* **episcopalis** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 24). Isla de *Mindanao*.—Islas *Marianas (Elera)*.

* **erythrostoma** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 13, figs. 1, 2, 3, 4, 5 y 7, non 6). Islas de *Luzón* y de *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Iloilo *(Elera)*, en la isla de *Panay*. Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Agat *(Quoy)*, en la isla de Guam, *Marianas*.

Faba Marrat (Sowerby, *Oliva*, figs. 238 y 239). *Filipinas (Marrat)*.

* **funebralis** Lamarck (Duclos, *Oliva leucostoma*, lám. 27, figs. 14 á 16; Sowerby, *Oliva Labradorensis*, figs. 146 á 148).

Var. *Oliva leucostoma* Marrat, non Duclos (Sowerby, *Oliva*, figs. 143 á 146).

Paracali, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, Ternate, provincia de Cavite, y la Unión, en la isla de *Luzón*.—Palompón, en la isla de *Leyte*.—Islas de *Bohol*, de *Cebú* y Santa Fé de *Bantayán*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de *Cagayancillo*.

* **guttata** Lamarck (Sowerby, *Oliva emicator*, figs. 57 á 60; Duclos, *Oliva mantichora*, lám. 15, figs. 7 y 8). Isla de *Marinduque (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Siquijor*

(Cuming).—Salay en Cagayán de Misamis y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **irisans** Lamarck (Sowerby, *Oliva*, figs. 123 á 127). Cavite, Cagayán y Aparri *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. —Isla *Basilán (Duclos)*.—Archipiélago de *Joló*.

* **ispidula** Linné (Sowerby, *Oliva*, figs. 241, 243 á 246, 250, 251 y 253; Reeve, *Oliva*, fig. 34. b, c, d, e, f, g, i). Manila *(Besser)*, Mariveles, provincia de Bataán, y Paracali, provincia de Camarines Norte (*Jagor)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Isla de *Cebú (Elera)*. —Davao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **lepida** Duclos (Duclos, *Oliva*, lám. 25, figs. 15 y 16; Reeve, *Oliva carneola*, fig. 60 a, b.). Isla de *Cebú (Elera)*.—Islas *Marianas (Duclos)*.

* **Macleaya** Duclos (Duclos, *Oliva*, lám. 21, figs. 13 á 16). *Filipinas (Baranda)*.

* **magnifica** Ducros Saint Germain (Ducros, *Oliva*, lám. 1, fig. 4; Reeve, *Oliva erythrostoma*, fig. 7 e, f: Sowerby, *Oliva porphyritica*, figs. 109 y 110). Isla de *Mindoro*.—Palompón, en la isla de *Leyte*.—Barrio, en la isla de *Cebú*.—Isla Santa Fé de *Bantayán*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Capiz, en la isla de *Panay*.—Argüelles, en la isla de *Negros*.—Balingasag, Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao (Cuming)*.—Archipiélago de *Joló*.

* **maura** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 23, figs. 1 á 12; Sowerby, *Oliva mauritiana*, figs. 133 á 140). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*—Palompón, en la isla de *Leyte*. —Dauis, en la isla de *Bohol*.—Islas de *Cebú* y de *Panay*. —Surigao, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. —Archipiélago de *Joló*.

* **mustelina** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 20, figs. 1 y 2). Isla *Balabac (Elera)*.

* **nobilis** Reeve (Reeve, *Oliva*, fig. 3; Duclos, *Oliva tremulina*, lám. 11, figs. 4, 7 y 9). *Filipinas (Baranda, Marrat)*.

paxillus Reeve (Reeve, *Oliva*, fig. 56). *Filipinas (Weinkauff).*

picta Reeve (Reeve, *Oliva*, fig. 79). *Filipinas (Cuming).*

* **rufula** Duclos (Reeve, *Oliva*, fig. 50). Cagayán *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

* **sanguinolenta** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 25; Duclos, *Oliva Evania*, lám. 20, figs. 3 y 4). Palompón y Taclobán, en la isla de *Leyte.*—Barrio, en la isla de *Cebú.*—Iloilo *(Elera)*, y Antique, en la isla de *Panay.*—Isla Santa Fé de *Bantayán.*—Isla de *Bohol.*—Isla de *Negros (Cuming).*—Isla *Cagayancillo.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **stelleta** Duclos (Duclos, *Oliva*, lám. 8, fig. 11 y 12; *Oliva tigridella*, lám. 8, figs. 13 y 16; Sowerby, *Oliva ispidula*, figs. 240, 242, 247 á 249, 252 y 254; Reeve, *Oliva ispidula*, fig. 34 a, h, k). Morón, prov. de Bataán y Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Samar*, de *Cebú* y Santa Fé de *Bantayán.*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Antique, en la isla de *Panay.*—Argüelles, en la isla de *Negros.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*—Archipiélago de *Joló.*

* **tessellata** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 53). Isla *Ticao (Cuming).*

* **textilina** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 9). Manila *(Elera)* ó isla del Corregidor, en la isla de *Luzón.*—Isla *Marinduque.*—Isla *Ticao (Cuming).*—Islas de *Cebú* y *Bohol.*—Surigao, en la isla de *Mindanao (Cuming).*—Isla *Cuyo.*—Archipiélago de *Joló.*

* **tigrina** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 21). Isla de *Cebú (Elera).*—Capiz, en la isla de *Panay.*

* **tremulina** Lamarck (Reeve, *Oliva*, fig. 6). Isla de *Cebú (Elera).*

* **tricolor** Lamarck (Duclos, *Oliva*, lám. 20, figs. 9 á 11). Isla de *Luzón.*—Isla *Marinduque* (*Elera*).—Isla de *Mindoro.*—Islas de *Samar* y *Bohol (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Antique, en la isla de *Panay.*—Isla *Cagayancillo.*—

Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Calabaza, en la isla de *Basilán*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

Otras especies citadas:

Oliva acuminata Lamarck. Filipinas (Weinkauff) Especie del Senegal.

— *australis* Duclos. Filipinas (Elera). Isla de San Pedro (Duclos).

— *calosoma* Duclos. Batangas (Elera). Especie de China.

— *concinna* Marrat. Balabac (Elera). Especie de Nueva Caledonia.

Probablemente da Elera con este nombre una variedad de la *Oliva irisans*.

— *cruenta* Dillwyn=**Oliva guttata.**

— *emicator* Meuschen=**Oliva guttata.**

— *granitella* Lamarck=**Oliva textilina.** var.

— *Labuanensis* Marrat. Paragua (Elera). Vive en la isla Labuan.

— *Lecoquiana* Ducros S.t Germain. Bohol y Marinduque (Elera). Especie de China.

— *neostina* Duclos. Filipinas (Elera). Especie de Nueva Guinea.

— *oriola* Lamarck=**Oliva ispidula.** var.

— *porphyritica* Marrat=**Oliva erythrostoma y magnifica.**

— *reticularis* Lamarck. Filipinas (Jay). Especie americana.

— *scripta* Lamarck. Luzón (Elera). Especie de China.

— *sericea* Bolten=**Oliva textilina.**

— *sidelia* Duclos. Panay y Cebú (Elera). Especie de Nueva Guinea.

— *tigrina* Meuschen non Lamarck=**Oliva tessellata.**

— *viridescens* Marrat=**Oliva sanguinolenta.**

Género **Ancillaria** Lamarck.

¿Viven en Filipinas especies de este género? Mi amigo Quadras no ha recogido ninguna, ni yo tampoco las he visto en muchas colecciones traídas de dicho Archipiélago.

Los autores citan, sin embargo, las siguientes:

Ancillaria ampla Gmelin. Filipinas, según Sowerby, y Mar Rojo, según Reeve.
— *angustata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *cinnamomea* Lamarck. Filipinas (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *exigua* Sowerby. Filipinas (Sowerby). Sin localidad (Reeve).
— *glabrata* Linné. Filipinas (Sowerby). Especie del Golfo de Méjico.
— *Montrouzieri* Souverbie. Filipinas (Elera). Especie de Nueva Caledonia.
— *rubiginosa* Swainson. Luzón (Elera). Especie de China.
— *Sinensis* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *Tronsoni* Sowerby. Mar Rojo (Sowerby). Filipinas (Reeve).

Género **Harpa** Lamarck.

* **articularis** Lamarck (Reeve, *Conch. icon. Harpa*, fig. 4, a, b, c, d). Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*. —Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Palompón, en la isla de *Leyte*.—Isla Tinago, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **conoidalis** Lamarck (Reeve, *Harpa*, fig. 7). Islas de *Cebú* y *Bohol (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **crassa** Philippi (Sowerby, *Thes. Conch. Harpa*, figs. 30 y 31). Isla *Sarangani*.—Isla de Guam, *Marianas*.

Harpa

* **ligata** Menke (Sutor, *Jahr. Malak. Gesells,* vol. IV, lám. 5, fig. 2). *Filipinas (Baranda, Sutor).*

* **minor** Lamarck (Sowerby, *Harpa,* figs. 27 á 29). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Islas de *Bohol* y de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.*—Isla *Balabac (Elera).*—Agat y Torgoyay, en Agaña, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **nobilis** Lamarck (Reeve, *Harpa,* fig. 1). Isla *Ticao (Cuming).*—Isla *Saranganí.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.*

* **ventricosa** Lamarck (Reeve, *Harpa,* fig. 2). Isla de *Cebú (Elera).*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas:

Harpa cancellata Chemnitz. Filipinas (Paetel).
— *gracilis* Broderip. Tayabas (Elera). Especie de las islas de la Sociedad.
— *nablium* Sowerby, partim.=Harpa **conoidalis.**
— *striata* Lamarck. Zambales (Elera). Especie de Mauricio.

COLUMBELLIDÆ

Género **Engina** Gray.

armillata Reeve (Reeve, *Ricinula,* fig. 47). Isla *Ticao (Cuming).*

* **astricta** Reeve (Reeve, *Ricinula,* fig. 30). Isla de *Cebú.*

carbonaria Reeve (Reeve, *Ricinula,* fig. 22). *Filipinas (Jay).*—Isla de *Cebú (Elera).*

Carolinæ Kiener (Reeve, *Ricinula bella,* fig. 15). Islas de *Luzón* y de *Cebú (Elera).*—Isla de *Capul (Cuming).*—Museo.

* **concinna** Reeve (Reeve, *Ricinula,* fig. 35). Cagayan de Misamis *(Cuming)* en la isla de *Mindanao.*

Bagina

crocostoma Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 40). Isla de *Capul (Cuming)*.

eximia Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 45). Manila *(Paetel)*, isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

forticostata Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 29). *Filipinas (Paetel)*.

* **histrio** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 36). Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Giloctóc, en la isla de *Cebú*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

* **lauta** Reeve *(Ricinula*, fig. 24). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lugbón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **lineata** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 51). Bolinao, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Islas *Calamianes*.

* **mendicaria** Linné (Reeve, *Ricinula*, fig. 8). Narbacán en Ilocos Norte, Nasugbú, Cayogno y Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Magdalena, en la isla *Masbate*.—Isla de *Cebú*.—Isla Tinago *(Elera)*, isla Jinituan en Surigao, Quinuguitan en Cagayan de Misamis, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **mundula** Melvill y Standen *(Journ. of Conch.*, vol. VIII, lám. 2, fig. 6) San Juan, en la isla de *Siquijor*.

* **Reevei** Tryon (Reeve, *Ricinula alveolata*, fig. 23, non Kiener). Manila y Morón *(Elera)* en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes*.—Archipiélago de *Joló*.

rosea Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 46). Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **trifasciata** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 41). Manila *(Deppe)*, Morón y Cayogno, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque* y de *Lugbón*.—Magdalena, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—San Juan, en la isla de *Siquijor*.—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Calamianes*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

Engina

* **zonata** Reeve (Reeve, *Ricinula*, fig. 33). Narbacán en Ilocos Sur, Morón, Bagac y Bolinao, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate*.—Isla Rita y Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

Otras especies citadas:

Engina alveolata Kiener, probablemente=*Engina lauta* Reeve.
— *farinosa* Gould. Cebú (Elera). Vive en las islas Sandwich.
— *gibbosa* Garrett. Cebú (Elera). Especie de las islas Viti.
— *nodulosa* Pease. Filipinas (Elera). De la isla Ebon.
— *elegans* Smith=*Peristernia pulchra* Reeve.

GÉNERO **Columbella** LAMARCK.

* **Acleonta** Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 11, figs. 3 y 4; Sowerby, *Thes. Conch.* fig. 125. *Columbella jaspidea*). Islas de *Marinduque*, *Lubán* y *Cebú*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

acus Reeve (Reeve, *Conch. icon. Columbella*, fig. 201). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Capul (Cuming)*.

* **albina** Kiener (Kiener, *Columbella*, lám. 13, fig. 4; Sowerby, *Columbella*, figs. 81 y 82). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*. — Bacjauan y Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **Angasi** Brazier (Tryon, *Man. Conch. Columbella*, lám. 49, fig. 11). Naro, en la isla de *Masbate*.

atramentosa Reeve (Sowerby, *Thes. Conch. Conus*, figura 317). Isla de *Mindoro (Cuming)*.—Isla de *Mindanao (Elera)*. Colocada en este género por Pace (*Proc. Mal. Soc. London*, vol. V, pág. 56).—Museo.

* **Cumingi** Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 156). Ensenada

de Paguindin en Palanan, prov. La Isabela, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Capul (Cuming)*.

* **discors** Gmelin (Reeve, *Columbella*, fig. 208). Manila *(Lischke, Meyen* y *Besser)*, isla del Corregidor, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Gasán y Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Islas Tinago, Balauan y Saguisí, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **epamella** Duclos (Reeve, *Columbella Philippinarum*, figura 207). Manila *(Kiener, Deppe*, etc.), Puteao *(Cuming)*, Tayabas y Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, Laylay en Boac, Cauit, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Mindoro*, de *Masbate* y de *Cebú*.—Isla *Balabac*.

* **Essingtonensis** Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 174, a). Isla de *Cebú*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Isla *Panglao*.

* **eximia** Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 222). Bagac, Canatagán en la prov. de Batangas, Palanan, Currimao en la provincia Ilocos Norte, en la isla de *Luzón*.—Magallanes y Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Isla *Lugbón*.—Naro, en la isla de *Masbate*.—Isla Jinituan, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes*.

Fabula Sowerby (Sowerby, *Columbella*, figs. 86 y 87) Bahía de la Muerte, isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **flava** Bruguiere (Reeve, *Columbella*, figs. 27 y 28). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **formosa** Gaskoín (Reeve, *Columbella*, fig. 216). Palanan en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.

* **fulgurans** Lamarck (Duclos, *Columbella punctata*, lámina 2, figs. 7 á 12). Ternate, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Masbate*, *Bohol* y *Cebú*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Isla de *Guimaras (Cuming)*.—Surigao *(Elera)*, Isla Cayauan, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla Rita y Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

Columbella

* **Galaxias** Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 229). Placer, en la isla de *Mindanao*.—Barrio de Sumay, en la isla de Guam *Marianas*.

* **Gowlandi** Brazier (Chemnitz, 2.ª edic. *Columbella*, lámina 32, fig. 9). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Naro y Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Giloctóc, en la isla de *Cebú*.—Inopacan, Matalón y Visita de Hinayangan, en la isla de *Leyte*.—Portolín en Cagayán de Misamis, Placer, Surigao, islas Balauan, Cayauan y Balaguan, en la isla de *Mindanao*.—Islas Bisucay, Culion y Sangat, en las islas *Calamianes*.

* **Ligula** Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 11, figs. 11 á 16). Laylay en Boac y Bunganay, en la isla de *Marinduque*.—Isla *Ticao (Cuming)*.

livescens Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 148). Isla de *Luzón (Cuming)*.

lumbricus Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 186). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **marmorata** Gray (Reeve, *Columbella*, fig. 81). Norte de la isla de *Luzón*.—Isla de *Capul (Cuming)*.

* **Marquesa** Gaskoin (Reeve, *Columbella*, fig. 217). Islas de *Lubán* y de *Cebú*.—Isla Rita en la Bahía de Ulugan, en la isla de la *Paragua*.

Mindorensis Gaskoin (Reeve, *Columbella*, fig. 193). Batangas *(Elera)* en la isla de *Luzón*.—Puerto Galera *(Cuming)* en la isla de *Mindoro*.

* **mitrula** Dunker (Philippi, *Abbild. Buccinum mitrula*, lámina 2, fig. 9) Manila *(Philippi)* en la isla de *Luzón*.

Muy probablemente son una misma especie la *Columbella mitrula* Dunker (1849), la *Columbella electona* Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 9, figs. 11 y 12.—1840) y la *Columbella sparsa* Reeve (Reeve, *Columbella*, fig 200. —1859). Si esta suposición resulta exacta, debe quedar el nombre de *electona*, que es más antiguo.

* **moleculina** Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 9, figs. 1 y 2).

Palanan, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Isla Balanacan, en la isla *Marinduque*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **nana** Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 8, figs. 4 á 6; ídem *Columbella daliola*, figs. 7 y 8). Currimao, provincia de Ilocos Norte y Morón, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Gasán y Sabán, en la isla de *Marinduque*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **nubeculata** Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 234). Palanóc, en la isla de *Masbate*.

* **obesa** C. B. Adams (Reeve, *Columbella*, fig. 141). Isla *Lubán*.—Isla de *Marinduque*.

* **pardalina** Lamarck (Reeve, *Columbella*, fig. 75; Duclos, *Colombelle Anitis*, en Chenu, *Illustr. conch. Columbella*, lám. 16, figs. 15 y 16). Manila *(Besser)*, Bolinao, provincia de Zambales y Morón, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Laylay y Bunganay, en la isla de *Marinduque*.—Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Islas de *Guimaras* y *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Negros (Elera)*.—Islas Jinituan y Calumangán, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **phasinola** Duclos (Duclos, *Colombelle*, lám. 8, figs. 13 á 16) Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.

poecila Sowerby (Sowerby, *Columbella*, figs. 51 y 52; Chenu, *Illustr. Conch. Columbella*, lám. 23, figs. 3 y 4). Matnog *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **Puella** Sowerby (Reeve, *Columbella*, fig. 65). Isla de *Luzón (Elera)*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.—Isla de *Cebú*.

* **Regulus** Souverbie *(Journ. Conch.*, 1864, pág. 41; ídem 1863, lám. 12, fig. 4. *Columbella pumila*, non Dunker). Bagac y Palanan, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Looc, en la isla de *Tablas*.—Isla *Lugbón*.—Mobo, Naro y Palanóc, en la isla

de *Masbate*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Isla *Panglao*. —Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Salay en Cagayán de Misamis, Placer é islas Balagnan y Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Culión, en las islas *Calamianes*.

Spectrum Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 194). Isla de *Mindoro (Cuming)*.

* **splendidula** Sowerby (Reeve, *Columbella*, fig. 25). Manila *(Paetel)*, isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

Ticaonis Sowerby (Reeve, *Columbella*, fig. 93). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **troglodytes** Souverbie *(Journ. Conch.*, 1866, lám. 6, fig. 4; probablemente *Columbella pygmœa* Duclos en Chenu, *Illustr. Conch.*, lám. 25, figs. 1 y 2). Bagac, prov. de Batáán, Bacón, prov. de Albay y Palanan, prov. La Isabela, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla *Marinduqne*.—Isla *Lugbón*.—Naro y Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Zamboanga *(Martens)*, Salay en Cagayán de Misamis é isla Cayauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **turturina** Lamarck (Chemnitz, 2.ª edic. *Columbella*, lám. 3, figs. 21 á 23). Manila *(Besser)*, Narbacán, prov. Ilocos Sur, en la isla de *Luzón*.—Isla *Marinduque*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Palanóc y Naro, en la isla de *Masbate (Cuming)*.—Dumaguete *(Cuming)*, en la isla de *Negros*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **versicolor** Sowerby (Sowerby, *Columbella*, figs. 41 á 46). Manila *(Besser)*, Morón, Cayogno en Ternate, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Isla de *Negros (Meyer)*.—Isla de *Siquijor (Cuming)*.—Zamboanga *(Martens)*, Placer é isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

vittata Reeve (Reeve, *Columbella*, fig. 192). Iba, provincia de Zambales *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

Otras especies citadas:

Columbella alternata Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong Kong; no figurada.

Columbella alveolata Kiener, probablemente = **Engina lauta.**

— *annulata* Reeve. Mindoro (Elera). Especie de Australia.

— *armillata* Reeve = **Engina armillata.**

— *aspersa* Sowerby. Filipinas (Paetel). El autor no da localidad.

— *atrata* Elera (Gould?) = **Columbella Regulus.**

— *azora* Duclos. Masbate (Elera). Especie de Mauricio

— *baculus* Reeve. Zambales en Luzón (Elera). Especie de China.

— *balteata* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *bella* Reeve. Capul y Mindoro (Elera). Especie de China.

— *bicincta* Gould. Bataán en Luzón (Elera). Especie de Hong Kong.

— *Broderipi* Sowerby. Samar (Elera). Vive en la isla del Alborán.

— *Brookei* Reeve. Samar (Elera). Especie de Borneo.

— *carbonaria* Reeve = **Engina carbonaria.**

— *concinna* Reeve = **Engina concinna.**

— *coniformis* Sowerby. Filipinas (Elera). El autor no da localidad.

— *conspersa* Gaskoin. Filipinas (Paetel); Cebú (Elera). El autor no da localidad.

— *costellifera* Pease. Filipinas (Elera). Especie de Polinesia, no figurada.

— *crocostoma* Reeve = **Engina crocostoma.**

— *decussata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *dorsuosa* Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong Kong, no figurada.

— *Duclosiana* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de la isla de Java.

— *Dunkeri* Tryon. Luzón (Elera). Especie del Japón.

— *Epidelia* Duclos = **Triton bracteatus.**

— *fasciata* Sowerby. Cebú (Elera). Especie de la isla de Java.

Columbella filamentosa Dunker. Filipinas (Elera). Océano pacífico del Sur.
— *flavida* Lamarck = **Columbella flava.**
— *histrio* Reeve = **Engina histrio.**
— *impolita* Sowerby. Filipinas (Paetel). El autor no da localidad.
— *Indica* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de la India.
— *inscripta* Brazier. Cebú (Elera). Especie de Australia.
— *interrupta* Reeve = **Mangelia interrupta.**
— *jaspidea* Sowerby = **Columbella Acleonta.**
— *lactea* Duclos. Samar (Elera). El autor no da localidad.
— *lauta* Reeve = **Engina lauta.**
— *lentiginosa* Reeve non Hinds. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *lineata* Reeve = **Engina lineata.**
— *margarita* Reeve. Cebú (Elera). Especie de las islas Sandwich.
— *mendicaria* Linné = **Engina mendicaria.**
— *Menkeana* Reeve. Cebú (Elera). Especie de Australia.
— *mercatoria* Linné. Masbate (Elera). Especie de Cuba.
— *minuta* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *mitrata* Menke. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *nebulosa* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *obtusa* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de las islas de la Sociedad.
— *Peleei* Kiener. Filipinas (Cuming), Masbate (Paetel). Especie de la Martinica.
— *Philippinarum* Reeve = **Columbella epamella.**
— *picata* Sowerby. Filipinas (Paetel). El autor no da localidad.
— *pulchella* Blainville. Filipinas (Paetel). De localidad desconocida.
— *pulchra* Reeve = **Peristernia pulchra.**
— *pumila* Souverbie non Dunker = **Columbella Regulus.**
— *punctata* Lamarck = **Columbella fulgurans. var.**
— *rosea* Reeve = **Engina rosea.**

Columbella sagitta Gaskoin. Samar (Elera). Especie de Africa.
— *scripta* Lamarck = **Columbella versicolor.**
— *semipunctata* Lamarck = **Columbella discors.**
— *siderea* Reeve = **Ricinula siderea.**
— *sugillata* Reeve. Luzón (Elera). Especie de China.
— *trifasciata* Reeve = **Engina trifasciata.**
— *tringa* Sowerby. Negros y Guimaras (Elera). Especie de los mares del Sur.
— *Tyleræ* Gray. Filipinas (Paetel), Cebú (Elera). El autor no da localidad.
— *varians* Elera = **Columbella nana.**
— *virginea* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *zebra* Gray. Paragua (Elera). Especie de las islas Sandwich.

CONIDÆ

Género **Conus** Linné.

abbas Hwass (Kiener, *Spec. gen. Conus*, lám. 86, fig. 1). *Filipinas (Tryon).*

* **achatinus** Chemnitz (Kiener, *Conus*, lám. 40, fig. 1). Manila *(Besser)* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Bohol.*

aculeiformis Reeve (Reeve, *Conch. icon. Conus*, fig. 240). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

* **acutangulus** Chemnitz (Reeve, *Conus*, fig. 200). Isla de *Samar (Elera).*—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

* **Adansoni** Lamarck (Sowerby, *Thes. Conch. Conus*, figuras 288 y 289). Santa Cruz y Bolinao, prov. de Zambales; Bagác, prov. de Bataán; Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón.*—Magallanes, en la isla de *Sibuyán.*—Barrio Himalalud, en la isla de *Negros.*—Candác de Surigao y Salay de Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

* **ægrotus** Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 215). Isla *Cebú (Elera)*.

albomaculatus Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 113). Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **Amadis** Martini (Kiener, *Conus*, lám. 41, fig. 1). Isla de *Marinduque (Elera)*.

* **Ammíralis** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 21, figs. 1, 1 a y 1 b). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **arachnoideus** Gmelin (Reeve, *Conus araneosus*, fig. 44). *Filipinas (Reeve)*.

* **arenatus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 10, fig. 1). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Cebú*.—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

Aristophanes Duclos (Sowerby, *Conus*, figs. 81 y 82). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.

attenuatus Reeve (Reeve, *Conus*, lám. 47, fig. 263). *Filipinas (Cuming)*.

* **aulicus** Linné *(Encyclop. method.*, lám. 343, figs. 3 y 4). Islas de *Cebú* y de *Mindanao*.

* **auratus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 86, fig. 2). Isla de *Marinduque (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

aureus Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 82, fig. 2; Reeve, *Conus*, fig. 196). *Filipinas (Cuming)*.

* **balteatus** Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 71). Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Bandanus** Hwass (Sowerby, *Conus*, fig. 8). *Filipinas (Cuming)*.

* **Bernardii** Kiener (Kiener, *Conus*, lám. 10, fig. 2; Var. *Conus Gubba*, Kiener, lám. 104, fig. 1).—Isla de *Luzón*.—Dapitan *(Elera)*, en la isla de *Mindanao*.

* **betulinus** Linné *(Encyclop. method.*, lám. 333 y 334, figura 8). Zamboanga *(Martens*, etc.) y Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Islas de la *Paragua* y *Balabac*.

* **bœticus** Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 226). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Luzón (Elera)*.

* **bullatus** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 58, fig. 2). Morón *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Bohol (Elera).*—Caraga, en la isla de *Mindanao.*—Barrio de Asán, en la isla de Guam, *Marianas.*

cancellatus Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 76, fig. 4). *Filipinas (Kobelt).*—Isla de *Luzón (Elera).*

* **canonicus** Hwass (Reeve, *Conus,* fig. 165). Isla de *Cebú.*

* **Capitaneus** Linné (Sowerby, *Conus,* fig. 176 y Kiener, *Conus,* lám. 20, fig. 1). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Catanduanes.*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, en la isla *Basilán.*—Isla Cuyo, en las islas *Calamianes.*—Isla de la *Paragua.*—Barrio de Sumay en Agat, en la isla de Guam, *Marianas.* Var. **sulphureus** (Sowerby, *Conus,* fig. 177). Isla de *Cebú.*

carinatus Swainson (Sowerby, *Conus,* fig. 495). *Filipinas* (Sowerby). **Museo.**

* **Catus** Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 43, fig. 1). Isla de *Luzón (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Tandag, en la isla de *Mindanao.*—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas.*

cerinus Reeve (Reeve, *Conus,* fig. 283). Isla de *Mindanao (Cuming).*

* **Ceylanensis** Hwass (Sowerby, *Conus,* figs. 139 á 141). Islas de *Samar* y de *Cebú. (Elera).*

* **cinctus** Swainson (Sowerby, *Conus,* fig. 231). *Filipinas (Sowerby).*—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera).*

* **cinereus** Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 46, fig. 1; lám. 74, fig. 4, *Conus Gabrielii).* Manila *(Besser),* Mariveles y Ternate, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Bohol.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de la *Paragua.*

cingulatus Lamarck (Kiener, *Conus,* lám. 93, fig. 2). *Filipinas (Tryon).*—Isla de *Cebú (Elera).*

Circæ Chemnitz (Sowerby, *Conus,* fig. 513, 514 y 525). *Filipinas (Cuming).*

* **circumcisus** Born (Sowerby, *Conus,* fig. 562; Kiener, lámina 62, fig. 1 a, *Conus Dux).* Talavera en Tagana-an é isla Calumangán, en la isla de *Mindanao.*

* **citrinus** Gmelin (Sowerby, *Conus*, fig. 70). ***Filipinas.***

* **clavus** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 87, fig. 2). ***Filipinas*** *(Cuming).*

cocceus Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 417). ***Filipinas*** *(Sowerby).*

* **coccineus** Gmelin (Sowerby, *Conus*, figs. 538 y 539). **Isla** de *Luzón (Cuming).*—Isla de *Mindoro (Elera).*

collisus Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 459). ***Filipinas*** *(Kobelt).*

connectens A. Adams (Sowerby, *Conus*, fig. 230). ***Filipinas*** *(Cuming).*

* **consors** Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 492). ***Filipinas*** *(Cuming).*—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera).*

crocatus Lamarck (Sowerby, *Conus*, figs. 588 y 589). **Matnog** *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Samar (Elera).*

Cumingi Reeve (Reeve, *Conus*, supl. fig. 282). **Isla de** ***Mindanao*** *(Cuming).*

* **cylindraceus** Broderip (Sowerby, *Conus*, figs. 527 y 528). *Filipinas (Cuming).*

* **distans** Hwass (Sowerby, *Conus*, figs. 28 y 29). **Manila** *(Föhl)*, Matnog *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **eburneus** Hwass (Reeve, *Conus*, fig. 106). **Manila** ***(Meyen)***, en la isla de *Luzón.*—Laylay, en la isla de ***Marinduque.***—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Isla *Malanipa (Watson).*—Isla *Balabac.*—Aspurguan en la isla de Guam, ***Marianas.***

* **emaciatus** Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 214). **Bagac**, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Islas de ***Lubán*** y de *Romblón.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **episcopus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 91, fig. 1). **Dapitan**, en la isla de *Mindanao.*

* **ermineus** Born (Reeve, *Conus*, fig. 20). **Isla de** ***Ticao*** *(Cuming).*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Isla de ***Cebú (Elera).***

* **fasciatus** Martini (Sowerby, *Conus*, figs. 487 á 489). **Isla** de la *Paragua (Elera).*

* **festivus** Chemnitz (Sowerby, *Conus*, fig. 272). Isla de *Capul (Cuming)*.

* **figulinus** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 28, fig. 1). Isla *Marinduque (Elera)*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Isla de *Cebú*.—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de San Rafael y Cumalaráng, en la isla de *Basilán*. Archipiélago de *Joló*.—Isla *Cuyo*.—Isla de la *Paragua*.

* **flavidus** Lamarck (Sowerby, *Conus*, fig. 168). Bagac, provincia de Batasán, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Mindoro* y *Samar (Elera)*.=Isla Balagnan, Zamboanga, Tandag y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

floccatus Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 500). Matnog *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

fucatus Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 308). *Filipinas (Cuming)*.

fulmen Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 351). Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **furvus** Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 69). Islas de *Ticao* y *Masbate (Cuming)*. — Isla de *Samar (Elera)*. — Isla *Cuyo*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **fuscatus** Born (Sowerby, *Conus*, fig. 3). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Generalis** Linné (Reeve, *Conus*, fig. 48). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Islas de *Cebú* y *Balabac*.

* **geographus** Linné (Reeve, *Conus*, fig. 130). Isla *Marinduque*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Saranganí*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Glans** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 80, fig. 1). Morón, en la isla de *Luzón*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla *Alabat*.—Isla de *Cebú*.—Islas Balagnan y Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

* **glaucus** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 25, fig. 2). Isla *Marinduque (Elera)*.—Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Cuyo*.

Gloria maris Chemnitz (Chenu, *Man. Conchyl.*, I, fig. 1.525;

Melvill, *Notes subg. Cylinder,* fig. 2). Jacna *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú (Elera).*

Especie rarísima, y de la cual sólo se conocen hasta ahora una docena de ejemplares. Hace unos cincuenta años el marino español Gilly encontró en las Filipinas, después de un vaguio, un ejemplar bien conservado, que regaló á un Sr. Elizalde, de Cádiz, el cual lo vendió á un comerciante francés de objetos de historia natural. M. Möllendorff compró, hace poco, otro ejemplar que existía en una colección de un tagalo residente en Cebú. He visto en París, en la colección de mi amigo Mr. Dautzenberg, otro *Conus Gloria maris* de tamaño regular, pero bien conservado.

* **granifer** Reeve (Sowerby, *Conus,* figs. 109 y 110). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Luzón (Elera).*

* **hebrœus** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 4, fig. 2). Manila *(Lischke);* Bagac, prov. de Bataán; Bolinao, prov. de Zambales; Nasugbú, prov. de Batangas; Puerto Currimao, provincia Ilocos Norte, en la isla de *Luzón (Jagor).*—Islas *Alabat* y *Lubán.*—Sabán, en la isla *Marinduque.*—Isla de *Cebú.*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Romblón.* Islas de Tinago, Balagnan y Saguisí, Surigao, Zamboanga y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac.*—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **imperialis** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 5, fig. 1). Islas de *Cebú* y *Cuyo.*

* **insculptus** Kiener (Kiener, *Conus*, lám. 99, fig. 2). *Filipinas (Kobelt).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **interruptus** Mawe (Sowerby, *Conus*, figs. 43 y 44). *Filipinas.*

iodostoma Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 159). Isla de *Cebú (Elera).*—Zamboanga *(Kobelt),* en la isla de *Mindanao.*

* **Janus** Hwass Sowerby, (*Conus*, fig. 478). *Filipinas (Kobelt).*

* **lacteus** Lamarck (Reeve, *Conus*, fig. 234). *Filipinas.*

* **legatus** Lamarck (Kiener, *Conus*, lám. 89, fig. 3). *Filipinas (Cuming).*

* **leucostictus** Gmelin (Sowerby, *Conus*, figs. 35 y 36). *Filipinas (Sowerby).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **lignarius** Reeve (Kiener, *Conus*, lám. 27, fig. 3). Taclobán *(Cuming)*, en la isla de *Leyte.*—Catbalogán, en la isla de *Samar.*—Islas de *Cebú* y de *Panay.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Archipiélago de *Joló.*

* **lineatus** Chemnitz (Reeve, *Conus*, fig. 131). Bagac, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón.*— Isla *Cuyo.*—Isla de la *Paragua (Elera).*—Isla *Balabac.*

* **litteratus** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 19, fig. 1). Tayabas *(Elera)*, Mariveles, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Siasi.*—Isla *Cuyo.*

* **lividus** Hwass *(Encycl. method.*, lám. 321, fig. 5). Morón, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Romblón.*—Isla de *Ticao (Elera).*—Quinuguitan y Salay, provincia Cagayán de Misamis, Tandag, en la isla de *Mindanao.*— Barrio de Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas.*

longurionis Kiener (Kiener, *Conus subulatus* non Reeve, lám. 92, fig. 6). *Filipinas (Paetel).*

* **Loroisi** Kiener (Kiener, *Conus*, lám. 65, fig. 1). Bahía de Dalawan, en la isla *Balabac.*

* **luteus** Broderip (Reeve, *Conus*, fig. 91). *Filipinas.*

maculosus Sowerby (Sowerby, *Thes.*, fig. 296. *Conus maculatus).* Isla de *Capul (Cuming).*—Isla de *Samar (Elera).*—**Museo.**

* **magnificus** Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 592). Matnog *(Cuming)* en la isla de *Luzón.*

* **Magus** Linné (Sowerby, *Conus*, figs. 510 á 512. Var. *Conus Consul* Boivin. *Journ. Conch.*, 1864, lám. 1, figs. 5 y 6). Mambulao, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Lubán* y de *Cebú.*—Zamboanga *(Martens*, etc.), Isla Saguisí, Placer y Surigao, en la isla de

Mindanao.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló.*

* **Maldivus** Hwass (Reeve, *Conus,* fig. 185). Isla de *Cebú.*

* **marmoreus** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 2, fig. 1). Legaspi, prov. de Albay *(Jagor),* Mambulao, prov. Camarines Norte; Mariveles, prov. de Zambales, Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón.* — Islas *Alabat* y *Lubán.*—Isla Balanacan, en la isla *Marinduque.*— Looc, en la isla de *Tablas.*—Isla de *Cebú.*—Isla Saguisí, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Siasi.*—Isla *Tavi-Tavi.*

Mighelsi Kiener (Kiener, *Conus,* lám. 103, fig. 1). *Filipinas (Paetel).*—Isla *Balabac (Elera).*

* **Miles** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 38, fig. 2). Vigán, prov. Ilocos Sur y Nasugbú, prov. Batangas, en la isla de *Luzón.*—Looc, en la isla de *Tablas.*—Isla de *Cebú (Elera).* —Isla de *Negros.* — Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* — Isla *Cuyo.* — Bahía de la isla *Balabac.* — Aspurguan en la isla de Guam, *Marianas.*

* **miliaris** Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 13, fig. 1). Isla de *Ticao (Elera).*—Tandag, en la isla de *Mindanao.*—Isla Rita, Bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua.*—Isla *Balabac (Elera).*—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **millepunctatus** Lamarck (Reeve, *Conus,* fig. 178). Isla de *Mindoro.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de Guam, *Marianas.*

Mindanus Hwass (Sowerby, *Conus,* figs. 86 á 88). Isla de *Mindanao (Hwass).* No ha sido encontrado por Cuming.

* **minimus** Linné (Reeve, *Conus,* fig. 143). Manila *(Paetel),* Bagac *(Elera),* Morón, prov. de Batáan y Ternate, provincia de Cavite, en la isla de *Luzón.*—Islas *Alabat* y *Lubán.*—Laylay en Boac, en la isla *Marinduque.*—Isla de *Masbate.*—Catbalogán, en la isla de *Samar.*—Isla de *Cebú.*—Pototan, en las islas *Visayas.*—Dapitan, Isla Saguisí y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Cuyo.* —Isla Rita y Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

—Isla *Balabac*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **mitratus** Hwass (Reeve, *Conus*, fig. 100). Isla *Alabat*.—Isla *Ticao (Cuming)*.

* **Moluccensis** Chemnitz (Kiener, *Conus*, lám. 75, fig. 2). Isla Saguisí y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **Monachus** Linné (Sowerby, *Conus*, fig. 506). Isla de *Cebú*.

* **Monile** Hwass (Sowerby, *Conus*, fig. 178). Mambulao, provincia Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Samar (Elera)*.

mucronatus Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 204; Junior, *Conus orbitatus*, Reeve, fig. 156). Islas de *Burias*, *Siquijor* y *Panay (Cuming)*.—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera)*.

muriculatus Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 89). Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **musicus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 13, fig. 6). Tayabas, Bagac, prov. de Bataán y Bahía de Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat*, *Lubán*, *Masbate* y *Romblón*.—Davao ó isla Jinituan, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

* **mustelinus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 20, fig. 2). Islas de *Lubán* y de *Cebú*.—Isla *Ticao* (*Cuming*).—Dauis, en la isla de *Bohol (Cuming)*.—Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **nemocanus** Hwass (Sowerby, *Conus*, figs. 152 y 153). *Filipinas (Cuming)*.

Neptunus Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 30). Jacna *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.

* **Nicobaricus** Hwass (Reeve, *Conus*, fig. 41). *Filipinas*.

nigropunctatus Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 342). Islas de *Luzón* y de *Mindoro (Elera)*.—Islas *Marianas (Kobelt)*.

nitidus Reeve (Reeve, *Conus*, fig. 266). *Filipinas (Sowerby)*. Según Gruner en las Antillas.

* **Nisus** Chemnitz (Sowerby, *Conus*, figs. 470 y 471). Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla *Malanipa (Watson)*.

Conus

* **nobilis** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 49, fig. 1). Isla *Cuyo.* Isla de la *Paragua.*

nucleus Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 529). Matnog *(Cuming),* Batangas *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **Nussatella** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 53, fig. 2). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*—Pototan, en las islas *Visayas.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán.*

oblitus Reeve (Reeve, *Conus elongatus* non Chemnitz, fig. 157). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Luzón (Elera).*

obscurus Humphreys (Reeve, *Conus,* fig. 82). Isla de *Masbate (Cuming).*

* **omaria** Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 79, fig. 1). Isla de *Luzón (Elera).*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Cebú.*—Capiz, en la isla de *Panay.*—Surigao, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **Orbignyi** Audouin (Sowerby, *Conus,* fig. 368; ídem fig. 363. *Conus insculptus,* non Kiener). Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

papalis Weinkauff (Sowerby, *Conus coronatus,* Reeve non Dillwyn, fig. 136). Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **Parius** Reeve (Reeve, *Conus,* fig. 235). *Filipinas (Paetel).*

pastinaca Lamarck (Reeve, *Conus,* fig. 257). Isla de *Mindoro (Elera).* Especie no bien identificada, que tiene mucha analogía con el *Conus virgo* Linné.

* **pennaceus** Born (Reeve, figs. 177 a y b, *Conus omaria*). *Filipinas.*

peplum Chemnitz (Sowerby, *Conus,* fig. 13). *Filipinas (Kobelt).*

* **pertusus** Hwass (Sowerby, *Conus,* fig. 273). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Capul (Elera).*

* **pica** Adams y Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 291). *Filipinas.*

* **pigmentatus** Reeve (Reeve, *Conus,* supl. fig. 237). *Filipinas.*

planorbis Born (Sowerby, *Conus*, fig. 491). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*. **Museo.**

pulchellus Swainson (Reeve, *Conus*, fig. 53). *Filipinas (Sowerby)*.—Isla de *Luzón (Elera)*.

* **pulicarius** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 10, fig. 2). Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Agat, Playa de Toceha y Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* Var. **fustigatus** Hwass (Kiener, lám. 11, fig. 5). Isla de *Bohol*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **quercinus** Hwass (Sowerby, *Conus*, fig. 239). Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla *Malanipa (Watson)*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **radiatus** Gmelin (Kiener, lám. 60, fig. 2. *Conus Martinianus)*. Puteao, prov. de Albay *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.

* **raphanus** Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 83, fig. 5). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla Balagnan *(Elera)*, isla Tinago, Salay, prov. Cagayán de Misamis, Surigao, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.

* **rattus** Hwass (Sowerby, *Conus*, fig. 162). Bagac y Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Tandag, en la isla de *Mindanao*.

* **Reevei** Kiener (Kiener, *Conus*, lám. 44, fig. 2). *Filipinas*. No es variedad del *Conus Senator* como dice Sowerby, ni del *Conus daucus*, como suponen Tryon y Kobelt.

* **retifer** Menke (Sowerby, *Conus*, fig. 580). *Filipinas (Cuming)*.—Islas de *Marinduque* y de *Cebú (Elera)*.

rubiginosus Hwass (Kiener, *Conus*, lám. 82, fig. 1). *Filipinas*.

* **sanguineus** Kiener (Kiener, *Conus*, lám. 111, fig. 2). *Filipinas*.

* **scabriusculus** Chemnitz (Kiener, lám. 78, fig. 2. *Conus fabula)*. Isla de *Luzón (Cuming)*.—Islas *Lubán* y *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

Conus

* **Senator** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 27, fig. 1). Morón, prov. de Batasán, en la isla de *Luzón.*—Islas *Alabat, Mindoro, Lubán, Bohol* y *Cebú.* — Tagana-an y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*
* **Spectrum** Linné (Reeve, *Conus,* fig. 80.c.). Isla *Cuyo.*— Isla de *Mindanao (Elera).*— Canigarán en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

  spiculum Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 362). Cagayan *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*
* **sponsalis** Chemnitz (Reeve, *Conus,* fig. 109). Isla de *Mindoro (Elera).*—Islas Saguisí y Jinituan, en la isla de *Mindanao.*— Punta Balabac. en la isla *Balabac.*— Retillán, en la isla de Guam, *Marianas.*
* **stercus muscarum** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 58. fig. 3). Isla de *Mindoro (Elera).*— Islas *Marinduque* y *Cebú.*— Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao.*
* **striatus** Linné (Reeve, *Conus,* fig. 179). Nasugbú, prov. Batangas, en la isla de *Luzón.*—Islas *Alabat, Lubán* y *Mindoro.*—Laylay en Boac, en la isla *Marinduque.*— Badajoz, en la isla de *Tablas.* — Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*— Isla de la *Paragua.*—Agat, en la isla de Guam, *Marianas.*

  subulatus Kiener (Kiener, *Conus,* lám. 70, fig. 2). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindanao (Cuming).*
* **sugillatus** Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 50). Cauit, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Isla de Guam, *Marianas.*
* **sulcatus** Hwass (Sowerby, *Conus,* fig. 30). *Filipinas (Watson).*—Isla de *Mindoro (Elera).*
* **Sumatrensis** Lamarck (Sowerby, *Conus,* figs. 158 y 159). Isla *Cuyo.*
* **Suratensis** Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 246). Misamis *(Cuming)* en la isla de *Mindanao.*
* **tenuistriatus** Sowerby (Sowerby, *Conus,* figs. 532 y 533). *Filipinas (Cuming).*
* **terebellum** Martini (Kiener, lám. 34, fig. 2, *Conus tere-*

bra). La Unión, en la isla de *Luzón*.—Islas *Ticao* y *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Bohol (Elera)*.

terminus Lamarck (Sowerby, *Conus*, fig. 523). *Filipinas (Sowerby)*.

* **tessellatus** Born (Sowerby, *Conus*, figs. 250 y 251). Tayabas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Agat y Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **textile** Linné (Reeve, *Conus*, fig. 209). Manila *(Lischke)*, en la isla de *Luzón (Jagor)*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Masbate*.—Barrio, en la isla de *Cebú*.—Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **thalassiarchus** Gray (Reeve, *Conus*, fig. 8). Puteao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla *Cuyo*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Archipiélago de *Joló (Adams* y *Reeve)*.

trigonus Reeve (Sowerby, *Conus*, figura 205). *Filipinas (Tryon)*.

* **Tulipa** Linné (Kienner, *Conus*, lám. 12, fig. 2). Morón (*Elera*), en la isla de *Luzón*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

turbinatus Sowerby (Sowerby, *Conus*, fig. 227). *Filipinas (Paetel)*.—Isla de *Samar (Elera)*.

* **varius** Linné (Kiener, *Conus*, lám. 7, fig. 3). Isla de *Cebú*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **vermiculatus** Lamarck (Reeve, fig. 104, a, *Conus hebræus)* Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Marinduque (Elera)*.—Islas de *Lubán* y *Cebú*.—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

verriculum Reeve (Sowerby, *Conus*, fig. 570). *Filipinas (Sowerby)*.

* **vexillum** Martini (Kiener, *Conus*, lám. 34, fig. 1). Batangas *(Elera)*, Morón, prov. Bataán, en la isla de *Luzón*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Cuyo*.—Archipiélago de *Joló*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **vidua** Reeve (Reeve, *Conus,* fig. 45). Isla de *Capul (Cuming).*—Isla *Cuyo.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

vimineus Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 357). Isla de *Samar (Elera).*—Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

* **violaceus** Reeve (Sowerby, *Conus,* fig. 537). Matnog *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Masbate* (*Elera).*

* **Virgo** Linné (Kiener, *Conus,* lám. 36, fig. 1). Isla *Lubán.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Zamboanga y Tagana-an, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Saranganí.*—Isla de la *Paragua.*

* **viridulus** Lamarck (Sowerby, *Conus,* fig. 1). *Filipinas.*

* **vitulinus** Hwass (Kiener, *Conus,* lám. 22, fig. 1). Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla *Cuyo.*

Otras especies citadas:

Conus acuminatus Hwass. Borongan en Samar (Elera). Especie del Mar Rojo.

— *alveolus* Sowerby = **Conus Nisus.**

— *amabilis* Lamarck = **Conus festivus.**

— *Anemone* Lamarck. Filipinas (Kobelt, porque incluye el *C. maculatus);* Balabac (Elera). Especie de Australia.

— *araneosus* Hwass = **Conus arachnoideus.**

— *Architalassus* Dillwyn. Mindoro (Elera). Especie de Mauricio.

— *articulatus* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Mauricio.

— *atramentosus* Reeve = **Columbella atramentosa.**

— *aurantius* Hwass = **Conus leucostictus.**

— *australis* Chemnitz. Luzón (Elera). Especie de Australia.

— *Borneensis* Adams y Reeve. Balabac (Elera). Especie de Borneo.

— *cœlatus* A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *characteristicus* Chemnitz. Filipinas (Elera). Especie de las Antillas.

— *chytreus* Melvill. Filipinas (Elera). Especie de Amboina.

Conus concolor Sowerby. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *Consul* Boivin=**Conus magus.** var.
— *coronatus* Dillwyn=**Conus minimus.**
— *coronatus* Reeve non Dillwyn=**Conus papalis.**
— *corrugatus* Sowerby. Luzón (Elera). Especie de China.
— *Coxeni* Brazier. Manila (Elera). Especie de Australia.
— *crassus* Sowerby. Cebú (Elera). Especie de las islas Fidji.
— *dactylosus* Kiener. Filipinas (Elera). El autor no da localidad.
— *Deburghiæ* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de las Molucas.
— *Dux* Hwass=**Conus circumcisus.**
— *fabula* Sowerby=**Conus scabriusculus.**
— *floridulus* Adams y Reeve. Borongan en Samar (Elera). El autor no da localidad.
— *fulgurans* Hwass. Cebú (Elera). Los autores no dan localidad.
— *fustigatus* Hwass=**Conus pulicarius.** var.
— *Gabrielii* Kiener=**Conus cinereus.** var.
— *granulatus* Hwass non Linné=**Conus arenatus.**
— *Gubba* Kiener=**Conus Bernardii.** var.
— *Gubernator* Hwass. Samar (Elera). Especie de Mauricio.
— *Hwassi* A. Adams=**Conus interruptus.**
— *insculptus* Reeve non Kiener=**Conus Orbignyi.**
— *Lamberti* Souverbie. Samar (Elera). Especie de Nueva Caledonia.
— *lithoglyphus* Hwass=**Conus ermineus.**
— *Luzonicus* Hwass? Filipinas (Kiener). Especie de América.
— *maculatus* Sowerby=**Conus maculosus.**
— *Madurensis* Hwass. Cebú y Samar (Elera). Especie de Java.
— *Malaccanus* Hwass. Filipinas (Elera). Especie de Malaca.

Conus Martinianus Reeve = **Conus radiatus.**
— *mesokataros* Melvill. Filipinas (Elera). Variedad del *Conus arenatus*, según Tryon.
— *musivum* Broderip = **Conus legatus.**
— *mutabilis* Chemnitz. Mindoro (Elera). Vive en Bombay.
— *nanus* Broderip. Samar (Elera). Especie de las islas Sandwich.
— *Narcissus* Lamarck. Filipinas (Kiener). Especie de las Antillas.
— *nocturnus* Hwass. Filipinas (Elera). Especie de las Molucas.
— *nodulosus* Sowerby. Mindoro (Elera). Especie de Australia.
— *obesus* Lamarck (= *Ceylonicus* Chemnitz). Luzón (Elera). Especie de Ceilán.
— *ochroleucus* Gmelin = **Conus fasciatus.**
— *orbitatus* Reeve = **Conus mucronatus.** Junior.
— *papillaris* Reeve. Filipinas (Elera). El autor no da localidad.
— *primula* Reeve. Filipinas (Elera). El autor no da localidad.
— *Proteus* Hwass. Filipinas (Paetel). Especie de las Antillas.
— *punctatus* Chemnitz. Samar (Elera). Especie de Madagascar.
— *puncturatus* Hwass. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *pyramidalis* Lamarck. Cebú (Elera). Especie de Australia.
— *racemosus* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de las islas Sandwich.
— *regularis* Sowerby. Filipinas (Kiener). Especie de Panamá.
— *Rhododendron* Couthouy. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *rivularis* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de las Molucas.

Conus rutilus Menke. Luzón (Elera). Especie de Australia.
— *Siamensis* Hwass. Filipinas (Paetel). Del Océano asiático, según Reeve; pero más bien de la Costa occidental de Africa.
— *Solandri* Broderip = Conus coccineus.
— *solidus* Sowerby = Conus retifer.
— *sphacelatus* Sowerby. Bagac, Currimao, Marinduque, Balabac (Elera). El autor no da localidad. Elera le da, equivocadamente, como variedad del *Conus hebræus.*
— *stramineus* Lamarck = Conus Nisus.
— *straturatus* Sowerby. Samar (Elera). Especie de Borneo.
— *subcarinatus* Sowerby. Cebú (Elera). Vive en la isla de Nicobar.
— *sulciferus* A. Adams. Mindoro (Elera). Especie de Nueva Irlanda.
— *tegulatus* Sowerby. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *tenellus* Chemnitz. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *terebra* Born = Conus terebellum.
— *Thomasi* Sowerby. Bohol (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *tæniatus* Hwass. Luzón y Mindoro (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *undatus* Kiener. Mindoro (Elera). Especie del Océano Índico.
— *venulatus* Hwass. Filipinas (Reeve). Especie de Cabo Verde.
— *vittatus* Hwass. Filipinas (Watson). Especie de Panamá.
— *zonatus* Hwass. Filipinas (Elera). Especie de la isla de Nicobar.

PLEUROTOMIDÆ (1)

Género **Pleurotoma** Lamarck.

* **abbreviata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 86). Isla de *Masbate (Cuming*, etc.). — Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

armillata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 176). *Filipinas (Cuming).*

* **Babylonia** Linné (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 5). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Möllendorff*, etcétera).—Tagana-an, en la isla de *Mindanao.*

* **brevicaudata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 126). Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

* **cingulifera** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 1). *Filipinas (Reeve).*—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera).*

* **crispa** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 11). Isla de *Masbate (Cuming).*

* **cryptorraphe** Sowerby (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 7). Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.*

* **fascialis** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 24). Boac, en la isla de *Marinduque.*—Nauján, en la isla de *Mindoro.*—Islas de *Ticao* y de *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.* Quinuguitan, en la isla de *Mindanao.*

* **Garnonsi** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 4).—Isla de *Cebú (Cuming).*—Isla *Balabac.*—Isla de la *Paragua (Elera).*

* **grandis** Gray (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 13). *Filipinas (Kobelt).*

hastula Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 139). Isla de *Ticao (Smith).*

---

(1) Las especies de Filipinas que figuran en el catálogo de Paetel como *Pleurotoma*, *Defrancia* y *Daphnella*, se hallan todas incluídas en los diversos géneros que admito en esta familia.

* **marmorata** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 21). Isla de *Cebú (Möllendorff*, etc.).—Dapitan, en la isla *Mindanao*.

* **monilifera** Pease *(Jahrb. Malak. Gesells*, II, lám. 9, figuras 1 y 3). Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla *Balabac*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.

phymatias Watson *(Möll. Challenger*, lám. 26, fig. 2). *Filipinas (Watson)*.

picturata Weinkauff (Reeve, fig. 2. *Pleurotoma variegata*, non Kiener). Isla *Balabac*.—Isla de la *Paragua (Elera)*. —**Quadras**.

spectabilis Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 6). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla *Balabac*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.— **Quadras**.

* **tigrina** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 3). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Marinduque Elera)*.— Isla *Alabat*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Masbate*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.— Isla de *Mindanao*. *(Elera)*.—Isla *Sarangani*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Dalawan, en la isla *Balabac*.

undosa Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 18). Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

venusta Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 79). Isla de *Siquijor (Cuming)*.

violacea Hinds (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 186). *Filipinas (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Pleurotoma carinata Gray. Luzón y Cebú (Elera). Especie de China.

— *fagina* Adams y Reeve. Currimao en Luzón (Elera). Especie de China.

— *indica* Deshayes. Ilocos en Luzón (Elera). Especie de China.

— *jubata* Hinds. Luzón (Elera). Especie de China.

— *nodifera* Reeve=**Surcula Javana**.

— *oxytropis* Sowerby. Claveria en Luzón (Elera). Especie de Hong-Kong.

Pleurotoma Peaseana Dunker. Cebú (Elera). Especie del Océano Índico.

— *speciosa* Reeve. Tayabas en Luzón (Elera). Especie de China.

— *variegata* Reeve non Kiener=**Pleurotoma picturata.**

GÉNERO **Genotia** A. ADAMS.

atractoides Watson *(Möll. Challenger, Pleurotoma,* lámina 20, fig. 8). *Filipinas (Watson).*

GÉNERO **Surcula** H. Y A. ADAMS.

* **australis** Roissy (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 14). *Filipinas (Weinkauff).*

* **bijubata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 87). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*— Isla de *Burias (Cuming).*— Jinituan, en la isla de *Mindanao.* — Canigarán en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.* — Punta Balabac, en la isla *Balabac.*

* **cincta** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 99). Isla de la *Paragua.*

Deshayesi Doumet *(Magas. Zoologie, Moll.,* 1840, lám. 11). Manila *(Watson),* en la isla de *Luzón.*

dissimilis Watson *(Moll. Challenger, Pleurotoma,* lám. 26, fig. 3). Sudeste de *Filipinas (Watson).*

* **Javana** Linné (Reeve, fig. 28. *Pleurotoma nodifera). Filipinas (Watson).*

Otras especies citadas:

Surcula pyramis Hinds. Filipinas (Elera). Especie del Estrecho de Macassar. (Es *Mangilia.)*

— *tornata* Dillwyn. Filipinas (Elera). Especie de Java.

— *tuberculata* Gray. Ilocos en Luzón (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Drillia** GRAY.

alabaster Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 65). Isla de *Siquijor (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

* **auriculifera** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 69). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Koch*, etc.).

* **Becki** Reeve (Chemnitz, 2.ª edic., *Pleurotoma*, lám. 13, fig. 4). Bauang *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Loon *(Koch)*, en la isla de *Bohol*.—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

* **bilineata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 225). Islas de *Mindoro* y de *Capul (Cuming)*.

* **Cagayanensis** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 329). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac (Elera)*.

cantharis Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 272). Isla de *Romblón*.—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Sibonga *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Isla *Balabac*.

* **cerithina** Antón (Reeve, fig. 138, *Pleurotoma digitale)*. Manila *(Meyen)*, Morón, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Agcalatao en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla de *Ticao (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **coffea** Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1882, pág. 209). *Filipinas (Cuming)*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán* Isla de *Romblón (Elera)*.—Isla de *Lugbón*.—Isla de *Bohol (Koch)*.—Isla de *Cebú (Möllendorf)*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

corusca Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 89). Isla de *Capul (Cuming)*.

dejecta Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1888, pág. 30 6) *Filipinas (Smith)*.

exilis Pease *(Amer. Journ. of Conch.*, III, 1867, lám. 15,

Drillia

fig. 19). Badajoz y Costa de Calatrava al Salado, en la isla de *Tablas*.—Isla *Lugbón*.—Isla de *Siquijor (Möllendorff*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Isla *Balabac*.

formosa Reeve (Reeve, fig. 331. *Pleurotoma tessellata*, non Hinds) Isla de *Capul (Cuming)*.—Agat *(Elera)* en la isla de Guam, *Marianas*.

fusconitens Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, página 208, lám. 22, fig. 3). Isla de *Cebú (Koch)*.

* intertincta Smith (Chemnitz, 2.ª edic., *Pleurotoma*, lám. 22, fig. 8. a). *Filipinas (Smith)*.—Isla de *Cebú*.

* latisinuata Smith (Watson, *Möll. Challenger*, lám. 18, fig. 6). *Filipinas (Watson)*.—Isla de *Cebú*.

(Continuará).

XXXI.—Consecuencias que pueden deducirse de la coexistencia de dos campos de fuerza en los hilos recorridos por corrientes continuas (1).

Por Demetrio Espurz.

(Segunda Nota.)

Es por demás sugestivo el hecho de que el nacimiento de una corriente eléctrica en un alambre origine el nacimiento simultáneo de un campo de fuerza, el cual, á su vez, abordando á un hilo neutro, excita en él una corriente, llamada de inducción, idéntica en sus propiedades esenciales á la primera. Tenemos aquí una causa y un efecto cuyos papeles se invierten un momento después. Esto hace pensar que esa causa y ese efecto son en esencia de igual naturaleza.

(1) Véase pág. 255.

En la Nota anterior aludíamos al concepto que Maxwell tenía de la línea de fuerza, nacido en gran parte de la consideración de los delicados fenómenos de la rotación electromagnética de la luz. Si la corriente eléctrica consistiese en un flujo de éter en sentido de los potenciales decrecientes que voltease á la vez de izquierda á derecha pasando por encima, mirando en ese mismo sentido, tendríamos precisamente una estructura y clase de movimiento idénticas á las que Maxwell llegó á concebir para las líneas de fuerza.

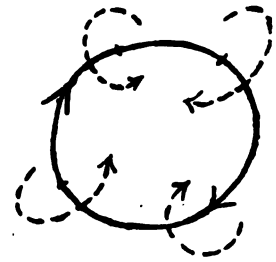


Fig. 1.ª

Por un procedimiento sencillísimo vamos á llegar á este mismo resultado, partiendo del supuesto de que la corriente tenga la estructura de torbellino ya mencionada.

Sea primeramente un solenoide de sección recta infinitamente pequeña (fig. 1.ª), cuyas espiras sean recorridas por la corriente en un sentido dado, por ejemplo, el mismo en que circulan las agujas del reloj. En este supuesto, los dos movimientos componentes del éter serán los que se indican en la figura por los dos sistemas de flechas. Es de evidencia que el éter que ocupe el espacio central del solenoide será empujado, según el eje de éste, de delante atrás, y obligado á la vez á girar en el sentido de las agujas del reloj. La cara anterior del solenoide será la Sur, y la posterior la Norte. Tendremos, pues, organizada una línea de fuerza que avanzará de delante atrás, girando á la vez de derecha á izquierda, pasando por encima, mirando en el sentido en que avanza.

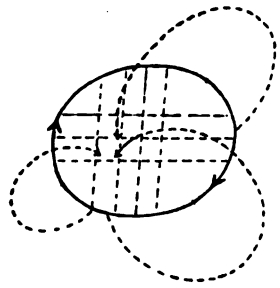


Fig. 2.ª

Sea ahora un solenoide de sección finita, en el que la corriente circule como en el caso anterior (fig. 2.ª); dividiendo esa sección en elementos superficiales por dos sistemas de paralelas, vese que,

por cada elemento, penetrarán líneas de fuerza, de distintos radios en general, y, por consiguiente, de intensidades diversas que concurrirán á que circule el éter por el canal embocado por el elemento, en igual forma que en el primer caso, si, como es de suponer, la corriente arrastra más ó menos á las sortijas.

Como se ve, al resultado anterior hemos llegando partiendo del supuesto de que las líneas de fuerza anulares eran puramente lineales; pero, si á su vez estas líneas estuvieran organizadas en torbellino, el flujo de éter por los canales, en la forma dicha, sería todavía más evidente.

Sea, por último, una corriente que invade un hilo rectilíneo. Sabemos que las corrientes que se establecen ó cesan en una fracción de segundo insignificante se propagan por las capas superficiales del hilo, y sólo cuando aquella fracción es algo considerable invade la corriente la totalidad de la sección recta del alambre. Sabemos también que estos fenómenos, y en general todos los de inducción, se pueden considerar mecánicamente como fenómenos de inercia.

Se trata, pues, de lanzar en un alambre, de un modo brusco, una corriente eléctrica, la cual no debe quedar establecida hasta que el éter estancado dentro del alambre sea expulsado al exterior ó sea puesto en movimiento de igual modo que el éter de la corriente, cosas ambas que exigen sea vencida la inercia de ese éter, y probablemente la de otras masas externas al hilo.

Imaginemos que en el trozo A B de alambre (fig. 3.ª), estén representadas las fases todas del establecimiento de la corriente, cuya intensidad deberá obedecer sensiblemente á la fórmula

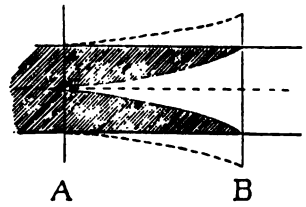


Fig 3.ª

$$i_t = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right) \quad (1)$$

(1) (E, tensión impulsora; R, resistencia del circuito; L, autoinducción de éste; t, tiempo de la corriente, y e, base de los logaritmos neperianos.)

en los puntos para los cuales el tiempo de establecimiento sea

$$t = \frac{x}{v}$$

(x, distancia del punto al plano B; v, velocidad de propagagación de la cabeza de la corriente).

Si para mayor sencillez suponemos que la densidad de la corriente es igual á 1, los valores de i_t, entre los planos A y B, vendrán dados por los mismos números que las áreas de las coronas limitadas por las circunferencias de radios r, del alambre, y r_t, que limita por el interior la corriente, entendiendo que este radio se refiere á la corona cuya posición viene dada por

$$x = v \,.\, t.$$

Se tendrá, por lo tanto,

$$i_t = \pi\,(r^2 - r_t^2),$$

y suponiendo conocida i_t por la (1)

$$r_t = \sqrt{r^2 - \frac{i_t}{\pi}}\,;$$

que nos permitirá construir por puntos las curvas que limitan interiormente la corriente en la sección meridiana del hilo.

Si suponemos disparado bruscamente el flujo eléctrico propio del régimen permanente, será menester que se propague por el exterior un volumen de él igual al del espacio interior del hilo no invadido por la corriente. Así resultará que la cabeza de ésta parecerá que presenta la boca de un embudo, que tenderá á llevar delante de sí al éter primitivamente estancado en el alambre. Buena parte de ese éter podrá ser expulsado al exterior, filtrando por la superficie metálica del alambre, á distancia mayor ó menor de la boca del embudo, por efecto de la brusca compresión á que se halla sometido, y no sin que participe del mismo movimiento de rotación que tiene la corriente.

Aparte de esto, el flujo externo podrá perder de un modo más ó menos rápido las espiras de mayor desarrollo, obligadas por el gran rozamiento con el medio exterior á desprenderse del cuerpo del embudo, cuyo desgaste incesante y su regeneración, merced á las espiras posteriores, distendidas por la incesante inercia del éter todavía inmóvil que la cabeza de la corriente encuentra al propagarse, podría explicar el curioso fenómeno de que la velocidad de la cabeza parece ser notablemente inferior á la del cuerpo de la corriente (1).

Tanto las espiras procedentes del éter expulsado como las que puedan desprenderse de la cabeza de la corriente, distendidas éstas por la causa que se ha dicho y aquéllas por la fuerza centrífuga, vendrán bien pronto á ceñir el cuerpo de la corriente, cuyo movimiento de traslación excitará, por rozamiento, uno de rotación en el grueso de la espira, cuyo sentido será evidentemente desde el plano posterior de la espira al anterior pasando por el interior de ella y terminando la vuelta por el exterior.

Ya transformadas en torbellinos las espiras que ciñen la corriente, esta misma se encarga de entretener el volteo de ellas y la rotación en el grueso de la espira, quedando convertidas en líneas de fuerza de forma sensiblemente anular y de estructura idéntica á las antes examinadas.

Las líneas de fuerza en general ofrecen cierta resistencia á ser desbaratadas y aun simplemente deformadas, pues poseen en alto grado la propiedad de conservación que Helmholtz asigna á los torbellinos formados en el seno de fluidos perfectos (desprovistos de rozamiento interior) (2). Merced á esa propie-

---

(1) Se quiere explicar también ese fenómeno diciendo que la cabeza se propaga con la velocidad misma que el resto de la corriente, sólo que, por ser débil, no afecta á los instrumentos de observación. Sin embargo, aumentando la sensibilidad de éstos, y también la intensidad de la corriente, se podría ver hasta qué punto es aceptable esa explicación.

(2) Sea un sistema de moléculas que forman una curva cerrada C_0 en un instante dado; si las coordenadas de esas moléculas

dad, la energía de entretenimiento del campo que la corriente habrá de facilitar será muy escasa mientras no haya causas que tiendan á deformarle ó desbaratarle. El campo resulta ser depositario de una cierta cantidad de energía (la llamada *intrínseca*), que nosotros compararemos á la de los volantes de las máquinas en movimiento cuyo papel es regular, y dulcificar las brusquedades de la fuerza propulsora, conteniéndola en sus impetuosos arranques y supliéndola en sus momentos de decaimiento, todo ello por puras leyes de inercia.

Las líneas de fuerza, además, cuando ejercen acciones atractivas, si son abiertas, se las ve (merced á los espectros) enderezarse hacia el campo aparentemente atraído, haciendo presa en él, y deben avanzar atornillando, engulléndose á la vez un filamento material por un efecto de succión que es propio de

---

varían de un modo continuo, el conjunto de éstas seguirá formando curvas cerradas, y en cada curva, tal como C, se tendrá:

$$\int_C (u\,dx + v\,dy + w\,d\zeta) = \text{const.};$$

en la que el paréntesis puede mirarse como el trabajo elemental de una fuerza numéricamente igual á la velocidad de una de las moléculas de la curva C, cuyas componentes y coordenadas son u, v, w y x, y, z, respectivamente, en un instante dado.

El teorema anterior, dado por Helmholtz sólo para líquidos perfectos, se ha generalizado á todos los fluidos de este carácter por la expresión siguiente:

$$\int_C (u\,dx + v\,dy + w\,dz) = 2 \int_A d\omega\,(l\,d\xi + m\,\eta + n\,\xi) = \text{const.}$$

representando el primer miembro lo mismo que antes, y siendo el segundo la integral extendida al área A de la superficie del torbellino encerrada en la curva C, área de la cual es $d\omega$ un elemento, l, m, n los cosenos directores de su normal y ξ, η, ζ, las componentes de la rotación de ésta alrededor de los ejes coordenados. La segunda expresión, ligeramente modificada por Helmholtz en la forma, se debe á Stokes.

los torbellinos, y que se explica sencillamente por la considerable diferencia de presión que hay entre el espacio interior enrarecido de éter y el medio ambiente. Si los cuerpos que aparentemente se atraen están fijos, la línea de fuerza se atiranta, y todo esfuerzo para aplastarla debe provocar una reacción normal al eje, que causará al exterior los efectos de una presión interna. Las atracciones con líneas abiertas no parecen realizarse sino cuando los filamentos materiales engullidos por los torbellinos ofrecen un camino particularmente expedito para su propagación: algo así como un alambre conductor.

Si la línea de fuerza es de las que suelen llamarse anulares, aunque realmente sean espirales, hechas planas por la necesidad de que la distribución y circulación del campo sea todo lo regular posible, los fenómenos de aparente atracción (por ejemplo, entre dos alambres paralelos recorridos por corrientes de igual sentido), parecen ser debidos á que las espiras del uno acaballan al otro, y en su movimiento de volteo tienden á enlazarlo más y más y á retenerlos juntos, formando con sus campos concordantes un solo campo y con sus corrientes una sola.

En cambio los fenómenos de aparente repulsión parecen originados por la simple deformación de las líneas de fuerza que encuentran obstáculos para propagarse dentro del cuerpo repelido, bien sea por las condiciones físicas de éste, ó bien porque de él emane un campo de sentido opuesto al que tiende á abordarle; la tendencia de las líneas de fuerza á recobrar su forma primitiva (por simple reacción de inercia), debe obligar á distanciarse á los cuerpos, dejando entre ellos mayor espacio para que los campos tengan libertad para desplegarse con la mínima deformación posible.

XXXII.—Catálogo de los moluscos testáceos de las islas Filipinas, Joló y Marianas (1).

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO.

GÉNERO **Drillia** GRAY.

(Continuación).

Mindanensis Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1877, página 493). Isla de *Mindanao (Smith).*

multicostellata Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1888, pág. 306). *Filipinas (Smith).*

* **nigrozonata** Weinkauff (Reeve, *Pleurotoma vidua*, non Hinds, fig. 192). Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla de *Masbate (Cuming).*

nitens Hinds (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 189). Isla de *Cebú (Möllendorff).*

nodilirata Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1877, pág. 494). *Filipinas (Smith).*

opalus Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 274. Isla de *Mindoro (Elera).*— Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

Paria Reeve. (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 334). Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

pica Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 61). Isla de *Capul (Cuming).*

pulchella Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 180). *Filipinas (Tryon).*—Islas de *Mindoro*, *Capul* y *Ticao (Elera).*

putillus Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 219). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*—Calapán *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*

---

(1) Véase págs. 153 y 269.

Drillia

Quadrasi Boettger *(Nachr. Malak. Gesells,* 1895, pág. 9) Isla de *Cebú (Möllendorff, etc.)*—(Quadras.)

Sinensis Hinds (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 153). *Filipinas (Dunker).*—Isla de *Cebú.*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.* —(Quadras.)

Spectrum Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 222). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*

Tayloriana Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 366). Isla de *Cebú.*—(Quadras.)

* **unizonalis** Lamarck (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 113). Morón, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Romblón.*—Isla de *Masbate (Cuming).*—Loon *(Koch)*, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú.*

* **varicosa** Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 141). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Calapán *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*

vibicina Helbling, fide Martens (Reeve, *Pleurotoma interrupta*, fig 51). Mariveles *(Jagor)*, en la isla de *Luzón.*

vittata Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 205). *Filipinas (Smith* fide Boettger).

Otras especies citadas:

Drillia acuminata Mighels. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

— *Barkliensis* H. Adams. Filipinas (Elera). Especie de la isla Mauricio.

— *crassa* Reeve. Filipinas (Paetel y Elera). Paetel indica Jay, *Cat.*, pág. 325, y en dicha página no consta tal especie.

— *crenularis* Lamarck. Cebú (Elera). Especie de Australia.

— *flavidula* Lamarck. Batangas en Luzón (Elera). Especie de Hong-Kong.

— *Gibsi* Gray. Filipinas (Paetel y Elera). No sé dónde se ha publicado esta *Drillia.*

— *Griffithi* Gray. Filipinas (Paetel). El autor no da localidad.

Drillia impages Adams. Luzón (Elera). Especie de China.
— *incisa* Carpenter. Filipinas (Paetel). Especie de Puget's Sound.
— *Japonica* Lischke. Filipinas (Elera). Especie del Japón.
— *obliquata* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Singapur.
— *robusta* Hinds. Cagayán de Luzón (Elera). Especie de Australia.
— *subsela* (err. tipogr.) Paetel y Elera = **Clathurella subula.**
— *vexillum* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *vidua* Reeve non Hinds = **Drillia nigrozonata.**

GÉNERO **Borsonia** BELLARDI.

armata Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.*, 1895, pág. 11). Manila, en la isla de *Luzón.*—(Quadras.)

GÉNERO **Mangilia** RISSO.

abyssicola Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 30). Isla de *Mindanao (Cuming).*

angicostata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 327). Isla Jinituan, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

* **angulata** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 62). Manila *(Cuming*, etc.), en la isla de *Luzón.*

castanea Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 48). Isla de *Burias (Cuming).*

cavernosa Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 8). Isla *Ticao (Cuming).*

cincta Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 69). Manila, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Bohol (Cuming).*—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes.* Me parece distinta la *Mangelia nana*, reunida á esta especie por Tryon.—(Quadras.)

Mangilia

edentula Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.,* 1895, **pág.** 12). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—(**Quadras.**)

funebris Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 32). Isla *Ticao (Cuming).*

* **hexagonalis** Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 293). Loay *(Cuming),* en la isla de *Bohol.*

lemniscata Nevill (Tryon, *Man. Conch.,* VI, lám. 15, fig. 28). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—(**Quadras.**)

- **livida** Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 28). Isla *Ticao (Cuming).*

maculata Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 22). Isla *Ticao (Cuming).*

nana Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 71). Isla de *Mindanao (Cuming).*—Isla de *Mindoro (Paetel).*

pallida Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 34). Isla *Ticao (Cuming).*

pessulata Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 38). *Filipinas (Cuming).*—Ternate, prov. Cavite, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lugbón.*—Isla Balauan y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—(**Quadras.**)

pura Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 63). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—(**Quadras.**)

pyramidalis Reeve (Reeve, *Mangelia,* lám. 5, fig. 13). Puerto Galera, en la isla de *Mindoro (Cuming).*

Quadrasi Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.,* 1895, página 15). Islas *Catanduanes* y *Balabac.*—Isla de la *Paragua (Elera).*—(**Quadras.**)

* **Reeveana** Deshayes *(Moll. Reunion, Pleurotoma,* lám. 12, figs. 5 á 7). Bagac, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lugbón.*—Isla de *Romblón (Elera).*

semen Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 333). San Nicolás *(Cuming),* en la isla de *Cebú.*

trizonata Smith *(New spec. Pleurotomidæ,* 1882, página 215). Sibonga *(Cuming),* en la isla de *Cebú.*

vitrea Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 300). Isla de *Mindanao (Cuming).*

Otras especies citadas:

Mangilia Carpenteri Folin. Filipinas *(Elera)*. Especie del Océano Pacífico.
— *crassilabrum* Reeve = **Cithara Reevei.**
— *Godfroidi* Folin. Filipinas (Elera). Especie del Océano Pacífico.
— *gracilenta* Reeve = **Clathurella gracilenta.**
— *hexagonalis* Elera, partim = **Clathurella obeliscus.**
— *imperfecta* Folin. Filipinas (Elera). Especie del Océano Pacífico.
— *leucolabrata* Folin. Filipinas (Elera). Especie del Océano Pacífico.
— *vittata* Reeve, fig. 14 = **Cithara obesa.**
— *vittata* Reeve, fig. 53 = **Raphitoma exquisita.**

GÉNERO **Cithara** SCHUMACHER.

bicolor Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 31). Isla *Ticao (Cuming).*

capillacea Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 10). Isla de *Burias (Cuming).*

cinnamomea Hinds (Reeve, *Mangelia,* fig. 39). *Filipinas (Adams* y *Reeve).*

* **cithara** Gould (Tryon, *Man. Conch.,* VI, *Mangilia,* lámina 25, fig. 43). Isla *Lubán.*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua.*

* **citharella** Lamarck (Reeve, *Mangelia,* fig. 5). Isla de *Siquijor (Cuming).*

Columbelloides Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 24). Baclayón *(Cuming),* en la isla de *Bohol.*

* **compressicosta** Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.,* 1895, pág. 42). Isla de *Siquijor* (*Möllendorff*).—Ulugán, en la isla de la *Paragua.*—Retillán y Omata en Merizo, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **Conohelicoides** Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 25). Dala-

guete *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.

cylindrica Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 9). Cagayán *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

diconus Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.*, 1895, pág. 45). Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.—(**Quadras.**)

elegans Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 41). Isla de *Mindoro (Cuming)*.

funiculata Reeve (Tryon, *Man. Conch.*, VI, *Mangilia*, lámina 24, fig. 16). Islas de *Masbate* y de *Ticao (Cuming)*. —Isla de *Cebú*.—(**Quadras.**)

* **fusiformis** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 19). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

gibbosa Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 21). Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—(**Quadras.**)

* **gracilis** Reeve, *Mangelia*, fig. 11). Isla *Ticao (Cuming)*.—Placer, en la isla de *Mindanao*.

interrupta Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 16). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **lamellata** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 12). Isla de *Burias (Cuming)*.—Ilo-Ilo *(Boettger)*, en la isla de *Panay*.

* **Lyra** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 3). Isla *Ticao (Cuming)*.—Placer, en la isla de *Mindanao*.

* **lyrica** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 20). Isla de *Burias (Cuming)*.

* **Marginelloides** (Reeve, *Mangelia*, fig. 6). Mariveles *(Möllendorff)*, Ensenada de Panimán y Cayogno en Ternate, prov. Cavite, Calatagán, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán (Möllendorff)*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Pilar, en la isla de *Panay*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

obesa Reeve (Reeve, *Mangelia vittata*, non Hinds, fig. 14), Isla *Ticao (Cuming)*.

planilabroides Tryon (Reeve, *Mangelia planilabrum*, fig. 43). Bacón, prov. Albay, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—(**Quadras.**)

Cithara

* **planilabrum** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 88). Isla *Lugbón.*—Sibonga *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.*

ponderosa Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 44). Isla de *Burias (Cuming).*

pulchella Reeve, (Reeve, *Mangelia*, fig. 18), Magallanes. en la isla de *Sibuyán.*— Isla *Ticao (Cuming).*— (Quadras.)

* **Reevei** Tryon (Reeve, *Mangelia crassilabrum*, fig. 36). Magallanes, en la isla de *Sibuyán.*—Isla *Lubán.*—Isla de *Siquijor (Möllendorff).*—Islas de *Ticao* y de *Bohol (Cuming).*—Pinamonajan, en la isla de *Cebú.*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*—Isla Rita, en la isla de *Paragua.*

* **reticulata** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 17). Isla *Ticao (Cuming).*

solida Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 64). Isla de *Burias (Cuming).*

* **Stromboides** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 33). Isla de *Bohol (Cuming).*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*

tenebrosa Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 26). Isla de *Mindoro (Paetel).*—Cagayán *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

* **trivittata** Adams y Reeve (Ad. y Reeve, *Voy. Samarang, Moll.*, lám. 10, fig. 9). Isla de *Mindoro (Belcher).*

turricula Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 23). Isla *Ticao (Cuming).*

* **vexillum** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 2). Ilo-Ilo *(Cuming)*, en la isla de *Panay.*—Isla de *Burias (Elera).*

Zebuensis Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 68). Isla de *Cebú (Cuming).*

* **zonata** Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 15). Isla de *Ticao (Cuming).*—Isla de la *Paragua (Elera).*—Isla *Balabac.*

Otras especies citadas:

Cithara dubiosa Nevill. Filipinas (Elera). Especie de la isla Mauricio.

— *hirsuta* Folin. Filipinas (Elera). Especie del Océano Pacífico.

Cithara pellucida Elera = **Cithara trivittata.**
— *triticea* Kiener. Filipinas (Elera). Especie de la Polinesia.

GÉNERO **Clathurella** CARPENTER.

* **albibalteata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 84). Isla *Ticao (Cuming)*. Var. de la *Clath. Cumingi*, según Tryon.
apiculata Montrouzier *(Journ. Conchyl.* 1864, lám. 10, fig. 2). Isla *Panaon.*—Isla de *Leyte (Elera).*—Ulugán, en la isla de la *Paragua.*—(Quadras.)
arctata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 294). Isla del Corregidor *(Cuming)*, Manila *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*
axis Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 311). *Filipinas (Cuming).*
bathyraphe Smith *(New spec. Pleurotomidæ*, 1882, página 305). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.*
* **bicarinata** Pease (Tryon, *Man. Conch.* VI, *Clathurella*, lám. 17, fig. 90). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*
* **cardinalis** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 266). Isla de *Negros (Cuming).*
cavernosa Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 303), *Filipinas (Cuming).*
clarocincta Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.*, 1895, página 59). Isla de *Romblón.* Parece sólo variedad de la *Clath. granicostata.*—(Quadras.)
compta Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 292). Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*
contracta Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 116), Bagao, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, islas Balagnan y Calumangán, en la isla de *Mindanao.* Var. de la *Clath. gracilenta*, según Smith y Tryon.—(Quadras.)
* **crassilabrum** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 118). Islas de *Ticao* y *Masbate (Cuming).*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*

eximia Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 82). Isla de *Masbate (Cuming)*.

felina Hinds (Hinds, *Voy. Sulphur*, lám. 7, fig. 4). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*. —Isla *Lugbón*.— Isla de *Romblón (Elera)*.—Islas Jinituan, Balauan y Calumangán, en la isla de *Mindanao*.— Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—(Quadras.)

Fusoides Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 349). Isla *Mindanao (Cuming)*. Var. de la *Clath. gracilenta*, según Tryon.

* **gracilenta** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 114). Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla *Mindanao (Elera)*, porque incluye la especie anterior.

* **granicostata** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 323). Isla de *Cebú*.—Isla Jinituan, en la isla de *Mindanao*.

Grayi Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 232). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Romblón*. —Pinamonajan, en la isla de *Cebú (Möllendorff)*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.—(Quadras.)

insculpta Adams y Angas (Tryon, *Man. Conch.* VI, lámina 22, fig. 61). Manila, en la isla de *Luzón*.—(Quadras.)

lirata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 281). Islas de *Luzón* y *Mindanao (Cuming)*.

* **maculosa** Pease *(Amer. Journ., Conch.* III, 1867, lámina 15, fig. 16). Bagac, Currimao, prov. Camarines Norte, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lugbón*.—Isla de *Romblón (Elera)*.—Isla Bisucay, en las islas *Calamianes*.

* **Malleti** Recluz *(Journ. Conch.*, 1852, *Pleurotoma*, lámina 10, fig. 2). Bagac y Ternate, en la isla de *Luzón*.— Isla *Catanduanes*.—Visita Hinayangan, en la isla de *Leyte*.—San Juan, en la isla de *Siquijor*.—Salay é islas Balauan, Cayauan, Calumangán, Batauan y Saguisí, en la isla de *Mindanao*.—Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

marmorosa Reeve (Reeve, *Mangelia*, fig. 54). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.—(Quadras.)

Masoni Nevill (Tryon, *Man. Conch.* VI, lám. 19, fig. 60).

Isla de la *Paragua (Elera).*— Isla *Balabac.* — (Quadras.)

* **nexa** Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 282). Islas de *Luzón* y *Masbate (Cuming).*—Surigao *(Elera),* islas Saguisí y Calumangán, en la isla de *Mindanao.*

* **nigrocincta** Montrouzier (Tryon, *Man. Conch.* VI, lámina 19, fig. 62). Bacón, prov. Albay y Bagac, prov. Batán, en la isla de *Luzón.*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

obeliscus Reeve (Reeve, *Mangelia,* fig. 56). Isla del Corregidor *(Cuming),* Naic, prov. de Cavite *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **Philippinensis** Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 109). Islas de *Luzón* y de *Masbate (Cuming).*—Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla *Lugbón.*—Islas de *Romblón* y de *Leyte (Elera).*—Isla *Panaon.*—Isla Balauan y Cagbabatán en Placer, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

purpurascens Dunker (Tryon, *Man. Conch.* VI, lámina 20, fig. 90). Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas.*—Isla de *Romblón.*— Barrio Himalalud, en la isla de *Negros.*—(Quadras.)

* **purpurata** Souverbie *(Journ. Conchyl.,* 1861, lám. 11, figura 8). *Filipinas (Baranda).*

Quadrasi Boettger *(Nachr. Malak. Gesells,* 1895, página 48). Islas Jinituan y Calumangán, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

rava Hinds *(Voy. Sulphur,* lám. 5, fig. 18, non Reeve). Isla de *Mindanao (Cuming).*—Isla de la *Paragua (Elera).*—Isla *Balabac.*—(Quadras.)

Rissoides Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 111). Isla *Ticao (Cuming).*

* **roseotincta** Montrouzier *(Journ. Conch.,* 1873, lám. 4, figura 1). *Filipinas (Baranda).*

* **rubida** Hinds (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 220). Manila y Bagac, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Ticao* y *Masbate (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*

Clathurella

* **rubroguttata** A. Adams (Tryon, *Man. Conch.* VI, lám. 17, fig. 96). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*

rugilabrum Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, *Glyphostoma,* lám. 11, fig. 7). Isla de *Cebú (Koch).*

rugosa Mighels (Tryon, *Man. Conch.* VI, lám. 19, figura 57) *Filipinas (Pease, Am. Journ. Conch.* VII, pág. 24).

spurca Hinds (Tryon, *Man. Conch.* VI, lám. 15, fig. 37). *Filipinas (Cuming).*

subbilirata Boettger *(Nachr. Malak. Gesells,* 1895, pág. 54). Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

subula Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 211). Isla del Corregidor *(Cuming),* Cavite *(Elera),* en la isla de *Luzón.*

* **tessellata** Hinds *(Voy. Sulphur, Moll.,* lám. 7, fig. 17). Bagac, en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao.*

tricarinata Valenciennes (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 121). Isla del Corregidor *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

Tritonoides Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 85). Bais *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

vultuosa Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 273). Isla *Lugbón.*—Isla de *Romblón (Elera).*—Baclayón *(Cuming),* y Loon *(Koch),* en la isla de *Bohol.*—Islas Cayauan y Calumangán, en la isla de *Mindanao.*—(Quadras.)

Otra especie citada:

Clathurella obesa Garrett. Filipinas (Elera). Especie de las islas Viti.

Género **Daphnella** Hinds.

aureola Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 212). Isla de *Luzón (Cuming).*

Boholensis Reeve (Reeve, *Pleurotoma,* fig. 112). Isla de *Bohol (Cuming).*

Butleri Smith *(New. spec. Pleurotomidæ,* 1882, pág. 303). Isla de *Capul (Cuming).*

crebriplicata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 313). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Burias (Elera)*.

fenestrata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 319). Isla de *Mindoro (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **fragilis** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 179). *Filipinas (Smith)*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua*.

* **Hindsi** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 119). Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.– Islas Cayauan, Balauan y Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Ulugán, en la isla de la *Paragua*.

inquinata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 283.) Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.

lactea Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 123). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.

* **Lymnæiformis** Kiener (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 325). *Filipinas (Cuming)*.

* **patula** Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 215). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Retillán en la isla de Guam *(Marianas)*.

pluricarinata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 288). Isla de *Burias (Cuming)*.

Quadrasi Boettger *(Nachr. Malak. Gesells.*, 1895, página 61). Isla *Lugbón*.—Isla de *Romblón (Elera)*.—(Quadras.)

saturata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 213). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

tessellata Garrett (Tryon, *Man. Conch.* VI, lám. 27, fig 1). Bacjauan en Badajoz, en la isla de *Tablas*.—(Quadras.)

Ticaonica Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 270). Isla *Ticao (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Daphnella ægrota Reeve. Cebú (Elera). Especie de Singapor.

— *conchilicoides* (err. tipogr.) Paetel = **Cithara Conohelicoides**.

Daphnella delicata Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Taiti.
— *dempsta* Gould. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *polita* Nevill. Samar (Elera). Especie del Estrecho de Macassar.

GÉNERO **Raphitoma** BELLARDI.

exquisita Smith (Reeve, *Mangelia vittata*, non Hinds, figuras 53 y 65). Manila, en la isla de *Luzón (Cuming)*.
pessulata Reeve (Reeve, *Pleurotoma*, fig. 115). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

TEREBRIDÆ

GÉNERO **Terebra** BRUGUIERE.

* **aciculina** Reeve (Reeve, *Conch. icon. Terebra*, fig. 121, d.). Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.
* **affinis** Gray (Reeve, *Terebra*, fig. 39). Isla de *Cebú*.—Barrio de Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.
albula Menke (Tryon, *Man. Conch. Terebra*, lám. 10, figura 89). *Filipinas (Tryon)*.
* **Argus** Hinds. var. *nebulosa* Kiener, non Sowerby (Kiener, *Spec. gen. Terebra*, lám. 10, fig. 22). Barrio de Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.
* **Babylonia** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 43). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.
cœlata Adams y Reeve (Reeve, *Terebra*, fig. 64). *Filipinas (Belcher)*.
* **cœrulescens** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 26). Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Balingasag, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.—Isla *Balabac*.
caliginosa Deshayes (Reeve, *Terebra*, fig. 100). *Filipinas (Cuming)*.

Terebra

* **cancellata** Quoy y Gaimard (Reeve, *Terebra*, fig. 58 a). Cavite *(Martens)*, Morón, prov. de Batasán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

casta Hinds (Reeve, fig. 81 b, *Terebra hastata)*. Ilo-Ilo *(Cuming)*, en la isla de *Panay*.

* **Cerithina** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 38). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **chlorata** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 11). Isla de *Cebú*.

cinerea Born (Reeve, *Terebra*, fig. 35). Bagac, prov. de Batasán, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.—(Quadras.)

cingulifera Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 44). Currimao, prov. Ilocos Norte, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Ilo-Ilo *(Cuming)*, en la isla de *Panay*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.—(Quadras.)

conspersa Hinds (Reeve, *Terebra*, fig. 127). Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.

* **crenulata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 6). Cavite *(Elera)*, Aparri, prov. de Cagayán, en la isla de *Luzón*.—Nauján, en la isla de *Mindoro*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Cebú* y de *Bohol (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Aspurguan, Retilián y Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **dimidiata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 27). Calatagán, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque* y de *Cebú*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

* **duplicata** Linné (Kiener, *Terebra*, lám. 12, fig. 26, las dos mayores). Isla de *Samar (Elera)*.

Dussumieri Kiener (Kiener, *Terebra*, lám. 8, fig. 17). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—(Museo.)

fenestrata Hinds (Reeve, *Terebra*, fig. 114). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

Terebra

* **funiculata** Hinds (Sowerby, *Thes. Terebra*, fig. 63). Calatagán, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.

* **hastata** Gmelin (Reeve, *Terebra*, fig. 81 a). *Filipinas (Reeve)*.

* **Lamarcki** Kiener (Kiener, *Terebra*, lám. 9, fig. 19). Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **lanceata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 36). Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **livida** Reeve (Reeve, *Terebra*, fig. 116). Paracali, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, en la isla de *Luzón*.—Boac, en la isla de *Marinduque*.

longiscata Deshayes (Reeve, *Terebra*, fig. 103). *Filipinas (Cuming)*.

* **maculata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 4). Islas de *Marinduque* y *Cebú (Elera)*.—Isla Dinagat, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Calabaza, en la isla de *Basilán*.—Isla Siasi, en el Archipiélago de *Joló*.

mamillata Watson *(Voy. Challenger, Moll.*, lám. 16, fig. 1). *Filipinas (Watson)*.

* **Matheroniana** Deshayes (Deshayes, *Proc. Zool. Soc. London*, 1859, pág. 287). Ternate, prov. de Cavite y Mariveles, en la isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Pilar en Capiz, en la isla de *Panay*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **monilis** Quoy y Gaimard (Reeve, *Terebra*, fig. 42 a). Isla de *Cebú*.—Islas *Marianas (Kiener)*.

* **muscária** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 9). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Barrio, en la isla de *Cebú*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.—Dauis, en la isla de *Bohol*.—Argüelles, en la isla de *Negros*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

nebulosa Sowerby (Reeve, *Terebra*, fig. 1). Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.—(Quadras.)

Terebra

* **oculata** Lamarck (Reeve, *Terebra*, fig. 18). Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Inarajan y Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

pallida Deshayes (*Journ. Conchyl.*, París, 1857, lám. 4, fig. 3). Islas *Calamianes*.—(Quadras.)

Philippiana Deshayes (Reeve, *Terebra*, fig. 153). *Filipinas (Tryon)*.

picta Hinds (Reeve, *Terebra*, fig. 112). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

* **plumbea** Quoy y Gaimard (Kiener, *Terebra*, lám. 12, fig. 27). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

polygyrata Deshayes (Reeve, *Terebra*, fig. 146). *Filipinas (Cuming)*.

roseata Adams y Reeve (Reeve, *Terebra*, fig. 104). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

serotina Adams y Reeve (Reeve, *Terebra*, fig. 66). Nanján, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú*.—(Quadras.)

* **straminea** Gray (Reeve, *Terebra*, fig. 47, b.) *Filipinas (Cuming)*.

* **strigata** Sowerby (Reeve, *Terebra*, fig. 5). *Filipinas (Cuming)*. ¿Es realmente esta especie de Filipinas?

* **strigilata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 85, a.) Isla de *Bohol (Elera)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

stylata Hinds (Sowerby, *Thes. Terebra*, fig. 79). *Filipinas (Cuming)*.

* **subulata** Linné (Reeve, *Terebra*, fig. 22). Isla de *Cebú (Elera)*.—Guilhulgna, en la isla de *Negros*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

succinea Hinds (Reeve, *Terebra*, fig. 17). Matnog *(Cuming)*, Batangas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.

* **textilis** Reeve (Reeve, *Terebra*, fig. 130). Sorsogón, bahía de Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **tigrina** Gmelin (Reeve, *Terebra*, fig. 8). Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **triseriata** Gray (Reeve, *Terebra*, fig. 52). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

Terebra

* **undulata** Gray (Reeve, *Terebra*, fig. 84) Isla de *Cebú*.—Isla *Malanipa (Watson)*.—Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

* **Verreauxi** Deshayes *(Journ. Conch.*, París, 1857, lám. 5, fig. 3). Isla de *Mindoro*.

violascens Hinds (Reeve, *Terebra*, fig. 125). San Nicolás *(Cuming)*, isla de *Cebú*.—Isla de *Mindanao (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Terebra albomarginata Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *badia* Deshayes. Luzón (Elera). Especie de China.
— *Bernardii* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *consobrina* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *Cumingi* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *dispar* Deshayes. Filipinas (Paetel). El autor no da localidad.
— *evoluta* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *fimbriata* Deshayes = Terebra crenulata, var.
— *flammea* Lamarck. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *Fortunei* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *incolor* Deshayes = Terebra albula.
— *interlineata* Deshayes. Bohol (Elera). Especie de las islas Sandwich.
— *polyanata* Paetel (err. tipogr.)=Terebra polygyrata.
— *pretiosa* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *pulchella* Deshayes. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *splendens* Deshayes. Cavite (Elera). Especie de China.
— *undatella* Deshayes = Terebra cancellata.
— *variegata* Gray. Nauján (Elera). Especie de China.
— *venosa* Hinds. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

CANCELLARIIDÆ

Género **Cancellaria** Lamarck.

antiquata Hinds (*Voy. Sulphur, Moll.*, lám. 12, figs. 17 y 18). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **asperella** Lamarck (Kiener, *Spec. Cancellaria*, lám. 3, figura 1; Sowerby, *Thes. Cancellaria elegans*, fig. 104; Crosse, *Journ. Conch.*, 1861, pág. 237. *Cancellaria Reeveana)*. Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

bicolor Hinds *(Voy. Sulphur, Moll.*, lám. 12, figs. 13 y 14). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.

costifera Sowerby (Sowerby, *Cancellaria*, figs. 66 y 71). Isla de *Burias (Cuming)*.

* **crenifera** Sowerby (Sowerby, *Cancellaria*, figs. 84, 85 y 86). Manila, en la isla de *Luzón*.

crispata Sowerby (Sowerby, *Cancellaria*, fig. 89). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Negros (Cuming)*.—(Azpeitia.)

Grayi Tryon (Sowerby, *Thes. Cancellaria asperella*, non Lamarck, fig. 38). Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*. (Quadras.)

* **lamellosa** Hinds *(Voy. Sulphur, Moll.*, lám. 12, figs. 15 y 16). Isla del Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

nitida A. Adams (Tryon, *Man. Conch.* VII, lám. 7, figura 16). *Filipinas (Cuming)*.

* **obliquata** Lamarck (Kiener, *Cancellaria*, lám. 6, fig. 2). Manila *(Cuming)*, Bagac, Taal, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

semidisjuncta Sowerby (Sowerby, *Cancellaria*, figs. 62 y 63). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

semipellucida Adams y Reeve *(Voy. Samarang, Moll.*, lám. 10, fig. 3). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

Cancellaria

* **Spengleriana** Deshayes (Sowerby, *Cancellaria*, fig. 29). Isla de *Luzón (Elera)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

* **textilis** Kiener (Kiener, *Cancellaria*, lám. 7. fig. 1). *Filipinas (Baranda)*.

undulata Sowerby (Sowerby, *Cancellaria*, fig. 12). *Filipinas (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Cancellaria asperella Sowerby, non Lamarck = **Cancellaria Grayi**.

— *candida* Sowerby. Luzón (Elera). Especie de Polinesia.

— *corrosa* Reeve. Mindoro (Elera). Especie de China.

— *elegans* Sowerby = **Cancellaria asperella**.

— *hystrix* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Mauricio.

— *Littorinæformis* Sowerby. Filipinas (Jay). Especie de Ceilán.

— *macrospira* Adams y Reeve. Paragua y Balabac (Elera). Especie de China y Borneo.

— *pyrum* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *Reeveana* Crosse = **Cancellaria asperella**.

— *rosea* Beck = **Cancellaria obliquata**.

— *scalariformis* Lamarck. Filipinas (Jay). De las Indias orientales.

— *scalarina* Lamarck. Filipinas (Elera). Especie de la isla de Francia.

— *scalata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Mauricio.

— *spirata* Lamarck. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *Thomasiana* Crosse. Filipinas (Elera). Especie de China.

STROMBIDÆ

GÉNERO **Strombus** LINNÉ.

* **Auris-Dianæ** Linné (Kiener, *Strombus,* lám. 16, fig. 1). Mariveles, en la isla de *Luzón.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Burias (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **bulbulus** Sowerby (Reeve, *Strombus,* fig. 8). Isla de *Ticao (Cuming).*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*

* **Canarium** Linné (Reeve, *Strombus,* fig. 46). Mariveles, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Samar (Jagor).*—Taclobán, en la isla de *Leyte.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **Columba** Lamarck (Reeve, *Strombus,* fig. 26). *Filipinas (Sowerby,* etc.).—Isla *Malanipa (Watson).*

* **dentatus** Linné (Reeve, *Strombus,* fig. 17). Bacón, provincia de Albay, en la isla de *Luzón.*—Isla Balanacan, Laylay y Gasán, en la isla de *Marinduque.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú.*—Capiz, en la isla de *Panay.*—Zamboanga *(Martens,* etc.), Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Punta Balabac, en la isla *Balabac.*

* **elegans** Sowerby (Reeve, *Strombus,* fig. 41). *Filipinas (Cuming).*

* **Epidromis** Linné (Reeve, *Strombus,* fig. 54). Manila *(Besser),* Ilocos *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla *Ticao (Cuming).*—Isla de *Cebú (Elera).*—Escalante, en la isla de *Negros.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Calabaza, en la isla de *Basilán.*—Archipiélago de *Joló.*

* **floridus** Lamarck (Reeve *Strombus,* fig. 11). Manila *(Besser),* Bagac y Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla Balanacan,

en la isla de *Marinduque*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Isla de *Cebú*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.— Salay, prov. de Cagayán de Misamis, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Punta Balabac, en la isla *Balabac*.—Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **gibberulus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 15). La Unión, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Isla de *Marinduque (Elera)*.—Isla de *Romblón*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Canigarán en Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.

* **guttatus** Martini (Kiener, *Strombus*, lám. 15, fig. 1). Manila *(Meyer)*, Mariveles, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Burias (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Isla Santa Fé de *Bantaydn*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Surigao *(Elera)*, Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Isabella** Lamarck (Reeve, *Strombus*, fig. 51). Isla de *Marinduque (Elera)*.—Isla de *Samar*.—Isla de *Cebú (Elera)*. —Isla de *Mindanao*.—Isla San Rafael, Lugbutún y Cumalaráng, en la isla de *Basilán*.—Islas *Marianas (Elera)*.

labiosus Gray (Reeve, *Strombus*, fig. 50). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

* **laciniatus** Chemnitz (Reeve, *Strombus*, fig. 25). Manila *(Deppe)*, en la isla de *Luzón*.— Islas de *Ticao* y *Negros (Cuming)*.—Santa María, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Lamarcki** Gray (Reeve, fig. 36. a., *Strombus auris-Dianæ)*. Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **latissimus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 4). Matnog *(Cuming)*, en la Isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y *Mindanao*.

* **lentiginosus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 31). Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Dapitan, Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.— Lugbutún, en la isla de *Basilán*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Luhuanus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 19). San Juan de Bocboc y Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.—Zamboanga, en la isla *Mindanao*.—Islas de la *Paragua* y *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.

* **marginatus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 49). *Filipinas (Cuming)*.

* **melanostoma** Swainson (Reeve, fig. 37, *Strombus auris Dianæ*). *Filipinas (Paetel)*.

* **minimus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 47). Naujáu, en la isla de *Mindoro*. — Laylay, en la isla de *Marinduque*.— Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla de *Ticao (Cuming)*.— Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. — Archipiélago de *Joló*.

* **Orosminus** Duclos (Tryon, *Man. Conch.* VII, *Strombus*, lám. 5, fig. 50). *Filipinas (Paetel)*.

* **Papilio** Chemnitz (Reeve, *Strombus*, fig. 29). Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla *Balabac*.

pulchellus Reeve (Reeve, *Strombus*, fig. 52). Isla *Ticao (Cuming)*.

* **rugosus** Sowerby (Reeve, *Strombus*, fig. 16). *Filipinas (Watson)*.

* **Samarensis** Chemnitz (Reeve, *Strombus*, fig. 53). Isla de *Samar (Elera)*.—Islas de la *Paragua* y *Balabac*.

* **succinctus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 43). Isla de *Masbate (Cuming)*.— Isla de *Cebú*.— Surigao *(Elera)*, en la isla de *Mindanao*.

sulcatus Chemnitz (Tryon, *Man. Conch.* VII, *Strombus*, lám. 4, fig. 44). *Filipinas (Paetel)*.

* **terebellatus** Sowerby (Reeve, *Strombus*, fig. 10). Laylay, en la isla de *Marinduque*.— Isla de *Ticao (Cuming)*.— Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **Urceus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 24). Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Isla *Alabat*.—Catbalogán, en la isla de *Samar (Jagor)*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Negros*.—Surigao *(Elera)* y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Bahía Balabac, en la isla *Balabac*.— Archipiélago de *Joló*.

Strombus

* **variabilis** Swainson (Reeve, *Strombus*, fig. 21) Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Surigao *(Elera)*, en la isla de *(Mindanao)*.

* **vittatus** Linné (Reeve, *Strombus*, fig. 44). Malate en Manila *(Meyen)*, Ilocos *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla de *Samar*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

Otras especies citadas:

Strombus crispatus Sowerby = **Rostellaria crispata**.
— *deformis* Gray. Filipinas (Tryon). Especie de Australia.
— *dilatatus* Lamarck. Filipinas (Kiener). Especie de las Antillas.
— *fasciatus* Born. Luzón, Mindoro y Cebú (Elera). Especie del Mar Rojo.
— *Fissurella* Lamarck = **Rostellaria cancellata**.
— *latus* Gmelin = *Strombus dilatatus*.
— *muricatus* Martini = **Strombus Urceus**.
— *mutabilis* Swainson = **Strombus floridus**.
— *plicatus* Lamarck = **Strombus dentatus**.
— *Scalariformis* Duclos. Cebú y Samar (Elera). Especie de China.
— *septimus* Duclos = **Strombus succinctus**, var.
— *Sibbaldii* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Ceilán.
— *tricornis* Lamarck. Filipinas (Smith). Especie del Mar Rojo.
— *tridentatus* Lamarck = **Strombus Samarensis**.
— *troglodytes* Lamarck = **Strombus minimus**.
— *turritus* Lamarck = **Strombus vittatus**, var.

Género **Pterocera** Lamarck

* **aurantia** Lamarck (Reeve, *Pterocera*, fig. 7). Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Bryonia** Gmelin (Reeve, *Pterocera*, fig. 1). Islas de *Cebú* y *Mindanao*.

Pterocera

* **Chiragra** Linné (Reeve, *Pterocera*, fig. 2). Bolinao y Mariveles, prov. de Zambales, Mambulao, prov. de Camarines Norte y Tiui, prov. de Albay, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque* y *Samar (Elera)*.—Medellin, en la isla de *Cebú*.—Masingloc, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **elongata** Swainson (Reeve, *Pterocera*, fig. 9). Isla de *Mindoro (Elera)*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **Lambis** Linné (Reeve, *Pterocera*, fig. 8). Daët, prov. Camarines Norte *(Jagor)*, Bolinao y Mariveles, prov. de Zambales, Morón, prov. de Bataán, Nasugbú, prov. de Batangas, Caramoan, prov. Camarines Sur, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Mindoro*, *Marinduque* y *Samar (Elera)*.—Medellin, en la isla de *Cebú*.—Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*.—Isla de la *Paragua*.—Isla Tavi-Tavi, en el Archipiélago de *Joló*.

* **millepeda** Linné (Reeve, *Pterocera*, fig. 10). Islas de *Samar* y de *Cebú (Elera)*.—Balingasag, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **rugosa** Sowerby (Reeve, *Pterocera*, fig. 6). *Filipinas (Baranda)*.

* **Scorpio** Linné (Reeve, *Pterocera*, fig. 3). Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Marinduque*.—Islas de *Bohol* y de *Cebú (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

Otras especies citadas:

Pterocera pseudoscorpio Linné. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

— *violacea* Swainson. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

Género **Rostellaria** Lamarck.

* **cancellata** Lamarck (Tryon, *Man. Conch.* VII, *Rostellaria*, lám. 10, figs. 18 y 20). Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **crispata** Sowerby (Tryon, VII, *Rostellaria*, lám. 10, figu-

ra 19). Islas de *Luzón, Burias* y *Panay (Cuming).*— Isla de *Bohol (Elera).* — Isla de *Cebú.* — Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

* **Fusus** Linné (Tryon, VII, *Rostellaria*, lám. 10, fig. 17). Isla *Lubán.*—Balugo, en la isla de *Marinduque.*

Martinii Marrat (Tryon, VII, *Rostellaria*, lám. 11, figura 24). Isla *Lubán.*—Masiga, en la isla de *Marinduque.* (Quadras.)

Otras especies citadas:

Rostellaria Fissurella Sowerby = **Rostellaria cancellata.**
— *melanocheilus* A. Adams = **Rostellaria Fusus**, var.
— *Powisi* Petit. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *Tyleri* H. y A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Terebellum** LAMARCK.

* **punctatum** Chemnitz (Reeve, *Terebellum*, fig. 1.) Isla *Alabat.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Samar (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Archipiélago de *Joló (Belcher).*—Agat, en la isla de Guam, *Marianas.*

CYPRÆIDÆ

GÉNERO **Cypræa** LINNÉ.

* **Adamsoni** Gray (Sowerby, *Thes. Conch. Cypræa*, figs. 401 y 402). Isla de *Capul (Cuming).*

* **annulata** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 339 y 340). *Filipinas (Kiener).*

* **Annulus** Linné (Reeve, *Conch. icon. Cypræa*, fig. 71). Bagac y Mariveles, prov. de Bataán; Nasugbú, prov. de Batangas; Santa Cruz y Bolinao, prov. de Zambales; Ca-

vite, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Isla *Lubán*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Looc, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Burias*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Islas de *Cebú* y de *Bohol (Elera)*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Panigayán ó isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Isla *Balabac*.—Isla Pilas ó isla Siasi, en el Archipiélago de *Joló*.—Barrio de Sumay en Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **arabica** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 2). La Unión *(Elera)*, Bagac y Morón, prov. de Bataán; Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Laylay y Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Catbalogán, en la isla de *Samar*.—Isla de *Cebú*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.—Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.—Isla Siasi, en el Archipiélago de *Joló*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Argus** Linné (Sowerby, *Conch. illustr. Cypræa*, fig. 125). Islas de *Samar* y *Bohol (Elera)*.—Isla Saguisí, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Asellus** Linné (Kiener, *Spec. gen. Cypræa*, lám. 31, fig. 3). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Mindoro* y de *Cebú*.—Ayala, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* **Aurantium** Martyn (Sowerby, figs. 7 y 8, *Cypræa Aurora*). Islas *Marianas (Elera)*. Todavía no hay seguridad de que viva esta especie en dichas islas y sí en la pequeña isla Mog-Mog de las Carolinas occidentales, de donde la llevan los indígenas á la isla de Yap y á las Marianas. (Véase mi nota publicada en la pág. 47 del tomo 44 del *Journ. de Conchyl.*, París, 1896). Aunque ya menos rara, esta especie será siempre uno de los principales adornos de una colección de moluscos por su tamaño, por su brillo y por su hermosa coloración.

Cypræa

* **Caput serpentis** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 73 y 74). Mariveles, Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.— Isla *Catanduanes*. — Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Catbalogán, en la isla de *Samar*.—Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Islas de *Cebú* y de *Bohol (Elera)*.— Isla de *Negros*.—Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.— Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.— Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

* **Carneola** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 19). Nasugbú, provincia de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*. Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. — Isla *Sarangani*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.—Aspurguan, Sumay en Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **caurica** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 46). Islas de *Marinduque* y de *Cebú*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.— Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Childreni** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 403 á 405). *Filipinas (Melvill)*.

* **Cicercula** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 116). La Unión *(Elera)*, Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Islas *Catanduanes* y *Cebú*.—Isla Balauan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*. Isla de Guam, *Marianas*.

* **clandestina** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 139 á 141). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Palanóc, en la isla de *Masbate*.—Isla de *Cebú*.—Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.—Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

* **contaminata** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 331 y 332). *Filipinas (Elera)*.

* **cribraria** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 163 y 164). La Unión *(Elera)*, Sorsogón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla Saguisí y Surigao, en la isla de *Mindanao*.— Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

* **cylindrica** Born (Sowerby, *Cypræa*, figs. 266 y 267). Bolinao *(Elera)*, Bagac, prov. de Bataán, en la isla de *Lu-*

zón.—Cauit, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Samar (Elera).*—Isla de *Cebú.*—Pototan, en las islas *Visayas.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **eburnea** Barnes (Sowerby, *Cypræa,* fig. 108). *Filipinas (Cuming).*

* **eglantina** Duclos (Duclos, *Mag. Zoologie,* lám. 28). Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Samar* y de *Cebú.*—Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* Especie bien distinta de la *Cypræa arábica,* por su forma más cilindrácea, la mancha de la espira y otras particularidades.

* **erosa** Linné (Sowerby, *Cypræa,* figs. 111 y 112). Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Isla *Catanduanes.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla Balanacan y Cauit, en la isla de *Marinduque.*—Palompón, en la isla de *Leyte.*—Isla de *Cebú.*—Isla Saguisí, Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla San Rafael, en la isla de *Basilán.*—Islas *Calamianes.*—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló.*—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **errones** Linné (Reeve, *Cypræa,* fig. 56). Morón, prov. de Bataán, Nasugbú, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón.* Islas *Lubán* y *Mindoro.*—Isla de *Tablas (Elera).*—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Pinamonajan, en la isla de *Cebú.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael y Panigayán, en la isla de *Basilán.*—Isla *Balabac.*—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló.*

* **esontropia** Duclos (Sowerby, *Cypræa,* figs. 169 á 171). *Filipinas (Cuming).*

* **fimbriata** Gmelin (Kiener, *Cypræa,* lám. 51, fig. 4). Islas *Alabat, Lubán* y *Romblón.*—Mobo, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Cebú.*—Isla Balagnan, en la isla de *Mindanao.*

flaveola Linné (Reeve, *Cypræa,* fig. 95). Hambulon, cerca de la isla *Mindoro (Adams* y *Reeve).*

* **gangrenosa** Solander (Sowerby, *Cypræa,* figs. 230 y 231).

Isla de *Mindoro*.—Boac, en la isla de *Marinduque*.—Looc, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Cebú*.—Pototan, en las islas *Visayas*.—Ayala, Zamboanga, Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.— Isla *Cuyo*.—Isla Rita en la Bahía de Ulugán, isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.—Isla *Panagatan* (Adams y Reeve).

* **globosa** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 466 y 467). Manila *(Sowerby)*, en isla *Luzón*.—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera)*.

* **Globulus** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 345 á 348). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y de *Bohol (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Isla Pilas é isla Siasi, en el Archipiélago de *Joló*.

* **grando** Gaskoin (Sowerby, *Cypræa*, figs. 470 y 471). Manila *(Gaskoin)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*.

* **helvola** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 274 y 275). Ternate, prov. Cavite y Narbacán, prov. Ilocos Sur, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro*.—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Sarangani* y *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Hirundo** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 382 á 384). Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **Histrio** Gmelin (Sowerby, *Cypræa*, figs. 57 y 58). Isla de Guam *(Elera) Marianas*.

* **insecta** Mighels (Sowerby, *Cypræa*, figs. 477 á 479). *Filipinas (Cuming)*.

* **interrupta** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 273 y 274).—Isla de *Cebú*.

* **Isabella** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 16 y 17). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Salay, prov. Cagayán de Misamis, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.— Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.—Sumay en Agat, isla de Guam, *Marianas*.

Cypræa

* **Lamarcki** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 106 y 107). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **limacina** Lamarck (Sowerby, figs. 223 y 224, *Cypræa staphylæa*), Islas de *Sibuyán* y de *Cebú*.—Capiz *(Elera)*, en la isla de *Panay*. — Pototan, en las islas *Visayas*.— Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Listeri** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 116 y 117). *Filipinas (Cuming)*.

* **lutea** Gronovius (Sowerby, *Cypræa*, figs. 142 y 143). Gasán en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Ayala, en la isla de *Mindanao*.

* **Lynx** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 86* á 88*). Bagac, prov. de Bataán y Pangasinán, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Capiz, en la isla de *Panay*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán*.—Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Sumay en Agat y Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Mappa** Linné (Kiener, *Cypræa*, lám. 20, fig. 1; 20 bis, figuras 1 y 2; Sowerby, *Cypræa*, fig. 28). Manila *(Meyen)*, Ilocos *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Samar* y de *Cebú (Elera)*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.— Isla *Saranganí*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **mauritiana** Linné (Sowerby, *Cypræa*, fig. 164; Kiener, *Cypræa*, láms. 39 y 40, fig. 1). Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Islas de *Samar* y *Cebú (Elera)*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Islas de Sacól y Cagayancico, Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

microdon Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 385 y 386). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **miliaris** Gmelin (Reeve, *Cypræa*, fig. 36). Costa de Tayabas y Sorsogón, en la isla de *Luzón*. — Isla de *Mindoro*

Cypræa

(Elera).— Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*— Islas de *Samar,* de *Bohol* y de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **Moneta** Linné (Reeve, *Cypræa,* fig. 74). Bagac, prov. de Bataán, Pangasinán y Cavite, en la isla de *Luzón.*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Islas *Catanduanes* y *Masbate.*— Islas de *Samar* y *Cebú (Elera).*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*—Archipiélago de *Joló.* — Agat y Barrio de Asán, en la isla de Guam, *Marianas.*

* Var. **icterina** Lamarck (Kiener, *Cypræa,* lám. 34, fig. 3). Narbacán, prov. Ilocos Sur y Pangasinán, en la isla de *Luzón.* — Laylay, en la isla de *Marinduque.* — Isla de *Romblón.*—Isla de *Cebú (Elera).*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*— Panigayán, en la isla de *Basilán.*—Archipiélago de *Joló.*

* **neglecta** Sowerby (Sowerby, *Cypræa,* fig. 377). Bagac, prov. de Bataán, y Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.* — Cauit, en la isla de *Marinduque.*— Isla de *Cebú.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Archipiélago de *Joló.*—Isla de Guam, *Marianas.*

* **nivea** Gray (Sowerby, *Cypræa,* figs. 468 y 469). Manila *(Sowerby),* en la isla de *Luzón.*

* **Nucleus** Linné (Sowerby, *Cypræa,* figs. 399 y 400). La Unión *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Catanduanes.* —Isla de *Mindoro (Elera).*—Gasán, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Masbate.*—Islas de *Samar* y de *Bohol (Elera).*—Isla de *Cebú* .—Pototan, en las islas *Visayas.*— Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán.*—Archipiélago de *Joló.* —Isla de Guam, *Marianas.*

* **Onyx** Linné (Sowerby, *Cypræa,* figs. 208 á 210). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Marinduque.*— Capiz, en la isla de *Panay.*—Isla Santa Fé de *Bantayán.* —Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán.*—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló.*

Cypræa

* **oryza** Lamarck (Sowerby, *Cypræa*, figs. 474 á 476). Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Lubán*, *Mindoro* y *Marinduque*.—Isla *Ticao (Roberts)*. Islas de *Samar* y de *Cebú (Elera)*.—Capiz *(Elera)*, en la isla de *Panay*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Calamianes*.

* **pellucidula** Gaskoin (Sowerby, *Cypræa*, figs. 497 á 499). *Filipinas (Elera)*.

* **poraria** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 99). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Saranganí*.—Agaña, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **punctata** Linné (Sowerby, *Cypræa*, figs. 279 y 280). Manila *(Besser)*, Albay *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Cebú* y *Cuyo*.

* **quadrimaculata** Gray (Reeve, *Cypræa*, fig. 107). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **reticulata** Martyn (Sowerby, *Cypræa*, figs. 66 y 67). Isla de *Luzón (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. — Torgoyay en Agaña y Sumay en Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Saulæ** Gaskoin (Reeve, *Cypræa*, fig. 62). Isla del Corregidor, Bahía de Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.

* **scabriuscula** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 472 y 473). Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón*.—Islas Balauan y Saguisí, en la isla de *Mindanao*.—Islas *Calamianes*.—Bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Scurra** Chemnitz (Sowerby, *Cypræa*, figs. 55 y 56). Isla *Lubán*.— Isla de Guam, *Marianas*.

* **staphylæa** Linné (Kiener, *Cypræa*, lám. 36, fig. 2). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque* y *Cebú*.— Pototan, en las islas *Visayas*.— Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

Cypræa

* **stercus muscarum** Lamarck (Sowerby, *Cypræa,* figs. 364 y 365). Isla de *Cebú (Elera).*— Isla Balauan, en la isla de *Mindanao.*

* **stolida** Linné (Reeve, *Cypræa,* fig. 67). La Unión *(Elera),* en la isla de *Luzón.*— Gasán, en la isla de *Marinduque.* — Isla de *Cebú.*— Isla de la *Paragua (Elera).*

subcylindrica Sowerby (Sowerby, *Cypræa,* figs. 269 y 270). *Filipinas (Sowerby).*

sulcata Gaskoin (Sowerby, *Cypræa,* figs. 454 y 455). Manila *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* **tabescens** Solander (Sowerby, *Cypræa,* figs. 261 á 265). La Unión *(Elera),* en la isla de *Luzón.*—Isla *Lubán.*— Cauit, en la isla de *Marinduque.*— Isla de *Cebú.*—Pototan, en las islas *Visayas.*—Isla de San Rafael, en la isla de *Basilán.*—Isla *Balabac.*—Isla de Guam, *Marianas.* Weinkauff considera esta especie como la *Cypræa teres* de Gmelin. Sigo la opinión contraria de los autores ingleses, porque la descripción de Gmelin conviene á una especie (*teres* de los autores ó *subteres* de Weinkauff) y la figura que cita de Schroeter á la *Cypræa tabescens* de Solander.

* **Talpa** Linné (Reeve, *Cypræa,* fig. 5). Isla de *Marinduque.* —Isla de *Samar (Elera).*— Isla de *Cebú.*— Antique, en la isla de *Panay.*— Caraga, Balingasag, Isla Saguisí, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*— Isla *Saranganí.*— Agat, en la isla de Guam, *Marianas.*

* **testudinaria** Linné (Sowerby, *Cypræa,* figs. 83 y 84). Isla de *Cebú.*—Caraga, Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **Tigris** Linné (Sowerby, *Cypræa,* figs. 172 á 174; Chemnitz, 2.ª edic., *Cypræa,* lám. 30, fig. 1). Caramoan, provincia Camarines Norte y Nasugbú, prov. Batangas, en la isla de *Luzón.*—Islas de *Mindoro* y *Marinduque.*—Catbalogán, en la isla de *Samar.*—Taclobán, en la isla de *Leyte.*—Isla de *Bohol (Elera).*—Isla de *Negros.*—Barrio, en la isla de *Cebú.*—Antique y Capiz, en la isla de *Panay.*— Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla de San Rafael, Calabaza y Lugbutún

en la isla de *Basilán*.—Isla de la *Paragua*.—Islas Menusa y Siasi, en el Archipiélago de *Joló*.

* **undata** Lamarck (Sowerby, *Cypræa*, figs. 131 á 134). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **Ursellus** Gmelin (Kiener, *Cypræa*, lám. 33, fig. 4). Bagac, prov. de Batasán y Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **variolaria** Lamarck (Kiener, *Cypræa*, lám. 27, fig. 1). Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Mindanao*. —Archipiélago de *Joló*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Ventriculus** Lamarck (Reeve, *Cypræa*, fig. 28). Isla de *Cebú (Elera)*.— Zamboanga, en la isla de *Mindanao*. — Torgoyay en Agaña y Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Vitellus** Linné (Reeve, *Cypræa*, fig. 14). Bungao, en la isla de *Mindoro*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*. — Palompón, en la isla de *Leyte*. — Isla de *Cebú (Elera)*.— Antique, en la isla de *Panay*.— Balingasag, Zamboanga y Surigao, en la isla de *Mindanao*. — Bahía de Ulugán, en la isla de la *Paragua*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Sumay en Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

vitrea Gaskoin (Sowerby, *Cypræa*, figs. 456 y 457). Manila *(Paetel)*, en la isla de *Luzón*.—Isla *Panaon* (Quadras).

* **Walkeri** Gray (Sowerby, *Cypræa*, figs. 123 á 125). Isla de *Bohol (Paetel)*.—Ayala y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **Ziczac** Linné (Kiener, *Cypræa*, lám. 31, fig. 2). La Unión *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Cebú*.—Ayala y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

Otras especies citadas:

Cypræa arenosa Gray. Samar (Elera). Especie del Mar Pacífico.

— *Boivini* Kiener = Cypræa Listeri, var. según mi parecer; los autores la consideran como variedad de la *Cypræa gangrenosa*.

Cypræa candida Pease. Filipinas (Paetel). Especie del centro del Pacífico, que Tryon supone es variedad de la *Cypræa clandestina.*

— *cruenta* auct. non Gmelin = Cypræa variolaria.

— *diluculum* Reeve = Cypræa undata.

— *felina* Elera = Cypræa Ursellus.

— *gracilis* Gaskoin. Mindoro (Elera). Especie de China.

— *hordacea* Kiener = Cypræa insecta.

— *Menkeana* Deshayes. Filipinas (Paetel), Samar (Elera). Especie de la isla Reunión.

— *Oweni* Gray. Filipinas (Paetel), Balabac (Elera). ¿Especie de la isla Mauricio?

— *Pediculus* Rumphius = Cypræa oryza.

— *polita* Roberts. Filipinas (Elera). Especie de las islas Sandwich.

— *producta* Gaskoin. Cebú (Elera). Especie de Agulhas Bank.

— *pulchella* Swainson. Samar (Elera). Especie de China.

— *pulicaria* Reeve. Luzón y Samar (Elera). Especie de Australia.

— *pyriformis* Gray. Samar y Balabac (Elera). Especie de Ceilán.

— *quadripunctata* Gray. Filipinas (Cuming). Especie de las Antillas.

— *subteres* Weinkauff (*teres* Gmelin). La Unión (Elera). Especie de Ceilán.

— *tessellata* Swainson. Cebú (Elera). Especie de las islas Sandwich.

OVULIDÆ

Género **Ovula** Bruguiere.

birostris Linné (Sowerby, *Thes. Ovulum*, figs. 65 y 66). *Filipinas (Tryon).*

* **carnea** Poiret (Sowerby, *Ovulum*, figs. 76 y 77). Isla de

Ticao (Cuming). No se puede distinguir de la forma mediterránea más que en ser un poco alargada.

* **concinna** Adams y Reeve (Reeve, *Ovulum*, fig. 21). Isla de *Capul (Cuming)*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.

deflexa Sowerby (Reeve, *Ovulum*, fig. 56). Isla de *Ticao (Cuming)*.

* **gracilis** Sowerby (Sowerby, *Ovulum*, figs. 51 á 53). Isla de *Cebú*.

* **hordacea** Lamarck (Sowerby, *Ovulum*, figs. 110 á 112). Canatagán, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.

* **lactea** Lamarck (Sowerby, *Ovulum*, figs. 67 y 68). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Islas de *Masbate* y *Capul (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Cuyo*.

lanceolata Sowerby (Reeve, *Ovulum*, fig. 59). Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **margarita** Humphreys (Reeve, *Ovulum*, fig. 10). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.—Isla *Ticao (Cuming)*.

nubeculata Sowerby (Reeve, *Ovulum*, fig. 12). Isla de *Basilán (Belcher)*.

* **Ovum** Linné (Sowerby, *Ovulum*, figs. 1 á 3). Caramoan, prov. Camarines Sur, en la isla de *Luzón*.—Palompón y Taclobán, en la isla de *Leyte*.—Catbalogán, en la isla de *Samar*.—Isla de *Cebú*.—Balingasag, prov. Cagayán de Misamis, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de San Rafael, Calabaza, Lugbutún y Cumalaráng, en la isla de *Basilán*.—Isla de la *Paragua (Elera)*.—Isla *Balabac*.—Isla Menusa, en el Archipiélago de *Joló*.—Isla de Guam, *Marianas*.

* **Philippinarum** Sowerby (Sowerby, *Ovulum*, figs. 57 y 58). Isla de *Capul (Cuming)*.—Isla de *Ticao (Elera)*.—Isla de *Cebú*.

* **pudica** A. Adams (Reeve, *Ovulum*, fig 6). Isla de *Cebú*.

* **punctata** Duclos (Reeve, *Ovulum*, fig. 22). Batangas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Capul (Cuming)*.

* **Sowerbyana** Weinkauff (Sowerby, figs. 63 y 64. *Ovulum Spelta,* non Linné). Ensenada de Panimán, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón.*

striatula Sowerby (Reeve, *Ovulum,* fig. 28). Batangas *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Elera).*

umbilicata Sowerby (Reeve, *Ovulum,* fig. 14). Isla de *Ticao (Cuming).*

* **verrucosa** Linné (Sowerby, *Ovulum,* figs. 78 y 79). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Palanóc, en la isla de *Masbate.*—Isla de *Guimaras (Cuming).*—Islas de *Samar* y de *Leyte.*—Pinamonajan, en la isla de *Cebú.*—Balingasag y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Isla *Balabac.*

* **volva** Linné (Reeve, *Ovulum,* fig. 41). Misamis y Zamboanga, en la isla de *Mindanao (Cuming).*—Isla de *Basilán (Belcher).*

Otras especies citadas:

Ovula atomaria Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *brevis* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *bullata* Adams y Reeve. Samar y Paragua (Elera). Especie de Singapor.
— *formosa* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.
— *marginata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Hong-Kong.
— *obtusa* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *recurva* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

DOLIIDÆ

Género **Dolium** Lamarck.

* **costatum** Menke (Reeve, *Conch. icon. Dolium,* fig. 8). Ijatob, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Cebú (Schneider,* etc.).—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Lugbutún y Cumalaráng, en la isla de *Basilán.*

Cumingi Hanley (Reeve, *Dolium,* figs. 13 b y 13 c). *Filipinas (Cuming).*

Deshayesi Reeve (Reeve, *Dolium,* fig. 13 a). *Filipinas (Cuming).*

* **fasciatum** Bruguiere (Reeve, *Dolium,* fig. 11). Isla de *Luzón (Elera).*—Isla de *Cebú.*

* **fimbriatum** Sowerby (Reeve, *Dolium,* fig. 3; Chemnitz, 2.ª edic., lám. 62, fig. 1, *Dolium Lischkeanum,* Kuster). Manila *(Cuming,* etc.), en la isla de *Luzón.*—Naujáu, en la isla de *Mindoro.*—Isla de *Cebú.*—Isla de *Bohol (Elera).*—Argüelles, en la isla de *Negros.*— Davao, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **olearium** Bruguiere (Chemnitz, 2.ª edic., *Dolium,* lám. 61, fig. 1). Isla de *Marinduque (Elera).*— Taclobán, en la isla de *Leyte.* — Isla de *Cebú.* — Argüelles, en la isla de *Negros.* — Surigao *(Elera)* y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* —Archipiélago de *Joló.*

* **Perdix** Linné (Reeve, *Dolium,* fig. 9). Laylay, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Cebú.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*—Archipiélago de *Joló.*

Otras especies ya citadas:

Dolium Chinense Chemnitz. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *Lischkeanum* Kuster = **Dolium fimbriatum.**

— *maculatum* Lamarck. Manila, Bohol (Elera). Especie del Océano Indico.

Dolium melanostoma Jay. Filipinas (Elera). Especie de las islas de la Sociedad.

— *Minjac* Deshayes = **Dolium fimbriatum.**

— *variegatum* Lamarck. Cebú (Elera). Especie de Australia.

— *zonatum* Green. Filipinas (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Malea** VALENCIENNES.

* **Pomum** Linné (Reeve, *Dolium*, fig. 6). Morón, prov. de Bataán, en la isla de *Luzón.*—Nauján, en la isla de *Mindoro.*—Islas de *Marinduque* y de *Cebú.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* — Isla de Guam, *Marianas.*

GÉNERO **Pyrula** LAMARCK.

* **Ficus** Linné (Kiener, *Pyrula*, lám. 13, fig. 1). Surigao *(Elera)*, en la isla de *Mindanao.* — Archipiélago de *Joló (Belcher).*

* **reticulata** Lamarck (Kiener, *Pyrula*, lám. 12, fig. 1). *Filipinas. Joló (Elera).*

* **Var. Ficoides** Lamarck (Kiener, *Pyrula*, lám. 13, fig. 2). Cavite *(Martens)*, Taal, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*—Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

Otras especies citadas:

Pyrula Dussumieri Valenciennes. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *lævigata* Reeve = **Pyrula Ficus.**

Todas las anteriores especies de *Pyrula* están incluídas por algunos autores en el género *Ficula* Swainson.

CASSIDIDÆ

Género **Cassis** Lamarck.

* **Areola** Linné (Reeve, *Conch. icon. Cassis*, fig. 24). Manila *(Besser)*, Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.— Nauján, en la isla de *Mindoro*.— Cauit, en la isla de *Marinduque*. — Isla de *Cebú*. — Dauis, en la isla de *Bohol*.—Isla de *Negros (Cuming)*.—Surigao, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **bisulcata** Schubert y Wagner (Reeve, *Cassis*, fig. 6). Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla Balanacan, en la isla de *Marinduque*. — Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **canaliculata** Bruguiere (Reeve, *Cassis*, fig. 8). Islas de *Mindoro* y de *Cebú (Elera)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Isla de la *Paragua*.

* **cornuta** Linné (Reeve, *Cassis*, fig. 2). Manila *(Meyen)*, Mariveles, prov. de Zambales, Tiui, prov. de Albay, y Caramoan, prov. Camarines Sur, en la isla de *Luzón*.— Isla de *Cebú*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla Sissi, en el Archipiélago de *Joló*.

coronulata Sowerby (Reeve, *Cassis*, fig. 31). Manila *(Kuster)*, en la isla de *Luzón*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Archipiélago de *Joló*.

* **Erinaceus** Linné (Reeve, *Cassis Vibex*, fig. 15). Manila *(Kuster)*, en la isla de *Luzón*.—Boljoon *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.—Argüelles, en la isla de *Negros*.—Isla de *Bohol (Elera)*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.— Puerto Princesa, en la isla de la *Paragua*.— Archipiélago de *Joló*.—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*. Las *Cassis Vibex* y *Erinaceus* son variedades de una misma especie, pero el nombre de *Erinaceus* es anterior en la obra de Linné.

Cassis

* **glauca** Linné (Reeve, *Cassis*, fig. 33). Isla de *Cebú*.—Surigao *(Elera)* y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **pila** Reeve (Reeve, *Cassis*, fig. 21). Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Capiz, en la isla de *Panay*.—Zamboanga, Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao*.

* **rufa** Linné (Reeve, *Cassis*, fig. 20). Isla de *Cebú (Elera)*.—Zamboanga, isla de *Mindanao*.—Islas *Marianas (Elera)*.

* **strigata** Gmelin (Reeve, fig. 26. *Cassis undata) Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

* **torquata** Reeve (Reeve, *Cassis*, fig. 1). Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Antique, en la isla de *Panay*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla de la *Paragua*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **turgida** Reeve (Reeve, *Cassis*, fig. 25). Isla de *Cebú*.—Danis, en la isla de *Bohol*.—Isla Saguisí, en la isla de *Mindanao*.

Wyvillei Watson *(Voy. Challenger, Moll.*, lám. 14, fig. 3). *Filipinas (Watson)*. Me parecen la misma especie esta *Cassis* y la *Cassis Coronadoi* Crosse, citada de Matanzas en la isla de Cuba, á pesar de las pequeñas diferencias señaladas por Watson entre las dos especies. Debe haber algún error de localidad, y á este propósito recordaré aquí que se han mencionado algunas especies como vivientes á un mismo tiempo en el Océano Atlántico y en las Filipinas, por ejemplo, el *Murex rufus*, la *Cassis tuberosa*, la *Cypræa quadripunctata*, etc. Habiendo sido posesiones españolas las islas de Cuba, de Puerto Rico y las Filipinas, ¿no pueden haber sido llevadas accidentalmente dichas especies de un mar á otro al verificarse las relaciones comerciales?

Otras especies citadas:

Cassis achatina Lamarck. Filipinas (Tryon), Cebú (Elera). Especie del Cabo de Buena Esperanza.

— *exarata* Deshayes. Manila (Elera). El autor no da localidad.

Cassis fimbriata Quoy y Gaimard. Marianas (Kiener). Especie de Australia.

— *Pfeifferi* Hidalgo. ¿Filipinas? (Hidalgo). Posteriormente he visto esta especie en la colección Coronado como procedente de China, y Mr. Dautzenberg me ha regalado otro ejemplar hallado en el Japón. Podrá vivir también en Filipinas, pero hasta ahora no tengo seguridad de ello.

— *tuberosa* Linné. Filipinas (Cuming). Especie del Brasil.

— *undata* Deshayes = **Cassis strigata.**

— *Vibex* Linné = **Cassis Erinaceus**, var.

— *Zebra* Lamarck = **Cassis strigata.**

GÉNERO **Oniscia** SOWERBY.

exquisita Adams y Reeve (Reeve, *Oniscia*, fig. 3). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

Otra especie citada:

Oniscia cancellata Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.

NATICIDÆ

GÉNERO **Natica** ADANSON.

* **albula** Recluz (Reeve, *Conch. icon. Natica*, fig. 23). Tayabas *(Elera)*, Pasacao, prov. Camarines Sur *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.

* **Albumen** Linné (Reeve, *Natica*, fig. 31). Morón *(Elera)*, Bagac, en la isla de *Luzón*.—Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.—Islas de *Cebú* y de *Bohol*.—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **arachnoidea** Gmelin (Reeve, fig. 56. *Natica Raynaudiana)*. Isla de *Cebú*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)* y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **areolata** Recluz (Philippi en Chemn., 2.ª edic. *Natica,* lám. 11, fig. 2). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*— Isla de *Mindoro (Elera).*—Isla de *Capul (Cuming).*

articulata Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica,* lám. 17, fig. 4). *Filipinas (Paetel).* Parece ser la citada de Jacna *(Cuming),* en *Bohol,* como *Natica canrena* de Linné.

* **aurantia** Lamarck (Reeve, *Natica,* fig. 20; var. fig. 32, *Natica straminea* Recluz). Isla de *Ticao (Cuming).*— Islas de *Cebú* y Santa Fé de *Bantayán.*—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **avellana** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica,* lám. 11, figura 14). Isla de *Bohol.* La figura citada representa un ejemplar todavía joven.

* **bicolor** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica,* lám. 6. fig. 4, *Testa adultior,* Reeve, fig. 17. *Natica Petiveriana* Recluz). Manila *(Besser),* en la isla de Luzón.—Catbalogán *(Cuming),* en la isla de *Samar (Jagor).*—Isla de *Cebú (Elera).*—Argüelles, en la isla de *Negros.*—Dapitan y Surigao, en la isla de *Mindanao.*

Buriasensis Recluz (Reeve, *Natica,* fig. 128). Isla de *Burias (Cuming).*—Dapitan en la isla de *Mindanao.* (Quadras).

* **Chinensis** Lamarck (Reeve, *Natica,* fig. 82). Isla de *Luzón (Elera).*—Islas de *Cebú* y de *Mindanao.*

* **citrina** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica,* lám. 19, figura 17; Reeve, fig. 35, *Natica deiodosa;* Hombron, *Voy. Pole Sud,* lám. 16, figs. 33 y 34. *Natica Mittrei).* Isla de *Cebú.*—Zamboanga, en la isla de *Mindanao.* El nombre de Philippi es anterior. La callosidad es más grande en los individuos adultos.

* **Colliei** Recluz (Reeve, *Natica,* fig. 112). Isla de *Ticao (Cuming).*

* **columnaris** Recluz (Reeve, *Natica,* fig. 19). Manila *(Recluz),* Pasacao, prov. Camarines Sur *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Marinduque.*

Cumingiana Recluz (Reeve, *Natica,* fig. 13). Isla de *Cebú.*— Isla *Cuyo (Cuming).* (Quadras.)

Natica

* **Draparnaudi** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 44). Isla Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla Santa Fé de *Bantayán*.

effusa Swainson. Isla de *Cebú (Schneider*, fide Martens). No sé si este dato comunicado por Martens se refiere á la verdadera *N. effusa* Swainson *(Zool. Illustr.*, part. II, lám. 104, figuras superior é inferior) ó á otra especie diferente dada con el mismo nombre por Reeve *(Conch. icon. Natica*, fig. 15) y por Sowerby *(Thes. Conch. Natica*, fig. 82).

Euzona Recluz *(Journ. Conch.* Paris, I, lám. 14, fig. 3). Isla de *Capul (Cuming)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*. Reeve la considera como variedad de la *Natica picta*.

* **filosa** Sowerby (Reeve, *Natica*, fig. 72). Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **Flemingiana** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 80). Manila *(Elera)*, Sorsogón *(Cuming)*, Morón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.—Isla *Cuyo (Cuming*, etc.)—Archipiélago de *Joló*.

* **fluctuata** Sowerby (Reeve, *Natica*, fig. 10). Isla de *Mindoro (Cuming)*.—Isla *Cuyo*.—Cabo Melville, isla *Balabac*.

funiculata Recluz *(Journ. Conch.*, París, I, pág. 400). *Filipinas (Recluz)*. Tryon la cree probablemente = á la *Natica columnaris*.

* **galactites** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica*, lám. 19, fig. 10). Isla Culion, en las islas *Calamianes*.

gracilis Recluz *(Journ. Conch.*, Paris, I, lám. 14, fig. 11). *Filipinas (Recluz)*.

* **Gruneriana** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica*, lám. 7, fig. 6). *Filipinas*.

Gualteriana Recluz *(Journ. Conch.*, París, I, pág. 396). Sual en Pangasinán *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Jacna *(Recluz)*, en la isla de *Bohol*. La *Natica Gualteriana* de Reeve y la *Gualteriana* de Philippi no corresponden á la descripción de Recluz. La primera es la *Natica tessellata* Philippi, la segunda parece una concha joven.

Natica

* **insecta** Jousseaume (*Revue et Mag. de zool.*, 1874, lám. 2, figs. 1 y 2). Bolinao, en la isla de *Luzón*.— Ijatob, en la isla de *Marinduque*.

labrotincta Sowerby (*Proc. Malac. Soc. London*, 1900, lám. 11, fig. 4). Isla de *Cebú (Koch)*.

* **lineata** Lamarck (Reeve, *Natica*, fig. 24). *Filipinas (Philippi)*.

* **lurida** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica*, lám. 12, figuras 3 y 4). Manila, en la isla de *Luzón*.— Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Isla de *Negros (Meyer)*.—Placer y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.— Archipiélago de *Joló*.

* **maculosa** Lamarck (Reeve, *Natica*, fig. 57). *Filipinas (Tryon)*.

* **Mammilla** Linné (Reeve, *Natica*, fig. 27). Bagac, Mariveles, Ternate, en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Isla *Catanduanes*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Masbate*.—Isla de *Samar (Jagor)*.—Isla de *Cebú*.—Surigao, en la isla de *Mindanao*.— Archipiélago de *Joló*. Sowerby reune á esta especie las *Natica albula, pyriformis* y *vestalis* ó *intermedia* Reeve non Recluz.

* **Maura** Bruguiere (Reeve, *Natica*, fig. 25). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

* **melanostoma** Gmelin (Reeve *Natica*, fig. 30). Morón, en la isla de *Luzón*.—Islas *Alabat* y *Marinduque*.—Isla de *Tablas (Elera)*.—Isla de *Cebú*.— María, en la isla de *Siquijor*.—Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.— Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **melanostomoides** Quoy y Gaimard (Reeve, *Natica*, figura 101). Bagac, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Marinduque* y de la *Paragua*.

pavimentum Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 132). Isla de *Ticao (Cuming)*.

Philippinensis Watson *(Voy. Challenger, Moll.*, lám. 27, fig. 1). *Filipinas (Watson)*.

* **picta** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 67 a y b) Basey *(Cuming)*, en la isla de *Samar*.—Isla *Busuanga*.

Natica

* **Powisiana** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 22). *Filipinas (Philippi).*—Isla de *Cebú (Elera).*

* **pyriformis** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 16). Isla *Alabat.*—Isla de *Mindoro.*—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque.*—Ilo-Ilo *(Cuming)*, en la isla de *Panay.*—Pinamonajan, en la isla de *Cebú.*—Escalante y Manapla, en la isla de *Negros.*—Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

* **rufa** Born (Reeve, *Natica*, fig. 70). Ilocos *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*

Samarensis Recluz *(Proc. Zool. Soc. London*, 1843, página 214). Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar.* Según Tryon, probablemente es igual á la *Natica Simiæ* Deshayes.

* **Sebæ** Souleyet (Reeve, *Natica*, fig. 74). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.*—Loon *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*

Seychellium Watson (Reeve, fig. 58. *Natica Maheense*). Isla *Malanipa (Watson).*

* **Simiæ** Deshayes (Reeve, *Natica*, figs. 76 y 98). Tabigui, en la isla de *Marinduque.*—Isla de *Masbate.*

* **solida** Blainville (Reeve, *Natica*, fig. 71; var. *Natica cinnamomea* Menke en Chemnitz, 2.ª edic., lám. 3, figs. 22 y 23; *Natica Lupinus* Deshayes en Hombron, *Voy. Pole Sud*, lám. 16, fig. 30 y 31). Manila, Morón, Isla Bagatao, en la isla de *Luzón.*—Isla *Alabat.*—Gasán y Balanacan, en la isla de *Marinduque.*—Magallanes en la isla de *Sibuyán.*—San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.*—Isla de *Bohol.*—Surigao, en la isla de *Mindanao.*—Archipiélago de *Joló.*—Isla de Guam, *Marianas.*

* **spadicea** Swainson (Reeve, *Natica*, fig. 9). Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao.* Philippi designa esta especie con el nombre de *Natica Swainsoni*, porque Swainson había incluído en su especie la *Natica rufa* de Born.

Succineoides Reeve (Reeve, *Natica*, fig. 73). Pasacao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Isla *Marinduque* (Quadras.)

Natica

suffusa Reeve (Reeve, *Natica*, fig. 139). Isla de *Cebú*. (Quadras.)

* **tæniata** Menke (Reeve, fig. 60. *Natica alapapilionis*). Tayabas *(Elera)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Leyte* y de *Bohol (Elera)*.—San Nicolás *(Cuming)*, en la islas de *Cebú*.—Dapitan, Surigao y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Cuyo*.

* **tessellata** Philippi (Chemnitz, 2.ª edic. *Natica*, lám. 7, figura 7; Reeve, fig. 114, *Natica Gualteriana*, non Recluz; Junior. *Natica hebræa* Philippi, non Martyn, en Chemnitz, lám. 11, fig. 10). Gubat, prov. Albay, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Escalante, en la isla de *Negros*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua*.—Isla *Balabac*.—Archipiélago de *Joló*.—Barrio de Sumay en Agat, Merizo y Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **Vavaoisi** Le Guillou (Reeve, *Natica*, fig. 99). Isla de *Cebú*. —María, en la isla de *Siquijor*.

* **vestalis** Philippi (Reeve, fig. 38. *Natica intermedia*, non Recluz et Philippi; *N. vestalis*, en las errata). Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Bohol*.—Quinuguitan y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

violacea Sowerby (Reeve, *Natica*, fig. 65). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Ticao* y *Masbate (Cuming)*. (Museo.)

* **Vitellus** Linné (Reeve, *Natica*, fig. 39). Mambulao, provincia Camarines Norte, en la isla de *Luzón*.—Isla *Catanduanes*.—Badajoz, en la isla de *Tablas*.—Isla de *Romblón*.—Isla *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.—Tagana-an y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Sarangani*.

* **Zanzibarica** Recluz (Reeve, *Natica*, fig. 75). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Dapitan, isla de *Mindanao*.

* **Zebra** Lamarck (Reeve, *Natica*, fig. 53). Ternate, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.—Isla de Guam, *Marianas*.

Zelandica Quoy y Gaimard (Reeve, *Natica*, fig. 90). *Filipinas (Sowerby).*

Otras especies citadas:

Natica affinis Busch = Natica Zelandica.
— *alapapilionis* Deshayes = Natica tæniata.
— *ampla* Tryon, partim = Natica bicolor.
— *asellus* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *bicincta* Recluz = Natica melanostomoides, var. según Tryon.
— *Canrena* Linné. Jacna en Bohol (Cuming). Especie de las Antillas; tal vez sea la Natica articulata.
— *Cariosensis* Recluz. Filipinas (Paetel). No encuentro esta especie.
— *cinnamomea* Menke = Natica solida, var.
— *crenata* Recluz = Natica alapapilionis.
— *deiodosa* Reeve = Natica citrina.
— *flammea* Elera. Islas Calamianes (Elera). No conozco esta especie.
— *Fortunei* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *fuscata* Recluz = Natica Cumingiana, según Jay.
— *Gualteriana* Reeve, non Recluz = Natica tessellata.
— *Gualteriana* Philippi, non Recluz = ?
— *Lupinus* Deshayes = Natica solida, var.
— *Maheense* Deshayes = Natica Seychellium.
— *macrotrema* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.
— *Marochiensis* Gmelin. Filipinas (Paetel), Bohol (Elera). Especie del Norte de Africa.
— *melastoma* Swainson. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *Mittrei* Hombron = Natica citrina.
— *papilla* Chemnitz = Sigaretus papilla.
— *orientalis* Gmelin. Filipinas (Elera). Especie de Singapur.
— *pellis-tigrina* Chemnitz. Filipinas (Jay). Especie de Australia.

Natica perspicua Recluz. Filipinas (Recluz). Especie de California.

— *Petiveriana* Recluz = **Natica bicolor, adulta.**

— *plumbea* Lamarck. Cebú (Elera). Especie de Australia.

— *pulvinata* Recluz. Filipinas (Jay). No encuentro esta especie.

— *Raynaudiana* Reeve = **Natica arachnoidea.**

— *Raynoldiana* Recluz = **Natica arachnoidea.**

— *Simioides* Recluz = **Natica Simiæ, var.**

— *straminea* Recluz = **Natica aurantia, var.**

— *Swainsoni* Philippi = **Natica spadicea.**

— *zonalis* Recluz. Filipinas (Paetel). Especie de las islas Viti.

— *zonaria* Lamarck = **Natica tæniata.**

GÉNERO **Sigaretus** ADANSON.

Cuvierianus Recluz (Reeve, *Conch. icon. Sigaretus*, figura 12). Isla de *Panay (Cuming)*.

* **Delesserti** Recluz (Reeve, *Sigaretus*, fig. 10). Isla de *Luzón (Cuming)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **incisus** Reeve (Reeve, *Sigaretus*, fig. 11). Manila, en la isla de *Luzón*.

* **Javanicus** Gray (Recluz en Chenu, *Illustr. Conch. Sigaretus*, lám. 2, figs. 5 y 6). Manila *(Recluz)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Burias (Cuming)*.

* **lævigatus** Recluz (Recluz, *Sigaretus*, lám. 2, figs. 8 y 12). Morón, en la isla de *Luzón (Cuming)*.—Isla de *Mindoro*.

Lamarckianus Recluz (Recluz, *Sigaretus mamillaris*, senior, lám. 1, fig. 5). *Filipinas (Recluz)*.

* **Linneanus** Recluz (Recluz, *Sigaretus*, lám. 1, fig. 4). *Filipinas (Tryon)*.

neritoideus Linné (Sowerby, *Thes. Conch. Sigaretus*, figuras 1, 16 y 17). Isla de *Burias (Sowerby)*.

Sigaretus

* **nitidus** Reeve (Reeve, *Sigaretus*, fig. 20). Isla *Ticao (Cuming)*.—Placer y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

* **papilla** Chemnitz (Recluz, *Sigaretus*, lám. 1, fig. 2). Manila, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*.—Isla de *Negros (Cuming)*.

* **planulatus** Recluz (Reeve, *Sigaretus*, fig. 7). Isla de *Luzón (Cuming)*.—Islas de *Cebú* y *Bohol (Elera)*.—Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

unifasciatus Recluz (Recluz, *Sigaretus*, lám. 3, fig. 1). *Filipinas (Recluz)*.

Otra especie citada:

Sigaretus eximius Reeve. Filipinas (Elera). Especie de Malacca.

LAMELLARIIDÆ

Género **Lamellaria** Montagu.

gemma Bergh (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 27, fig. 20). *¿Filipinas? (Tryon)*.

isabellina Bergh (Tryon, lám. 27, fig. 19). *¿Filipinas? (Tryon)*.

Otras especies citadas:

Lamellaria affinis Berg.....
— *cabulana* Bergh.....
— *indecora* Berg.....
} Filipinas (Elera). No citadas de estas islas por Bergh.

Bergh menciona las especies anteriores como *Marsenia*.

Género **Chelynotus** Swainson.

Semperi Bergh (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 27, figura 23). *Filipinas (Bergh)*.

Otras especies citadas:

Chelynotus punctatus Stimpson. } Filipinas (Elera). Especies de China.
— *tuberosus* Stimpson..... }

GÉNERO **Velutina** FLEMING.

Una especie citada:

Velutina cancellata Quoy = **Narica Petitiana.**

NARICIDÆ

GÉNERO **Narica** RECLUZ.

* **cidaris** Recluz (Recluz, *Mag. de Zoologie*, 1845, lám. 121, fig. 1). Isla de *Masbate (Cuming).*

Cumingiana Recluz *(Mag. Zoologie,* 1845, lám. 124, fig. 1). Catbalogán *(Cuming)*, en la isla de *Samar.*

Deshayesiana Recluz *(Mag. Zoologie*, 1845, lám. 130). Catanauan, prov. de Tayabas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*—Mampao, en la isla de *Marinduque.*—San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.* (**Quadras.**)

distans Recluz *(Mag. Zoologie,* 1845, lám. 129, fig. 1). Jacna *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*

* **Gueriniana** Recluz *(Mag. Zoologie,* 1845, lám. 128, fig. 2). Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Capul (Cuming).*

* **ligata** Recluz *(Mag. Zoologie*, 1845, lám. 121, fig. 2). Catanauan, prov. de Tayabas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

Orbignyana Recluz *(Mag. Zoologie,* 1845, lám. 124, fig. 2). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón.*

* **Petitiana** Recluz *(Mag. Zoologie,* 1845, lám. 122 y 123; Quoy y Gaimard, *Voy. Astrolabe*, *Moll.*, lám. 66 bis, figs. 20 á 22, *Velutina cancellata).* Isla de *Masbate (Cuming).*—Isla de Guam *(Quoy)*, en las islas *Marianas.*

Narica

plicata Recluz (*Mag. Zoologie*, 1845, lám. 128, fig. 1). Isla *Ilias (Cuming*, fide Recluz. ¿Será isla *Ilin?)*.—Isla *Ticao (Cuming)*.

Souleyetana Recluz (*Mag. Zoologie*, 1845, lám. 135, fig. 1). Isla de *Bohol (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Narica clathrata Recluz. Filipinas (Elera). Especie de Polinesia.

— *elata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.

Algunos autores designan este género con el nombre de *Vanikoro*, Quoy y Gaimard. Por haberle desechado estos mismos naturalistas en la pág. 239 del tomo II de su obra *Voyage de l'Astrolabe*, y por ser bárbara su denominación, es preferible adoptar el de *Narica*, empleado después por Recluz, el cual ha hecho una excelente monografía de las especies de dicho género, publicada en el *Magasin de Zoologie* y reproducida poco después en las *Illustrations conchyliologiques* de Chenu.

CALYPTRÆIDÆ

Género **Crucibulum** Schumacher.

Una especie citada:

Crucibulum extinctorium Lamarck. Filipinas (Elera). Especie de Singapur.

Género **Calyptræa** Lamarck.

pellucida Reeve (Reeve, *Conch. icon. Trochita*, fig. 2). *Filipinas (Cuming)*.

(Se continuará).

XXXIII.—Análisis del pimiento molido de Murcia.

Por D. Gabriel de la Puerta.

Podrá parecer que el producto de que se trata no tiene toda la importancia debida para ser objeto de detenidas investigaciones científicas; pero pronto se convencería de lo contrario, si hay quien tal piense, recordando las famosas discusiones de 1902 en la prensa y en el Congreso de los Diputados, la agitación producida en Murcia entre huertanos y exportadores de pimentón, y además, si se consulta el cuadro de exportación del pimiento publicado por la Dirección general de Aduanas, en el cual se lee que en el año de 1896 se exportaron 2.861.554 kilogramos, por valor de 2.289.243 pesetas.

Ante estos datos, bien merece el precioso fruto murciano ser estudiado con verdadero interés, ya que en los libros apenas se habla de él, refiriéndose los extranjeros al pimiento molido de Cayena (*Capsicum frutescens* Willd.), en lo que dicen respecto de las adulteraciones; y en cuanto al análisis químico del pimiento común, del que se cultivan diversas variedades en España, llamado por los autores franceses pimiento de los jardines (*Capsicum annuum* L.), son tan incompletos y confusos los datos que se han publicado, que no es posible formarse idea clara acerca de su composición (1).

---

(1) En el interesante libro publicado en 1902 por el Dr. Pulido, Director general de Sanidad entonces, y titulado *Sobre la mezcla de pimentón y aceite*, se encuentran algunos datos tomados de obras extranjeras, y el mismo Sr. Pulido dice en la pág. 259 lo que sigue: «El pimentón es un producto tan español y poco estudiado en el extranjero, que difícilmente se podrían recoger poquísimos datos para escribir sobre él una monografía interesante»; y más adelante añade: «Apenas se le da importancia propia suficiente

Hay quien cree que el principio picante de los pimientos es una esencia y otros un alcaloide volátil, y ciertamente que no es ni lo uno ni lo otro. He destilado con agua gran cantidad de la variedad de pimientos llamados guindillas, y sólo he obtenido un líquido incoloro, neutro, de muy ligero olor á pimiento y de sabor nulo, lo que prueba que no hay tal esencia picante; y aislando el principio picante por medio de varios disolventes, como más adelante se dirá, resulta que es una materia de propiedades ácidas marcadas, á la que denomino, por esta razón, *ácido cápsico.*

En 1816, Bucholz y Braconot dieron el nombre de *capsicina* al principio picante y acre de los pimientos, obteniendo dicha substancia por tratamiento con éter del extracto alcohólico del pimiento. El producto obtenido no es ciertamente un principio inmediato, sino una mezcla de grasa, materia colorante y el principio picante.

En 1869, Felletar dijo haber obtenido de los pimientos un alcaloide volátil de olor parecido á la conina; pero, como dice A. Gilkinet en su tratado de Química, está muy lejos de haberse demostrado la existencia de este cuerpo.

En 1871, Dragendorff anunció que había obtenido clorhidrato de un alcaloide, cuya solución acuosa precipita con la mayor parte de los reactivos habituales, pero no por el tanino.

En 1876, Thresh dijo que había obtenido la parte activa del pimiento, siendo una substancia incolora cristalizable, acre é irritante, á la que llamó *capsaicina,* asignándola la fórmula química $C^9H^{14}O^2$ (1).

---

para entender que vale la pena de ser conocido; por eso su composición química, su estructura peculiar, sus adulteraciones no han pasado al texto de los tratados que tienen circulación universal sino con poca extensión, y se comprenden las dificultades que encuentran nuestros químicos cuando se les pregunta con algún detenimiento sobre la materia».

(1) El procedimiento para obtener la *capsaicina*, ininteligible para mí en algunos puntos, es como sigue, traducido del *Tratado de Química* de A. Gilkinet, 1899: «Se obtiene del polvo de pimiento con éter un extracto, y éste se disuelve en una solución alcohólica

Respecto del análisis del pimiento, no he encontrado ninguno completo. En la obra de M. Ch. Girard, *Analyse des matières alimentaires*, etc., París 1904, he hallado el siguiente, de M. Kœnig:

	Mínima.	Máxima.
Agua	2,4	17,4
Materias azoadas	11,2	14,6
— grasas	5,9	18,0
Hidratos de carbono	32,6	41,5
Celulosa	16,9	21,1
Cenizas	5,1	9,1
Extracto alcohólico total	34,0	43,5
Extracto alcohólico desecado á 100°	19,0	37,7

(*Kœnig.*)

Como se ve, este análisis sólo puede considerarse como datos para otro más completo. No se sabe si se refiere á 100 partes; la celulosa aparece separada de los hidratos de carbono, el extracto alcohólico es una mezcla y no un principio inmediato, y el principio picante y acre, que es lo que más importa determinar, no se menciona.

Hay también un análisis, que con gran complacencia inser-

---

hirviendo de hidrato potásico; se diluye el líquido y se precipita por cloruro de bario; se lava el precipitado, se deseca y se le agota con éter. Por evaporación del éter se obtiene un residuo oleaginoso llamado *capsicol*. Para separar la *capsaicina*, se la disuelve en una solución diluída de hidrato potásico; se calienta el líquido á 50° y luego se añade cloruro amónico. Después de un día se forman cristales que se recogen, y si hay necesidad, se tratan segunda vez de la misma manera para purificarlos. La *capsaicina* forma cristales incoloros de sabor ardiente, que se volatilizan cuando se calientan con precaución.» (Thresh.)

En la obra de M. Ch. Girard, *Analyse des matières alimentaires*, 1904, hay otro procedimiento que dice así: «La capsicina se prepara, según Thresh, formando un extracto del pimiento por medio de la bencina; se mezcla el producto rojo así obtenido con dos veces su peso de aceite de almendras y se trata la mezcla varias veces con alcohol. La solución alcohólica evaporada deja la capsicina, que cristaliza en láminas delgadas, insolubles en agua y muy solubles en alcohol. Se volatiliza hacia los 100°, y se condensa en gotitas. Su olor es sumamente picante.»

tamos, por ser de un químico español, antiguo maestro mío, D. Manuel Sáenz Díez, que dice lo siguiente (1):

Pimientos encarnados grandes y carnosos:

Agua	89,69
Substancias proteicas	1,12
— no nitrogenadas	8,49
Cenizas	0,70
	100,00

(Sáenz Díez.)

El objeto de este análisis era el de apreciar solamente el valor nutritivo del pimiento en comparación de otros alimentos, cuyo análisis hizo el mismo Sr. Sáenz Díez en igual forma, sin determinar por separado todos los principios inmediatos.

Mis estudios analíticos han recaído principalmente sobre el pimiento molido dulce ó pimentón de Murcia, aunque también sobre el picante, con objeto de averiguar qué es el principio acre y picante, punto sobre el cual es donde he encontrado más obscuridad y falta de datos.

Lo primero que traté de averiguar fué qué variedad de pimiento es la que se cultiva en la vega del Segura, porque tampoco dicen nada sobre este punto nuestros libros de Botánica, ni de Agricultura, lo mismo que los autores extranjeros. Para conseguirlo me proporcioné el año pasado (1903) pimientos frescos de Murcia, que me remitió D. Emilio López, aventajado discípulo mío, Licenciado en Farmacia. Por los caracteres que presenta el fruto creo que la variedad es *ovoideum*, de Fingerhut, de modo que el nombre completo del pimiento dulce que se cultiva en Murcia y Orihuela es como sigue: *Capsicum annuum* L. *var. ovoideum*, Fingerhut (2).

(1) Memoria premiada por la Real Academia de Ciencias sobre el tema *Estudiar los alimentos que consume la clase labradora y los braceros*, etc., 1879.

(2) Tengo dibujos en colores de esta y otras variedades, hechos por el distinguido botánico, mi estimable amigo, D. Próspero Reyes, Catedrático de Fitografía de la Universidad Central,

En 1902 hice varios análisis de pimentones que me encargaron algunos industriales de Murcia, y encontré en uno, que me aseguraron no tenía aceite añadido, 10 por 100 de extracto compuesto de una materia grasa de hermoso color rojo, obtenida por la acción del sulfuro de carbono. También obtuve dicha materia grasa de *ñoras* (pimientos secos) que me mandaron de Murcia, y sólo obtuve 3 á 4 por 100, cantidad evidentemente menor que la que contiene el pimentón, y cuya diferencia se explica por no poder reducir el fruto á polvo fino y por no hallarse bien desecado.

Recientemente he hecho varias determinaciones de la cantidad de materia grasa y colorante, empleando como disolventes el sulfuro de carbono y el éter sobre pimiento molido puro, formado sólo por el pericarpio, sin semillas, ni restos de cáliz y pedúnculos, que me ha proporcionado mi amigo Sr. Roncero, representante de la casa de Albarracín y Alemán, de Espinardo, y he obtenido con el sulfuro de carbono 10,5 por 100 de un extracto oleoso de color rojo, y con el éter, cantidad próximamente igual, 10,3 por 100.

Este dato es importante para descubrir en el pimentón el aceite añadido, empleando éter ó sulfuro de carbono como disolventes y haciendo los tratamientos hasta que resulte el residuo sin color rojo.

Un aumento en el extracto de 10,5 por 100 es señal de la adición de aceite, si bien este aumento ha de ser de más de 2, porque si el pericarpio se ha molido con las semillas del pimiento, éstas, que contienen unos 12 por 100 de grasa natural, pueden elevar la cifra de 10,5 por 100, sin haber añadido aceite. Además, para confirmar la existencia de aceite añadido, basta envolver el pimentón en papel absorbente y aun en papel común, para que éste se manche muy pronto de grasa, mientras que el pimiento molido puro mancha de rojo el papel al cabo de algún tiempo. Y todavía nos convenceremos más de que hay aceite añadido mirando con el microscopio el polvo de pimiento, en el cual he observado que se ven varias gotitas oleosas amarillas fuera de las células, cuando se ha añadido aceite. En el pimiento molido puro se ven varias granulacio-

nes rojas dentro de las células y muy pocas fuera, de color rojo y más pequeñas que las gotitas de aceite añadido.

Es muy importante para descubrir las adulteraciones el examen microscópico, sobre lo cual hay buenos datos en los libros extranjeros, especialmente en la excelente obra de A. Macé, titulada *Les subtances alimentaires*, 1891, en la que se encuentra, pág. 425, una lámina en coloras de la estructura del *Capsicum annuum* y del polvo del mismo. El pimiento molido puro de Murcia presenta la misma estructura y aspecto, si bien el que no se ha molido con las semillas, no presenta las células del albumen.

En un pimentón que me entregó para su análisis hace poco tiempo D. Francisco Sempere, Secretario del gremio de fabricantes de Murcia (1), pude observar con el microscopio que presentaba varias gotitas amarillas oleosas fuera de las células, debido al aceite añadido, lo cual fué confirmado por las manchas que producía en el papel y la cantidad de extracto etéreo, que se elevó á 17,5 por 100, esto es, 7 por 100 más que el pimiento puro. También se veían con el microscopio algunas masas amorfas, debido á tierra adherida al fruto con la cual se molió, habiéndose confirmado esto por la cantidad de cenizas resultantes, 11 por 100, esto es, de 5 á 6 más que el pimiento puro.

Otra muestra de pimentón dulce remitida por el Gobernador de Sevilla, analizada en el Instituto bacteriológico de Alfonso XIII por el Profesor químico del mismo D. Ricardo de la Puerta, dió 19 por 100 de extracto etéreo, conteniendo 8 á 9 por 100 de aceite añadido.

Como dato importante debo añadir que una muestra de pimentón poco picante procedente de la Rioja (Arnedo) (2), que

---

(1) Este pimentón no pertenecía al gremio de exportadores, los cuales, según me aseguró el Sr. Sempere, se habían juramentado para no echar absolutamente nada de aceite, desde que se publicó el decreto prohibiendo la mezcla.

(2) Aunque la producción del pimiento fresco y en conserva es de gran importancia en la provincia de Logroño, no lo es la del

me ha proporcionado mi amigo D. Narciso Moreno, comerciante de esta Corte, asegurándome no contener aceite, me ha dado 15,4 por 100 de extracto etéreo.

Otra muestra, proporcionada por el mismo, de pimentón picante (extra), procedente de la Vera de Plasencia, de la casa Sanz hermanos, me ha dado 15,3 por 100 de extracto etéreo.

El aumento que ambos pimentones tienen en la cantidad de extracto etéreo sobre 10,5 que da el de Murcia, se explica, no tan sólo por contener más grasa, sino también porque contienen mayor cantidad de materia colorante y de principio picante, especialmente el de la Vera. Creo que éstos se han molido con las semillas.

Debe, por tanto, tenerse cuidado al investigar aceite añadido en el pimentón picante, pues éste da mayor cantidad de extracto etéreo que el de Murcia, y si se encuentra 15 á 16 por 100 de extracto etéreo, no puede deducirse que se le haya añadido aceite.

En la determinación de la cantidad de aceite, debe tenerse en cuenta si el pimentón contiene alguna materia extraña que hará variar el tanto por ciento. En el día apenas se adultera; pero antes solían añadir, además del aceite, harina de maíz, moyuelo, hueso de almendra y de aceituna molido, tierra y alguna materia colorante vegetal ó artificial como la eosina.

Análisis del pimiento molido puro de Murcia.

Ya he dicho antes que me he servido, para el análisis, de pimentón puro de la casa de Albarracín y Alemán, de Espinardo (Murcia).

Materias minerales.—Por incineración he obtenido 5,24

---

pimiento molido ó pimentón, pues sólo en Arnedo existe esta industria en pequeña escala.

Los centros principales de producción del pimentón son Murcia y Orihuela, del dulce; y la Vera de Plasencia, y otros puntos de la provincia de Cáceres, del pimentón picante.

por 100 de materias minerales, y en otras ocasiones 6,3 y 7,4, cuya pequeña diferencia puede explicarse por ser muestras distintas y también porque, á veces, al moler el fruto, lleva adherida algo de tierra. Cuando la cantidad de cenizas se eleva á más de 7 por 100, puede creerse que el pimentón está adulterado con tierra ú otras materias minerales, mucho más si la composición es distinta de las naturales del pimiento. Analizadas éstas he visto que están formadas de carbonato y sulfato de cal, silicato de alúmina (arcilla), sílice, cloruro de sodio, poca magnesia y hierro. El color de las cenizas es blanquecino y no rojizo.

El término medio de materias minerales puede fijarse en 6,3 por 100.

Agua.—Desecado en la estufa á unos 95°, el polvo de pimiento puro pierde 8,5 por 100 de agua ó humedad y el principio oloroso volátil que en corta cantidad existe en el pimiento

Extracto etéreo.—Como he dicho anteriormente, el pimiento molido puro, agotado por éter, dió 10,3 por 100 de una masa blanda oleosa, de color rojo vivo, de olor propio del pimiento y de sabor picante. Esta masa se halla formada de una grasa sólida, unida íntimamente á la materia colorante, como se ve con el microscopio en las granulaciones rojas contenidas en las células, el principio picante en corta cantidad y el principio oloroso, propio del pimiento del que después trataré. Con el sulfuro de carbono, he obtenido 10,5 por 100 de extracto de la misma composición.

Es difícil separar por los reactivos la materia colorante de la grasa; pero conseguí separarla en la solución etérea por medio del carbón animal. El líquido filtrado y evaporado espontáneamente dejó 8 por 100 de grasa blanda, resultando 2,5 por 100 de materia colorante roja.

El principio picante se halla en tan corta cantidad en el pimiento dulce de Murcia, que no pude determinarle con exactitud, si bien calculo que debe ser unos 0,3 por 100.

Residuo del tratamiento con éter.—Resulta un polvo de color rojo, sin olor y de aspecto de serrín. Lo mismo resulta el residuo del tratamiento con sulfuro de carbono. Su peso es 88

por 100, hallándose compuesto de celulosa, pectasa y materias albuminoideas, pectina, azúcar, fécula, materias minerales y humedad.

Examinado con el microscopio se ven fibras, vasos y células más ó menos completas. Los gránulos de fécula no se perciben bien; pero poniendo una gotita de tintura de iodo aparecen algunos teñidos de color azul.

La *celulosa* se ha determinado lavando dicho residuo con agua caliente, con alcohol y después con agua acidulada y agua alcalinizada, y por fin con agua sola, obteniendo 22,4 por 100, rebajando la parte mineral insoluble.

Pectina.—Es extraño que ningún autor que se ocupa del análisis del pimiento hable de este principio, cuya existencia salta á la vista, en cuanto se empieza á hacer el análisis inmediato de dicho fruto, apareciendo una materia gelatinosa al hervir con agua los residuos del tratamiento con éter ó el pimiento, y evaporación del líquido.

He determinado la pectina calentando con agua una cantidad de pimiento molido y adicionando un poco de tanino para precipitar las materias albuminoideas. En el líquido filtrado, añadiendo alcohol de 96°, se precipita una materia gelatinosa en forma de jalea que sube á la superficie, y recogida sobre un filtro, lavada con alcohol y desecada, pesó 28 por 100.

Pectasa y otras materias albuminoideas.—He tratado de determinar la cantidad de estas materias por precipitación con tanino del líquido resultante de tratar con agua destilada en frío el pimiento molido, pero obtuve muy corta cantidad.

Con más exactitud he determinado la cantidad de nitrógeno por el procedimiento de Peligot, obteniendo 1,6 por 100, cuyo número, multiplicado por el coeficiente 6, da 9,6 por 100 de materias nitrogenadas ó albuminoideas.

Azúcar.—La variedad que se encuentra en el pimiento es la fructosa ó azúcar de frutos. La he determinado por el líquido valorado de Violette en una cantidad pesada de pimiento molido, obteniendo 5 á 6 por 100.

Fécula.—Visto con el microscopio el pimiento molido y cortes transversales del pericarpio, no se distinguen bien grá-

nulos de fécula; pero si se pone una gotita de tintura de iodo se observa que algunos puntos toman débil color azul, lo que prueba que existe una substancia amilácea, probablemente en vías de transformación. Los líquidos resultantes de hervir algunos momentos el pimiento con agua no dan coloración azul marcada con el iodo, sino una coloración gris verdosa. La cantidad de substancia amilácea es variable según el estado de maduración del fruto, pudiendo fijarse en los pimientos molidos de Murcia, que he examinado, en 4 á 5 por 100.

En el residuo del tratamiento con éter del pimiento molido, privado de la grasa y materia colorante, es donde se demuestra mejor la existencia de fécula, poniendo una gotita de tintura de iodo según dijimos antes.

Principio oloroso volátil.—Tiene el pimiento de Murcia un aroma bastante agradable, debido indudablemente á un principio esencial; pero se halla en corta proporción y es tan fugaz que no he podido determinar la cantidad. El mismo olor, ó parecido, se encuentra en los pimientos encarnados de la Rioja y en el picante de la Vera, pero es más fuerte y no tan agradable como el del pimiento de Murcia.

Composición del pimiento molido de Murcia.

Según los datos anteriormente expuestos, es como sigue:

Agua y substancia volátil	8,5
Materias minerales (cenizas)	6,3
Grasa sólida	8,0
Materia colorante roja	2,5
Acido cápsico (principio picante)	0,3
Pectina	28,0
Pectasa y otras materias albuminoideas	9,6
Azúcar (fructosa)	6,0
Fécula	5,0
Celulosa	22,4
Principio oloroso	indeterminado.
Pérdida	3,4
	100,0

(Puerta.)

Como puede observarse, el pimiento de Murcia, y los demás dulces, que tanto se cultivan en España, no son solamente un condimento, sino también alimento, como lo demuestra la existencia de materias albuminoideas, grasa, pectina ó hidratos de carbono. Los pimientos picantes, aunque tienen análoga composición, pueden considerarse como condimento, porque la mayor proporción que tienen del principio acre y picante impide el comerlos en alguna cantidad, por su sabor fuerte y la irritación que producen.

Principio acre y picante (ácido cápsico).

Para estudiar este principio y determinar su naturaleza me he servido de la variedad de pimientos llamados guindillas, empleando las semillas que contienen, igualmente que el pericarpio, dicho principio, pero no la materia colorante y pectina que son un obstáculo para aislarle.

He puesto las semillas machacadas en maceración con alcohol de 70° durante dos días, obteniendo un líquido (filtrado) casi incoloro, de sabor muy picante y de reacción marcadamente ácida. Por evaporación de este líquido en baño de María se obtiene una masa amorfa de color amarillento ó pardo, pegajosa y de sabor fuertemente picante. Esta substancia se disuelve en su mayor parte en agua, quedando una corta cantidad sin disolver, la cual, recogida en un filtro y examinada con el microscopio, presenta algunos cristalitos prismáticos incoloros mezclados con una materia amarillenta, y cuyo sabor es poco picante. La corta cantidad de dichos cristalitos microscópicos no me ha permitido estudiar bien su naturaleza.

El principio picante quedó disuelto en agua, dando por evaporación una masa amorfa de color amarillento, la cual, tratada con alcohol de 96°, forma una masa glutinosa, sin disolverse apenas en dicho líquido; pero se disuelve bien en agua, dando un líquido ácido picante que precipita con el acetato de plomo. El precipitado plúmbico bien lavado, é interpuesto en agua destilada, fué descompuesto por una corriente de hidró-

geno sulfurado, y filtrado el líquido para separar el sulfuro de plomo, resultó por evaporación una masa amorfa de color amarillento, de reacción ácida y sabor picante.

También he obtenido dicho principio picante del pericarpio de las guindillas y de los pimentones de la Vera y de Arnedo, pero no he podido hacer determinaciones exactas acerca de la cantidad, si bien calculo que en el de la Vera y en otros muy picantes debe haber 2 á 3 por 100, bastante más que en el dulce de Murcia que tiene unos 0,3 por 100.

De lo expuesto resulta que el principio picante y acre de los pimientos es una substancia ácida á la que denomino *ácido cápsico*. Las propiedades que he podido observar son las siguientes: masa amorfa, de color amarillento, soluble en el alcohol de 70° y en el éter; también se disuelve en agua y muy poco en alcohol de 96°; posee funciones ácidas bien marcadas, disolviéndose en agua alcalinizada con sosa y con carbonato de sosa, formando capsato de sosa. La solución acuosa y la hidroalcohólica forman precipitados blancos con el acetato de plomo y con el nitrato de plata, solubles en ácido nítrico. El sabor es picante, algo amargo, acre y muy irritante, debiendo manejarle con cuidado, porque produce oftalmías si toca á los ojos, como me ha ocurrido dos ó tres veces durante las operaciones que he practicado.

Publico estos datos, resultado de más de dos meses de trabajo en el Laboratorio, proponiéndome hacer nuevos estudios y las rectificaciones necesarias, especialmente acerca del *ácido cápsico*, cuando mis múltiples ocupaciones me lo permitan.

XXXIV. — Catálogo de los moluscos testáceos de las islas Filipinas, Joló y Marianas (1).

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO.

GÉNERO **Crepidula** LAMARCK.

Tres especies citadas:

Crepidula aculeata Gmelin. Filipinas (Elera). Especie del Perú y de California.
— *Chinensis* Gray. Cebú (Elera). Especie de China.
— *porcellana* Linné. Filipinas (Elera). Especie de Africa.

GÉNERO **Capulus** MONTFORT.

astericola Adams y Reeve *(Voy. Samarang, Pileopsis,* lám. 11, fig. 1). Archipiélago de *Joló (Belcher).*
intortus Lamarck (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 39, fig. 75). *Filipinas.*

Otra especie citada:

Capulus tricarinatus Watson = **Amathina tricarinata.**

GÉNERO **Amathina** GRAY.

* **tricarinata** Linné (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 40, figs. 89 y 90. *Amathina tricostata).* Malabón, Bahía de Manila, en la isla de *Luzón.*—Gigaquit, en la isla de *Mindanao.*

---

(1) Véanse págs. 153, 269 y 333.

GÉNERO **Hipponyx** DEFRANCE.

* **australis** Lamarck (Quoy, *Voy. Astrolabe, Moll.*, lám. 72, figs. 25 á 27). Bolinao, en la isla de *Luzón*.—Gasán, en la isla de *Marinduque*.

* **crystallinus** Gould (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 41, figs. 18 y 19). Laylay, en la isla de *Marinduque*.—Pinamonajan, en la isla de *Cebú*.—Isla Jinituan, en la isla de *Mindanao*. Gould le describe con el nombre genérico de *Pileopsis*.

* **foliaceus** Quoy *(Voy. Astrolabe. Moll.*, lám. 72, figs. 41 y 42). Isla de Guam *(Quoy)*, en las islas *Marianas*.

* **suturalis** Quoy *(Voy. Astrolabe*, lám. 72, figs. 39 y 40). Aspurguan; isla de Guam *(Quoy)*, en las islas *Marianas*.

* **Ticaonicus** Sowerby (Sowerby, *Thes. Hipponyx*, lám. 73. figs. 28 y 29). Manila y Bolinao, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.

Otras especies citadas:

Hipponyx antiquatus Elera, partim = **Hipponyx foliaceus**.

— *australis* Elera, partim = **Hipponyx suturalis**.

— *barbatus* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Polinesia.

— *imbricatus* Gould. Filipinas (Elera). Especie de las islas Sandwich.

GÉNERO **Mitrularia** SCHUMACHER.

Adamsi Reeve (Reeve, *Conch. icon. Calyptræa*, fig. 7). Dalaguete *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*. Variedad de la *Mitrularia equestris?*

alveolata A. Adams (Reeve, *Calyptræa*, fig. 9). Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*. Variedad de la *Mitrularia equestris?*

balanoides Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 21). Isla de *Bohol (Cuming)*.

bulla Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 4). Isla de *Cebú (Cuming)*.

cancellata Adams y Reeve (Sowerby, *Thes. Calyptra*, lám. 445, fig. 21). Isla de *Cebú (Quadras)*.

* **cicatricosa** Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 3). Catanauan, prov. de Tayabas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

cyathella Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 29). Isla de *Bohol (Cuming)*. Joven de la *Mitrularia equestris?*

diaphana Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 23). *Filipinas (Cuming)*. Joven de la *Mitrularia cicatricosa?*

* **dormitoria** Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 5). Puerto Candelaria, prov. de Tayabas, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Romblón*.—Isla de *Burias (Cuming)*.

* **equestris** Linné (Reeve, *Calyptræa*, fig. 1). Isla de *Marinduque*.—Isla de *Bohol (Cuming)*.—Isla Leningao en Tandag, isla de *Mindanao*.

fibulata Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 11). Catanauan, prov. de Tayabas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*. Joven de la *Mitrularia Martiniana?*

Hipponiciformis Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 26). Isla *Bohol (Cuming)*. Variedad de la *Mitrularia dormitoria?*

Martiniana Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 13). Batangas *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

ossea Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 19). Isla de *Burias (Cuming)*. Variedad de la *Mitrularia dormitoria?*

* **papyracea** A. Adams (Reeve, *Calyptræa*, fig. 6). *Filipinas (Cuming)*. Variedad de la *Mitrularia dormitoria?*

sachari-meta Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 15). Isla de *Bohol (Cuming)*.

scutulum Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 30). *Filipinas (Cuming)*.

scabies Reeve (Reeve, *Calyptræa*, fig. 16). *Filipinas (Cuming)*. Variedad de la *Mitrularia tectum sinense?*

* **tectum sinense** Chemnitz (Reeve, *Calyptræa*, fig. 10). Isla de *Capul (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Mitrularia alba Martini = **Mitrularia Martiniana.**
— *Dillwyni* Gray = **Mitrularia Martiniana.**
— *tortilis* Reeve. Bohol (Elera). Especie de las islas Galápagos.
— *uncinata* Reeve. Filipinas (Gray fide Watson). Especie de Pernambuco.

NOTA. No estoy conforme con la opinión de Tryon, que admite solamente tres *Mitrularia*, reuniendo á una de ellas, la *Mitrularia equestris*, todas las demás especies descritas por los autores. De las que se citan de Filipinas, me parecen bien distintas las *Mitrularia balanoides*, *bulla*, *cancellata*, *cicatricosa*, *dormitoria*, *equestris*, *Martiniana*, *sachari-meta*, *scutulum* y *tectum sinense*; pero creo son variedades ó jóvenes de éstas las *Mitrularia Adamsi*, *alveolata*, *cyathella*, *diaphana*, *fibulata*, *Hipponiciformis*, *ossea*, *papyracea* y *scabies*.

XENOPHORIDÆ

GÉNERO **Xenophora** FISCHER DE WALDHEIM.

cerea Reeve (Reeve, *Conch. icon. Phorus*, fig. 9). Banguey *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.
* pallidula Reeve (Reeve, *Phorus*, fig. 4). *Filipinas (Watson)*.
* Solarioides Reeve (Reeve, *Phorus*, fig. 8). San Nicolás *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.—Isla *Malanipa (Watson)*.

Otras especies citadas:

Xenophora calculifera Reeve. Luzón y Mindoro (Elera). Especie de China.
— *corrugata* Reeve. Cebú (Elera). Especie del Japón.
— *exuta* Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

Xenophora indica Gmelin. Luzón (Elera). Especie del Océano Índico.
— *Philippinarum* A. Adams. Filipinas (Paetel). No conozco esta especie.
— *solaris* Linné. Filipinas (Elera). Especie de Singapur.

VERMETIDÆ

Género **Vermetus** Adanson.

balani-Tintinabuli Mörch *(Proc. Zool. Soc. London,* 1861, pág. 359). *Filipinas (Mörch).*
carinatus Quoy (Tryon, *Man. Conch.*, vol. VIII, lám. 49, fig. 30). *Filipinas (Elera).* Isla de Guam *(Quoy),* en las islas *Marianas.*
cereus Carpenter (Tryon, VIII, lám. 48, fig. 15). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Samar (Elera).*
renisectus Mörch (Tryon, VIII, lám. 49, figs. 25 y 26). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Cebú (Elera).*

Otras especies citadas:

Vermetus giganteus Quoy = **Siphonium maximum.**
— *Nerinœoides* Carpenter. Filipinas (Paetel). Especie de Australia.

Género **Bivonia** Gray.

Quoyi H y A. Adams (Tryon, VIII, lám. 51, fig. 46). *Filipinas (Cuming).*—Isla de *Samar (Elera).*

Otra especie citada:

Bivonia subtriquetra Mörch. Filipinas (Paetel). Especie fósil de Asti.

GÉNERO **Spiroglyphus** DAUDIN.

Spiruliformis De Serres (Tryon, VIII, lám. 51, fig. 48). *Filipinas (Cuming).*

Otra especie citada:

Spiroglyphus Ammonitiformis De Serres. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

GÉNERO **Thylacodes** GUETTARD.

* **ater** Rousseau (Tryon, VIII, lám. 53, fig. 67). *Filipinas (Cuming).*—Isla Saguisí y Zamboanga, en la isla de *Mindanao.*

decussatus Gmelin (Tryon, VIII, lám. 53, fig. 71). *Filipinas (Cuming).*

Michaudi Rousseau (Chenu, *Illustr. Conch. Vermetus*, lámina 2, fig. 5). *Filipinas (Cuming).*

Otras especies citadas:

Thylacodes colubrinus Bolten = **Thylacodes ater.**

— *dentiferus* Lamarck. Cebú (Elera). Especie del Océano Índico y de Australia.

— *Novæ Hollandiæ* Rousseau. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

GÉNERO **Siphonium** BROWNE.

maximum Sowerby (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 55, figs. 89 y 90). Omata *(Quoy)*, en la isla de Guam, *Marianas.* Esta especie es el *Vermetus giganteus* de Quoy.

scaphitella Mörch *(Proc. Zool. Soc. London,* 1861, página 160). *Filipinas (Cuming).*

Siphonium

subcrenatum Lamarck *(Proc. Zool. Soc. London*, 1861, pág. 157). *Filipinas (Cuming).*

textum Mörch *(Proc. Zool. Soc. London,* 1861, pág. 159). *Filipinas (Cuming).*

Otras especies citadas:

Siphonium colubrinum Bolten = **Thylacodes ater.**

— *politum* Daudin. Paragua (Elera). Especie del Océano Índico.

GÉNERO **Vermicularia** LAMARCK.

dimorpha Mörch (Tryon, VIII, lám. 56, fig. 2). *Filipinas (Cuming).*

lumbricalis Linné (Tryon, VIII, lám. 55, fig. 98). *Filipinas (Cuming).*

solarina Mörch *(Proc. Zool. Soc. London,* 1861, pág. 171). *Filipinas (Cuming).*

Otra especie citada:

Vermicularia (Vermiculus) *bicarinata* Deshayes = **Vermicularia lumbricalis.**

GÉNERO **Siliquaria** BRUGUIÈRE.

Cumingi Mörch (Reeve, *Siliquaria,* fig. 2). Isla de *Ticao (Cuming).*

Möbii Mörch *(Proc. Zool. Soc. London,* 1865, pág. 98). ¿Manila? *(Mörch),* en la isla de *Luzón.*

trochlearis Mörch (Reeve, *Siliquaria*, fig. 4). *Filipinas (Mörch).*

Otras especies citadas:

Siliquaria lactea Lamarck. Mindoro (Elera). Especie de China.

— *lævilirata* Mörch = **Siliquaria Cumingi,** var.

— *lumbricalis* Mörch = **Siliquaria Cumingi,** var.

NOTA. Menos las *Siliquaria*, todas las demás especies de *Vermetidos* han sido incluídas por Tryon en el género *Vermetus*. Algunas especies de *Vermetus*, las *Siliquaria* y las *Vermicularia*, han sido designadas por algunos autores con los nombres genéricos sinonímicos de *Petaloconchus*, *Tenagodus* y *Vermiculus*, respectivamente.

TURRITELLIDÆ

GÉNERO **Turritella** LAMARCK.

punctata Kiener (Kiener, *Spec. gen. Turritella*, lám. 11 fig. 3). *Filipinas (Meyen* fide Martens). Es diferente la *Turritella punctata* de Reeve.

* **terebra** Linné (Reeve, *Conch. icon. Turritella*, fig. 3.— Var. *Turritella spectrum* Reeve, fig. 40). Malabon, Bahía de Manila, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.— Isla de *Cebú*.— Isla de *Bohol (Elera)*. — Isla de *Guimaras*.—Isla de *Negros (Cuming*, etc.).—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Cumalarang, en la isla de *Basilán*.—Archipiélago de *Joló*.

Otras especies citadas:

Turritella bacillum Kiener. Mindoro (Elera). Especie de China.

— *congelata* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *declivis* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *decussata* A. Adams = **Mesalia decussata.**

— *duplicata* Linné. Cebú (Elera). Especie del Océano Indico.

— *fascialis* Menke. Luzón (Elera). Especie de China.

— *fastigiata* Adams y Reeve. Paragua (Elera). Especie de China.

Turritella lanceolata Reeve = **Eglisia lanceolata.**
— *maculata* Reeve. Mindoro (Elera). Especie de China.
— *marmorata* Kiener. Filipinas (Jay). Especie del Perú.
— *monilifera* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *multilirata* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *Philippinensis* Paetel, por *Philippensis* Watson. Filipinas (Paetel). Especie de Puerto Philipp.
— *striata* A. Adams = **Mesalia striata.**
— *tricarinata* Adams y Reeve = **Eglisia tricarinata.**
— *vittulata* Adams y Reeve. Samar (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Mesalia** GRAY.

decussata A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1851, página 279). Isla de *Masbate (Cuming).*
striata A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1851, página 279). *Filipinas (Cuming).*

GÉNERO **Eglisia** GRAY.

lanceolata Reeve (Reeve, *Eglisia*, fig. 2). Tayabas *(Elera)*, Pasacao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*
* **tricarinata** Adams y Reeve (Reeve, *Turritella*, fig. 53). Isla de *Mindoro (Elera).*— Isla Malanipa *(Watson)*, en la isla de *Basilán.*

EULIMIDÆ

GÉNERO **Eulima** RISSO.

acuta A. Adams (Reeve, *Conch. icon. Eulima*, fig. 15). Sual, prov. de Pangasinán *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

cuspidata A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 17). Sibonga *(Cuming)*, en la isla de *Cebú*.

* exilis Pease *(Amer. Jour. Conch.*, III, lám. 24, fig. 25). Bacón, prov. de Albay, en la isla de *Luzón*.—Islas *Lugbón* y *Balabac*.— Omata en Merizo, isla de Guam, *Marianas*.

grandis A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 4). Isla de *Burias (Cuming)*.

* imitatrix Boettger *(Nach. Malac. Gesells.*, 1893, pág. 160). Subic, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*. — Isla *Lubán*.

* inflexa Blainville *(Man. de Malac. Moll.* lám. 35, fig. 5, *Phasianella inflexa*). Isla *Lubán*.—Cagbabatán en Placer, en la isla de *Mindanao*.—Isla *Balabac*.

* lactea A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 2). *Filipinas (Cuming)*.—Barrio de Tumún y Omata, en la isla de Guam, *Marianas*.

* major Sowerby (Reeve, *Eulima*, fig. 5). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.

modicella A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Eulima*, lámina 169, fig. 27). Isla de *Cebú (Cuming)*.

* oblonga Boettger *(Nach. Malak. Gesells*, 1893, pág. 162). Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.— Islas Saguisí y Balauan, Tagana-an y Placer, en la isla de *Mindanao*.

pachychila Boettger *(Nach. Malak. Gesells.* 1893, página 162). Isla *Lubán* (Quadras).

polygyra A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 24). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

* pyramidalis A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 23). Isla *Lugbón*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Badajoz, en la isla de *Tablas*.— Isla de *Capul (Cuming)*.— Isla Calumangán, en la isla de *Mindanao*.

* Quadrasi Boettger *(Nach. Malak. Gesells.* 1893, pág. 157). Calatagán, prov. de Batangas, en la isla de *Luzón*.— Isla *Lugbón*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.

* recurva Boettger *(Nach. Malak. Gesells.* 1893, pág. 160). Manila, en la isla de *Luzón*.

saccata Boettger *(Nach. Malac. Gesells.*, 1893, pág. 158). Tayabas, en la isla de *Luzón (Elera)*. — Isla de *Mindoro (Elera)*.—Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla Balauan, en la isla de *Mindanao*. (Quadras).

* **spina** Boettger *(Nach. Malac. Gesells.* 1893, pág. 161). Lugar Bacjauan en Badajoz, isla de *Tablas*.— Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Omata en Merizo, isla de Guam, *Marianas*.

submarginata Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, lám. 22, fig. 4). Isla de *Cebú (Koch)*.

Otras especies citadas:

Eulima acicula Gould. Filipinas (Elera). Especie de las islas Sandwich.

— *bilineata* Adams y Reeve, non Alder = **Subularia bivittata**.

— *candida* Marrat. Ilocos en Luzón (Elera). Especie de la isla Formosa.

— *Martinii* A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *mucronata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *solidula* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *subangulata* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie del Océano Indico.

— *tortuosa* Adams y Reeve. Luzón (Elera). Especie de China.

Género **Subularia** Monterosato.

* **bivittata** H. y A. Adams (Reeve, *Leiostraca*, fig. 6). Isla de *Negros (Cuming)*.—Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

oxytata Watson *Voy. Challenger, Moll.*, lám. 35, fig. 7). Isla Malanipa *(Watson)*, en la isla de *Basilán*.

piperata Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London*, IV, lám. 22, fig. 5). Isla de *Cebú (Koch)*.

Sabularia

unilineata Adams y Reeve (Reeve, *Leiostraca*, fig. 4). Archipiélago de *Joló (Belcher)*.

GÉNERO **Mucronalia** A. ADAMS.

cylindrica Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lámina 11, fig. 6). Isla de *Cebú (Koch)*.

* fulvescens A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 40). Cayogno en Ternate, prov. de Cavite y Morón, prov. de Batán en la isla de *Luzón*.—Isla *Lubán*.—Looc, en la isla de *Tablas*.—Tagbag, en la isla de *Leyte*.—Guilhugna, en la isla de *Negros*.—San Juan, en la isla de *Siquijor*.—Isla Cayauan, en la isla de *Mindanao*.

Mindoroensis Adams y Reeve (Reeve, *Leiostraca*, fig. 12). Isla de *Mindoro (Belcher)*.

obesula A. Adams (Reeve, *Eulima*, fig. 28). Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Salay, prov. Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao*. (Quadras.)

Philippinarum Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lám. 11, fig. 5). Isla de *Cebú (Koch)*.

xanthias Watson *(Voy. Challenger, Moll.*, lám. 37, fig. 8). Isla Malanipa *(Watson)*, en la isla de *Basilán*.

GÉNERO **Niso** RISSO.

candidula A. Adams (Reeve, *Conch. icon. Niso*, fig. 6). *Filipinas (Cuming)*.

goniostoma A. Adams (Reeve, *Niso*, fig. 2). Isla de *Burias (Cuming)*.

marmorata Sowerby (Reeve, *Niso*, fig. 5). *Filipinas (Cuming)*.—Isla de *Capul (Elera)*.

Quadrasi Boettger *(Nach. Malak. Gesells.* 1893, pág. 165). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Mindoro (Elera)*. (Quadras.)

Otra especie citada:

Niso mucronata Sowerby. Filipinas (A. Adams, fide Boettger). ¿Es la *Eulima mucronata* de Australia?

GÉNERO **Hoplopteron** FISCHER.

Una especie citada:

Hoplopteron Terquemi Fischer. Mindoro (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Stylifer** BRODERIP.

exaratus A. Adams (Reeve, *Conch. icon. Stylifer*, fig. 14). Filipinas (*Cuming*).

Kochianus Sowerby (*Proc. Malac. Soc. London*, IV, lámina 22, fig. 6). Isla de *Cebú* (*Koch*).

* **Quadrasi** Boettger (*Nach. Malak. Gesells.* 1893, pág. 166). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.

* **variabilis** Boettger (*Nach. Malak. Gesells.* 1893, pág. 167). Laylay en Boac, en la isla de *Marinduque*.

Otras especies citadas:

Stylifer Mittrei Petit. Filipinas (Elera). Especie de Polinesia.

— *ovoideus* A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de Borneo.

PYRAMIDELLIDÆ

GÉNERO **Pyramidella** LAMARCK.

* **acus** Gmelin (Reeve, fig. 5. *Pyramidella punctata* Chemnitz). Cayogno en Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú*.

Pyramidella

balteata A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 33). Manila, en la isla de *Luzón*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*. (**Quadras.**)

* **cincta** Reeve (Reeve, *Pyramidella*, fig. 9). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

fastigium A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 11). Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

Garretti Tryon (Tryon, *Man. Conch.*, VIII, lám. 72, fig. 87). Isla de *Bohol (Koch)*.—Isla de *Cebú (Möllendorff)*.

monilis A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 7). Dumaguete *(Cuming)*, en la isla de *Negros*.—Isla de *Cebú (Elera)*.

pusilla A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 31). Catanauan *(Cuming)* y Manila, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Isla *Lugbón*. (**Quadras.**)

* **scitula** A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 16). Isla de *Masbate (Cuming)*.

* **sulcata** A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 12). Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **terebellum** Müller (Reeve, *Pyramidella*, fig. 14). Dapitan, en la isla de *Mindanao*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

teres A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 6). Ternate, prov. de Cavite, en la isla de *Luzón (Elera)*.—Isla de *Panay (Cuming)*.—Islas de *Bohol* y de *Cebú (Elera)*.

* **tessellata** A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 4). Ternate, prov. de Cavite, Morón y Mariveles, prov. de Batasín, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Samar (Elera)*.—Isla de *Cebú*.— Islas de *Negros* y *Panay (Elera)*.—Agat, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **ventricosa** Guerin (Reeve, *Pyramidella*, fig. 15). Isla de *Ticao (Cuming)*.—Islas de *Masbate* y de *Cebú*.

Otras especies citadas:

Pyramidella plicata Lamarck = **Otopleura auris-cati.**
— *punctata* Chemnitz = **Pyramidella acus.**
— *terebelloides* A. Adams. Cebú y Dapitan (Elera). Especie de Polinesia.

GÉNERO **Otopleura** FISCHER.

* **auris-cati** Chemnitz (Reeve, *Pyramidella*, fig. 21). Cayogno en Ternate, prov. de Cavite y Morón, prov. de Batáan, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Bohol (Koch)*.—Isla de *Cebú (Möllendorff*, etc.)—Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.

* **glans** Reeve (Reeve, *Pyramidella*, fig. 18). Isla de *Masbate (Cuming)*.—Isla de *Cebú*.

mitralis A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 20). San Esteban, prov. Ilocos Norte *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.—Salay, prov. Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao*.—Isla Rita, en la isla de la *Paragua* (Quadras).

* **nitida** A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 17). *Filipinas (Cuming)*.—Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

* **nodicincta** A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 19). Isla de *Bohol (Elera)*.—Isla de *Cebú*.—Agat y Retillán, en la isla de Guam, *Marianas*.

variegata A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 23). Isla de *Masbate (Cuming)*.—Salay, prov. Cagayán de Misamis, en la isla de *Mindanao*. (Quadras.)

GÉNERO **Syrnola** A. ADAMS.

aciculata A. Adams (Reeve, *Pyramidella*, fig. 27). Isla de *Mindoro (Cuming)*.—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao*.

* **Adamsi** Tryon (Reeve, fig. 25. *Pyramidella aclis)*. Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla de *Cebú (Koch)*.

attenuata A. Adams. (Reeve, *Pyramidella*, fig. 28). Bacjauan en Badajoz, isla de *Tablas*.—Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Isla Cayauan, en la isla de *Mindanao*.

heptagyra Boettger *(Nach. Malak. Gesells.*, 1896, pág. 46). Manila, en la isla de *Luzón*.

Syrnola

incerta Boettger *(Nach. Malak. Gesells,* pág. 48). Manila, en la isla de *Luzón.*

* Manilensis Boettger *(Nach. Malak. Gesells.,* 1896, pág. 47). Mariveles, prov. de Bataán y Manila, en la isla de *Luzón.*

* Quadrasi Boettger *(Nach. Malak. Gesells.,* 1896, pág. 47). Manila, en isla de *Luzón.*

striatula A. Adams (Reeve, *Pyramidella,* fig. 32). Manila *(Möllendorff),* en la isla de *Luzón.*

subcristata Boettger *(Nach. Malak. Gesells.,* 1896, pág. 49). Isla Bisucay, en las islas *Calamianes.*

Otras especies citadas:

Syrnola elegans A. Adams Filipinas (Elera). Especie de Singapur.

— *subula* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Oscilla** A. ADAMS.

annulata A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch.* lám. 171, fig. 26. *Obeliscus annulatus).* Manila, en la isla de *Luzón.*—Cagayán de Misamis *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.*

ligata Angas *(Proc. Zool. Soc. London,* 1877, *Pyramidella ligata,* lám. 26, fig. 11). Isla *Catanduanes.*

GÉNERO **Elusa** A. ADAMS.

crassicostata Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lám. 22, fig. 9). Isla de *Cebú (Koch).*

* gracilis A. Adams (Sowerby *Thes. Conch. Pyramidella,* lám. 172, figs. 14 y 15). Loay *(Cuming),* en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú (Elera).*

livida Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lám. 22, fig. 8). Isla de *Cebú (Koch).*

metula A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Pyramidella,*

lám. 172, fig. 12). Cagayán *(Elera)*, ¿en la isla de *Luzón?* —Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

subulata A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Pyramidella*, lám. 172, fig. 13). Sorsogón *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

GÉNERO **Chrysallida** CARPENTER.

crebristriata Carpenter *(Proc. Zool. Soc. London*, 1856, *Odostomia crebristriata*, pág. 170). Sual *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

GÉNERO **Mormula** A. ADAMS.

aclis A. Adams (Sowerby, *Thes. Conch. Pyramidella*, lámina 172, figs. 16 y 17). *Filipinas* (*Cuming*).—Islas de *Cebú* y de *Bohol (Elera).*

egregia A. Adams *(Journ. Lin. Soc.*, VII, pág. 2, 1863). Dalaguete *(Cuming)*, en la isla de *Cebú.*

GÉNERO **Styloptygma** A. ADAMS.

typica Tryon (Sowerby, *Thes. Conch. Obeliscus stylinus*, lám. 171, fig. 28). Guindulman *(Cuming)*, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú (Elera).*

GÉNERO **Actæopyramis** FISCHER.

amæna A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, fig. 21). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

fulva A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, fig. 23). *Filipinas (Cuming).*

granulata A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lámina 172, fig. 19). *Filipinas (Cuming).*

lauta A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, fig. 20). Bolinao *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

Actæopyramis

speciosa A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, figs. 24 y 25). Baclayón *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.—Cagayán de Misamis *(A. Adams)*, en la isla de *Mindanao*.

* **striata** Gray (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, figura 18). *Filipinas (Cuming)*.

stylina A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, figs. 29 y 30). Catanauan *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

suturalis A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lámina 172, figs. 31 y 32). *Filipinas (Cuming)*.

tenella A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1851, *Monoptygma*, pág. 224). *Filipinas (Cuming)*.

Otra especie citada:

Actæopyramis casta A. Adams. Filipinas (Elera). Especie de China.

GÉNERO **Mumiola** A. ADAMS.

pupœformis Souverbie *(Journ. Conch.*, París, 1865, página 152). Badajoz, en la isla de *Tablas*. (Quadras.)

spirata A. Adams (Sowerby, *Thes. Monoptygma*, lám. 172, figs. 26 á 28). Camiguin *(Cuming)*, Manila, Bagac, prov. de Batafán, en la isla de *Luzón*.—Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Isla *Lugbón*.—Isla Tinago, en la isla de *Mindanao*.—Isla Culión, en las islas *Calamianes*. (Quadras.)

NOTA. Varias especies de la familia *Pyramidellidæ* se hallan descritas en los autores con la denominación genérica de *Obeliscus*, *Odostomía* ó *Monoptygma*.

TURBONILLIDÆ

GÉNERO **Turbonilla** RISSO.

acicularis A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1853. *Chemnitzia*, pág. 182). Loay *(Cuming)*, en la isla de *Bohol*.

Turbonilla

bicarinata Carpenter *(Proc. Zool. Soc. London*, 1856, página 171). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

Bittiformis Carpenter *(Proc. Zool. Soc. London*, 1856, pág. 171). Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

Boholensis A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1853, pág. 180). Isla de *Bohol (Cuming).*

candida A. Adams *(Ann. and Magas. Nat. Hist.*, 1870, pág. 128). *Filipinas (Cuming).*

concinna A. Adams *(Proc. Zool. Soc. London*, 1853, página 181). Isla de *Bohol (Cuming).*

dactylus Boettger *(Nach. Malak. Gesells.*, 1896, pág. 54). Manila *(Möllendorff)*, en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú (Koch).*

fusca A. Adams *(Ann. and Magas. Nat. Hist.*, 1870, página 128). *Filipinas (Cuming).*

polyzonata Carpenter *(Proc. Zool. Soc. London*, 1856, pág. 170). Isla de *Mindoro? (Elera).*—Cagayán de Misamis *(Cuming)*, en la isla de *Mindanao.*

Quadrasi Boettger *(Nach. Malak. Gesells.*, 1896, pág. 53). Manila, en la isla de *Luzón.* (Quadras.)

truncatula Boettger *(Nach. Malak. Gesells.*, 1896, página 55). Manila *(Möllendorff)*, en la isla de *Luzón.*

Otras especies citadas:

Turbonilla cœlata Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong-Kong.

— *Cumingi* Carpenter. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *decussata* Pease. Filipinas (Elera). Especie de las islas Sandwich.

— *festiva* Angas. Filipinas (Elera). Especie de Australia.

— *ornata* Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong-Kong.

— *rubrofusca* Carpenter. Filipinas (Elera). Especie de China.

Turbonilla scitula A. Adams. Masbate (Elera). Especie del Japón.

— *Velaini* Tryon. Filipinas (Elera). Especie del Océano Índico.

GÉNERO **Odostomia** FLEMING.

intersculpta Sowerby *(Proc. Malac. Soc. London,* IV, lámina 22, fig. 7. *Pyrgulina intersculpta).* Isla de *Cebú (Koch).*

Manilensis Clessin (Chemnitz, 2.ª edic., *Odostomia,* lámina 28, fig. 4). Manila *(Besser),* en la isla de *Luzón.*

Otras especies citadas:

Odostomia interstriata Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Polinesia.

— *lutea* Garrett. Filipinas (Elera). Especie de las islas Viti.

— *planata* Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong-Kong.

— *subplanata* Gould. Filipinas (Elera). Especie de Hong-Kong.

— *viridescens* Gould. Filipinas (Elera). Especie de China.

— *vitrea* Brusina. Filipinas (Elera). Especie de Sicilia.

GÉNERO **Eulimella** FORBES.

* **Quadrasi** Boettger *(Nach. Malak. Gesells.* 1896, pág. 56). Manila, en la isla de *Luzón.*

SOLARIIDÆ

GÉNERO **Solarium** LAMARCK.

* **cingulum** Kiener (Sowerby, *Thes. Conch. Solarium,* lámina 4, figs. 55 y 56). Isla de *Cebú.*—Aspurguan, en la isla de Guam, *Marianas.*

Dunkeri Hanley (Sowerby, *Solarium*, lám. 3, figs. 29 y 30). Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Cebú (Elera)*. Martens me indica en su manuscrito que esta especie es igual al *Solarium incisum* de Philippi, publicado con anterioridad; pero éste es reunido por Tryon al *Solarium perspectivum*.

* **hybridum** Linné (Sowerby, *Solarium*, lám. 4, fig. 39 á 41). Morón, prov. de Bataán y Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Masbate*.—Isla *Cebú (Elera)*. —Dapitan, en la isla *Mindanao*.—Archipiélago de Joló.

Var. **undata** (Sowerby, figs. 42 y 43). Islas de *Masbate y Balabac*.

* **modestum** Philippi (Sowerby, *Solarium*, lám. 3, figs. 27 y 28). Balaring, en la isla de *Marinduque*.—Isla de *Mindoro (Elera)*.—Magallanes, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Cebú*.—Calabaza, en la isla de *Basilán*.

* **perspectivum** Linné (Sowerby, *Solarium*, lám. 4, figs. 36 á 38). Manila, Cavite, Playa de Casigurán, prov. de Albay, Santa Cruz *(Elera)* y Bolinao, prov. de Zambales, en la isla de *Luzón*.—Naujáu, en la isla de *Mindoro*.—Isla de *Cebú*.—Surigao, Dapitan y Zamboanga, en la isla de *Mindanao*.—Isla Malanipa *(Watson)* y Calabaza, en la isla de *Basilán*.—Isla *Busuanga*.

* **pictum** Philippi (Sowerby, *Solarium*, lám. 3, figs. 33 y 34). Isla de *Cebú*.—Capiz *(Elera)*, en la isla de *Panay*.—Surigao y Dapitan, en la isla de *Mindanao*.

trochleare Hinds (Reeve, *Solarium*, fig. 10). *Filipinas (Reeve)*.—Manila *(Besser)*, en la isla de *Luzón*.

Otras especies citadas:

Solarium cylindraceum Chemnitz = **Torinia cylindrica.**
— *dealbatum* Hinds = **Torinia Trochoides.**
— *dorsuosum* Hinds = **Torinia dorsuosa.**
— *granulatum* Lamarck. Mindoro y Samar (Elera). Especie de Méjico.
— *infundibiliforme* Gmelin = **Torinia infundibiliformis.**

Solarium persperctiviunculum Chemnitz = **Torinia variegata.**
— *purpuratum* Hinds. Cebú y Paragua (Elera). Especie de las Molucas.
— *stramineum* Gmelin = **Torinia straminea.**
— *Trochoides* Deshayes = **Torinia Trochoides.**
— *variegatum* Gmelin = **Torinia variegata.**

GÉNERO **Torinia** GRAY.

cylindrica Gmelin (Sowerby, lám. 5, figs. 98 á 100. *Solarium cylindraceum) Filipinas (Sowerby).*

dorsuosa Hinds (Sowerby, *Solarium*, lám. 5, figs. 73 y 74). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro.*—Isla de Samar *(Elera).*

infundibiliformis Gmelin (Sowerby, *Solarium*, lám. 5, figs. 91 á 93). *Filipinas (Sowerby).*

straminea Gmelin (Sowerby, *Solarium*, lám. 5, figs. 95 á 97). *Filipinas (Sowerby).*—Cagayán *(Elera)*, en la isla de *Luzón.*

Trochoides Deshayes (Sowerby, *Solarium*, lám. 5, figs. 89 y 90). Manila *(Cuming)*, en la isla de *Luzón.*

* **variegata** Gmelin (Sowerby, *Solarium*, lám. 5, figs. 59 á 64). Bolinao, en la isla de *Luzón.*—Dauis, en la isla de *Bohol.*—Isla de *Cebú.*—Salay, prov. Cagayán de Misamis, Isla Balauan y Zamboanga *(Martens)*, en la isla de *Mindanao.*—Isla Rita, en la isla de la *Paragua.*—Archipiélago de *Joló.*

JANTHINIDÆ

GÉNERO **Janthina** LAMARCK.

* **Africana** Reeve (Reeve, *Conch. icon. Janthina*, fig. 8). Isla *Balabac.*

SCALARIIDÆ

Género **Scalaria** Lamarck.

* **aculeata** Sowerby (Reeve, *Conch. icon. Scalaria,* fig. 46). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*— Bais *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

* **alata** Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 15). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.*

aurita Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 30). *Filipinas (Nyst).*

bicarinata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 60). Dumaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

bullata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 8). Isla de *Capul (Cuming).*

Catanauensis Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 67). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

confusa Smith (Sowerby, *Thes. Conch. Scalaria turricula,* partim, fig. 61; Smith, *Proc. Zool. Soc. London,* 1890, pág. 273). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

connexa Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 95). Sual, provincia de Pangasinán *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

crassa Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 25). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

crassicostata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 94). *Filipinas (Paetel).*

crassilabrum Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 120). Isla de *Ticao (Cuming).*— Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.* (Mindoro, por error.)

dubia Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 45). Isla de *Ticao (Cuming).*

fasciata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 13). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*— Isla *Mindoro (Elera).*

gracilis Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 53). Dumaguete *(Cuming),* en la isla de *Negros.*

gradata Hinds (Reeve, *Scalaria,* fig. 2). *Filipinas (Kierulf).*

humerosa Sowerby (Sowerby, *Proc. Malac. Soc. London,* IV, lám. 22, fig. 10). Isla de *Cebú (Koch).*

hyalina Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 41). Catanauan y Tayabas *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*—Isla de *Cebú.* (Quadras.)

immaculata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 24). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* irregularis Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 26). Catanauan *(Cuming),* Manila, en la isla de *Luzón.*— Palanóc, en la isla de *Masbate.*

latifasciata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 117). *Filipinas (Smith).*

laxata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 38). Catanauan *(Cuming),* en la isla de *Luzón.*

* lineolata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 32). Isla de *Masbate (Cuming).*

* lyra Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 23). Isla de *Masbate (Cuming),* etc.—Isla de *Cebú.*

Martinii Wood (Reeve, *Scalaria,* fig. 20). Isla de *Bohol (Cuming).*

Mindoroensis Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 66). Puerto Galera *(Cuming),* en la isla de *Mindoro.*

* multicostata Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 65). Isla del Corregidor, Bahía de Manila *(Cuming)* y Bagac, provincia de Bataán, en la isla de *Luzón.*

ovalis Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 96). Cagayán *(Cuming),* en la isla de *Mindanao.* (Mindoro, por error.)

* Pallasi Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 40). Catanauan *(Cuming,* etc.), en la isla de *Luzón.*— Isla *Lubán.*— Islas de *Mindoro* y de *Cebú (Elera).*—Dapitan *(Elera),* en la isla de *Mindanao.*

* Philippinarum Sowerby (Reeve, *Scalaria,* fig. 21). Catanauan *(Cuming),* Manila, en la isla de *Luzón.*—Isla de Romblón.—Isla de *Cebú.*—Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

* pretiosa Lamarck (Reeve, *Scalaria,* fig. 4). Isla de *Cebú.* —Dapitan, en la isla de *Mindanao.*

Scalaria

pulcherrima Sowerby (Reeve, *Scalaria*, figura 68). Dumaguete (*Cuming*), en la isla de Negros.—Isla de *Cebú (Elera)*.

pyramidalis Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 17). Isla *Camiguing (Cuming)*.

* **raricostata** Lamarck (Reeve, *Scalaria*, fig. 9). *Filipinas (Quadras)*.

rubrolineata Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 64). *Filipinas Tryon)*.

similis Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 63). Puerto Galera *(Cuming)*, en la isla de *Mindoro*.

Sowerbyana Nyst (Reeve, fig. 50, *Scalaria concinna* Sowerby non Roemer). Loay *(Cuming)*, en la isla *Bohol*.

subtilis Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 105). Islas Camiguing y Corregidor *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

subundata Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 111). *Filipinas (Reeve)*.

* **sulcata** Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 97). Catanauan *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

tenuicostata Sowerby (Reeve, *Scalaria*, fig. 31) Isla de *Luzón (Cuming)*.

* **trifasciata** De Haen (Grateloup, *Mem. coquilles*, lám. 3, fig. 4, *Scalaria Clementina*, non Michelin; Reeve, *Scalaria*, fig. 47) Manila *(Grateloup*, etc.*)* y Malabón, en la isla de *Luzón*.—Isla de *Lubán*.—Cajidiocán, en la isla de *Sibuyán*.—Isla de *Masbate (Cuming)*.—Talibón, en la isla de *Bohol*.

Esta especie ha recibido en 1840 el nombre de *Clementina* por Grateloup; en 1844 el de *trifasciata* por De Haen, y en 1871 el de *Grateloupeana* por Nyst. Como el primero estaba ya empleado por Michelin para otra especie del género, debe adoptarse el de *trifasciata*.

turricula Sowerby (Sowerby, *Thes. Scalaria*, fig. 88, non 61). Catanauan *(Cuming)*, en la isla de *Luzón*.

* **varicosa** Lamarck (Reeve, *Scalaria*, fig. 11). Ensenada de Paguindin en Palanan, prov. La Isabela, en la isla de *Luzón*.—Islas de *Capul*, de *Bohol* y de *Cebú (Cuming)*.

Otras especies citadas:

Scalaria ambigua Mörch, non Linné = **Scalaria lyra.**
— *clathra* Linné. Filipinas (Nyst). Especie del Mediterráneo.
— *Clementina* Grateloup, non Michelin = **Scalaria trifasciata.**
— *concinna* Sowerby, non Roemer = **Scalaria Sowerbyana.**
— *convexa* Paetel (err. tipogr.) = **Scalaria connexa.**
— *eximia* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *Grateloupeana* Nyst = **Scalaria trifasciata.**
— *maculosa* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *magnifica* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *neglecta* Adams y Reeve. Filipinas (Elera). Especie de China.
— *obesa* Sowerby. Filipinas (Elera). Especie de Australia.
— *tenera* A. Adams, non G. B. Sowerby = **Scalaria subundata.**
— *turricula* Sowerby, partim, fig. 61 = **Scalaria confusa.**
— *Turtonis* Sowerby. Puerto Galera (Cuming), en la isla de Mindoro.

La verdadera *Scalaria Turtoniæ* (Sowerby, figs. 106-108) es del Mediterráneo, pero la figura 89, que da Sowerby como de Filipinas, es una especie distinta que tiene mucho parecido con la *Scalaria Japonica* Nyst (Reeve, fig. 122).

(Se continuará).

Minerales radioactivos españoles

por JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO

Fig. 1

Mineral uranifero de Colmenar Viejo

(Exposición: 2 días y 23 horas)

Fig. 2

Mineral uranifero de Torrelodones

(Exposición: 5 días)

REVISTA DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS
EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES DE MADRID
Octubre de 1904

XXXV.—Minerales radioactivos españoles.

Por José Muñoz del Castillo.

(*Primera nota.*)

Empezamos declarándonos deudores muy obligados del señor Retamal Martín, á quien agradecemos sinceramente el conocimiento de tres minerales radioactivos españoles, dos de los cuales son objeto de la presente nota. Tan laborioso y competente como modesto profesor y químico, correspondiendo con entusiasmo á nuestros deseos, ha tenido la amable galantería de presentarnos, á los efectos de los ensayos de radioactividad:

un mineral de Colmenar Viejo,
otro de Torrelodones,
otro de Valencia de Alcántara,

en concepto de muestras de *chalcolita* (fosfatos, y aun arseniatos ó sulfatos, de Uranio cristalizados en laminillas brillantes amarillo-verdosas, llamados también *torbernita).*

Y mientras concluímos de organizar en el laboratorio lo referente á mediciones radioactivas con arreglo á la técnica del Sr. Curie, según el plan que nos tenemos trazado, he aquí lo que arrojan nuestros primeros reconocimientos, y la hipotética consecuencia que de ellos puede acaso deducirse, especialmente en cuanto al mineral de Colmenar Viejo.

Estudio radiográfico.

a) *Muestra uranífera de Colmenar Viejo* (fig. 1).

Presenta en abundancia las laminillas y puntos brillantes del compuesto de Uranio, sobre y entre ganga cuarzosa que constituye la mayor parte del mineral; apreciándose igualmente el Cobre á simple vista.

Aceptando, con Willm y Hanriot, para la *chalcolita*, la fórmula $(PhO_4)_2\,(UO_2)_2\,Cu + 8\,H_2O$—fosfato uránicocúprico,—

y teniendo en cuenta la existencia de la *urano-chalcolita*, la *johannita*, etc. (sulfatos uránicos básicos impuros, generalmente cupríferos); de la *traegerita* (ortoarseniato de Uranio); de la *uranospinita* (arseniato uránicocálcico); de la *zeunerita* (arseniato uránicocúprico); de la *autunita* (fosfato uranocálcico); de la *liebigita* (carbonato uranocálcico), etc., sólo un análisis concienzudo puede dar á conocer la verdadera naturaleza del mineral que examinamos.

b) *Muestra uranífera de Torrelodones* (fig. 2).

Por su aspecto resulta muy parecida á la anterior, aunque acaso no tan abundante en compuesto de Uranio; lo cual, después de todo, puede ser accidental, en cuanto hijo de los ejemplares que nos ocupan.

Radiografías comparativas.

c) *Muestra de samarskita* (fig. 3).

Es un trozo cristalino, negro, sin apenas ganga, procedente de los Estados Unidos, que puede considerarse como el mineral puro.

Al igual de las de otros nada abundantes, su fórmula química no está acaso definitivamente determinada. Truchot que, en la pág. 4 de su libro *Les terres rares*, le asigna ésta: $8(2Y_2O_3\ 3Nb_2O_5)(2Y_2O_3\ 5UO_3)$ con Fe, Th, Ce, La, Ta, He, N y Br, dice en la pág. 32 que tal especie, llamada también *uranoniobita*, *uranotántalo* ó *itroilmenita*, es un niobato de Uranio, Hierro ó Itrio, con un poco *ácido túngstico*, á que antes no se refiere.

d) *Muestras de Uranio metálico — obtenido por el procedimiento ordinario y por el del Sr. Moissan—y de dos plaquitas de sulfato doble de uranilo y Potasio* (fig. 4).

Se ha operado con el Uranio en granitos, más ó menos cristalinos, contenidos en sortijas de Plomo colocadas sobre el papel negro con que se cubre la placa fotográfica.

Minerales radioactivos españoles

por JOSÉ MUÑOZ DEL CASTILLO

Fig. 3

Samarskita de los Estados Unidos

(Exposición. 2 días y 23 horas)

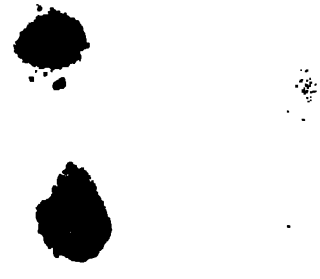


Fig. 4

Uranio ordinario, Uranio Moissan y
Sulfato doble de uranilo y de Potasio

(Exposición: 2 días y 23 horas)

REVISTA DE LA REAL ACADEMIA DE CIENCIAS EXACTAS, FÍSICAS Y NATURALES DE MADRID
Octubre de 1904.

Estudio electroscópico.

a) *Muestra de Colmenar Viejo.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m10^s.

Colocado el mineral sobre el platillo inferior, las 10 divisiones son recorridas en 0^m13^s.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m10^s}{0^m13^s} = 19{,}2.$$

b) *Muestra de Torrelodones.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m10^s.

Colocado el mineral sobre el platillo inferior, las 10 divisiones son recorridas en 0^m15^s.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m10^s}{0^m15^s} = 16{,}6.$$

c) *Muestra de samarskita.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m40^s.

Colocado el mineral sobre el platillo inferior, las 10 divisiones son recorridas en $0^m20^s{,}6$.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m40^s}{0^m20^s{,}6} = 13{,}6.$$

d) *Muestra de Uranio Moissan.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m36^s.

Colocado el Uranio sobre el platillo inferior, en superficie circular de 30 mm. de diámetro, las 10 divisiones son recorridas en 0^m19^s.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m36^s}{0^m19^s} = 14{,}5.$$

d bis) *Muestra de óxido de Torio.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m58^s.

Colocado medio gramo de óxido de Torio sobre el platillo inferior, ocupando una capsulita de Platino de 30 mm. de diámetro, las 10 divisiones son recorridas en 0^m13^s.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m58^s}{0^m13^s} = 22{,}9.$$

d ter) *Muestra de óxido de Torio con agua.*

La lámina de Aluminio del electroscopio Curie tarda en descender 10 divisiones 4^m58^s.

Colocada sobre el platillo inferior la capsulita antedicha, con el medio gramo de óxido de Torio adicionado con igual peso de agua destilada, las 10 divisiones son recorridas en 2^m18^s.

$$\text{Relación: } R_c = \frac{4^m58^s}{2^m18^s} = 2{,}1.$$

Resumen y consecuencias.

Los ensayos radiográficos han sido practicados por el procedimiento usual. En uno de veinticuatro horas, que resultó de insuficiente duración, verificado simultáneamente con las muestras á que se refieren los grabados 1, 3 y 4, la de Colmenar Viejo fué la que impresionó la placa de modo bien marcado. En el ensayo, de tres días casi, representado por dichas figuras, la misma ha producido también impresión más intensa, según se aprecia mucho mejor aún en las placas que en los grabados. La muestra de Torrelodones accionó muy débilmente en ensayos de uno y tres días, por lo cual hubo de prolongarse la exposición hasta cinco en el representado por la fig. 2.

Los reconocimientos electroscópicos han sido realizados con el aparato especial ideado al objeto por el Sr. Curie, de aplicación algo aparentemente fácil, pero resultados poco precisos.

Y, sin embargo, los valores de la relación R_c arriba consignados, resultan un tanto significativos. Si observamos, en efecto:

que en las muestras de Colmenar Viejo y Torrelodones son, respectivamente, 19,2 y 16,6; en la de *samarskita*, 13,6; y en las de Uranio Moissan y óxido de Torio 14,5 y 22,9, respectivamente;

que la influencia de las substancias *inactivas* interpuestas—como en general lo son las gangas de los minerales—se aprecia en el experimento *d* ter), en que la acción del óxido de Torio aparece reducida á la *décima parte*, desempeñando medio gramo de agua el papel de ganga;

y que la *samarskita* productora de la fig. 3 es casi pura, mientras las *chalcolitas* autorradiografiadas en las figs. 1 y 2 constituyen muy pequeña parte del peso de las muestras;

claramente parece *que los fenómenos electroscópicos ofrecidos por los minerales de Colmenar Viejo y Torrelodones podrían compararse mejor á los del Uranio y óxido de Torio que á los de la samarskita.* Conjetura que lleva á la hipótesis de que en el primero de dichos puntos especialmente, habida cuenta del ensayo radiográfico, acaso se halle el compuesto uranífero mezclado, en proporción relativamente apreciable, con otras substancias más activas que el Uranio (1), análogamente á lo que sucede en Joachimsthal.

Tratamientos é investigaciones que nos proponemos emprender con cantidades de alguna importancia, de los minerales en cuestión, esclarecerán el asunto: entre tanto los hechos, tal como los conocemos, consignados quedan.

---

(1) Al estudiar Mme. Curie la radioactividad de la *chalcolita* observó el mismo fenómeno, y le dió la propia explicación. Para comprobar su hipótesis preparó el sulfato de Uranio y Cobre, encontrando que posee actividad normal, ó sea la correspondiente al Uranio que contiene (unas dos y media veces menos que el Uranio metálico). Estos experimentos fueron el punto de partida para el descubrimiento del Radio, del Polonio, del Actinio, etc.

XXXVI.—Confrontación de puntos de vista en materia de radioactividad.

Por José Muñoz del Castillo.

(Continuación) (1).

Busca en seguida el Sr. Echegaray para las cuatro ecuaciones anteriores otra forma en que aparece la importantísima *constante provisional*

$$\frac{m}{M} = \frac{m'}{M'} = \frac{m''}{M''} = k;$$

relación entre las masas etérea y material de cada átomo, á la cual atribuye un significado análogo al de la capacidad eléctrica; entendiendo que la noción de *capacidad etérea de dichas partecillas* (atmósfera, mayor ó menor, de éter que las rodea), y la de *capacidad eléctrica de las mismas* (carga eléctrica —¿cantidad de éter?—que es preciso comunicarles para que su potencial sea igual á la unidad, cuando todos los conductores próximos se hallan en comunicación con el suelo), no sólo pueden considerarse como del mismo orden, sino quizás como cosas íntimamente relacionadas, yhasta iguales, según explícitamente manifiesta en la pág. 40 del estudio en cuestión, donde se lee:

«Acaso se pueda explicar la combinación química y la apariencia extraña de la fuerza de afinidad por la variabilidad de la capacidad etérea (ó si se quiere eléctrica) de las combinaciones químicas á medida que va aumentando el número de átomos de la combinación.»

(1) Veáse el número de Julio último, pág. 221.

Y en la 34, donde dice:

«Y se comprende que si cuatro átomos, por ejemplo, han formado un sistema de gran capacidad eléctrica, habrán almacenado una gran cantidad de fluido, y al presentarse un nuevo átomo, podrá ser rechazado; al paso que los cuatro primeros formaron un sistema químico, es decir, se colocaron á esas distancias pequeñísimas á que hemos dado el nombre de distancias químicas.»

«Y así para explicar que los átomos unas veces se atraigan y otras se rechacen, se comprende que bastará con el juego de las acciones atractivas y repulsivas, sin que haya necesidad de acudir á nuevas y extrañas fuerzas irregulares y caprichosas, que unas veces atraen y otras rechazan, sin que racionalmente se explique ni su apetito ni su hartura.»

***

Dado un átomo (fig. 1), en que imaginemos reunida en su centro O la atracción de la masa ponderable, establece la siguiente ecuación de equilibrio de cada elemento a de la atmósfera etérea

$$P + \frac{hM}{r^2} = \int g \frac{\delta\omega m}{x^6} \cos\beta;$$

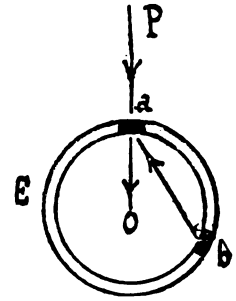


Figura 1.

representando P la presión del éter ambiente, r la distancia Oa, $\delta\omega$ un elemento del área de la esfera, β el ángulo baO, M la masa del átomo, m la masa de éter por unidad de superficie esférica, y x la distancia ba; y suponiendo que la función f_2 tiene la forma

$$\frac{h}{x^2},$$

siendo h una constante; y que la repulsión que ejercen sobre el

elemento a (de masa unidad) los demás elementos de la atmósfera etérea, se halle expresada por la integral

$$\int g \frac{\delta \omega m}{x^6} \cos \beta.$$

Ecuación que significa esto:

1.° Las fuerzas que tienden á mantener el elemento a sobre la esfera son la presión exterior y la atracción de ésta (primer miembro); y en cambio la atmósfera de éter tiende á lanzar al espacio el elemento a (segundo miembro).

2.° Si el segundo miembro fuese mayor que el primero, la atmósfera etérea se descargaría en parte en el espacio como una esfera electrizada cuando el dieléctrico que la rodea no opone bastante resistencia.

3.° Si el primer miembro fuese mayor que el segundo, *parece natural* que el éter ambiente viniera á aumentar la carga de la esfera hasta restablecer la igualdad de los dos miembros de la ecuación.

***

Al poner bajo otra forma las ecuaciones (I) y (II), observa el Sr. Echegaray que los primeros miembros son una cierta función de k, de las incógnitas x', y', x'', y'', y de $\frac{M}{M''}$, $\frac{M}{M'}$; y que, si bien no conocemos las funciones f, f_1, f_2, podemos admitir que se componen de términos fraccionarios respecto á la distancia entre cada dos átomos; es decir, que llamando d á dicha distancia, las funciones f se presentarán bajo la forma

$$a\frac{1}{d} + b\frac{1}{d^2} + c\frac{1}{d^3} + \ldots\ldots + l\frac{1}{d^n};$$

aceptando, además, que consta este desarrollo de un número limitado de términos: así, por ejemplo, para las distancias planetarias, y respecto á las atracciones entre masas ponderables, se reduce á

$$b\frac{1}{d^2};$$

é, igualmente, para las repulsiones del éter, en ciertos problemas de óptica, á

$$g\frac{1}{d^6}.$$

Pero es interesante en grado tan extraordinario el examen que de las nuevas ecuaciones, señaladas con el número [4], hace su esclarecido autor, que nos parece, no sólo debido, sino hasta indispensable, transcribirlo literalmente, según se halla en las páginas 19 á 22 del trabajo de referencia; limitando nuestro papel á comentar por medio de notas algunos de aquellos extremos que más se relacionan con nuestros puntos de vista.

(APARTADO VIII DEL ESTUDIO DEL SR. ECHEGARAY)

Las ecuaciones [4] son las ecuaciones del problema: las que han de dar todos los sistemas de valores de x', y', x'', y'' que correspondan á sistemas de equilibrio, estables ó inestables, de los tres átomos A, A', A''.

De estos sistemas, los que determinen distancias pequeñísimas entre estos átomos, corresponderán á las combinaciones químicas. Y al emplear esta palabra, por todo extremo vaga, pequeñísimas, nos referimos al orden de pequeñez de las distancias de los átomos en los fenómenos químicos.

Los sistemas de valores x', y', x'', y'' que determinen distancias mayores entre los tres átomos propuestos, es decir, distancias entre los átomos de las que corresponden á los fenómenos de la física, determinarán á su vez equilibrios físicos, de los que juegan, por ejemplo, en los fenómenos de la elasticidad.

Pero, en rigor, las ecuaciones del sistema [4] deben dar todos los equilibrios posibles entre los tres átomos: equilibrios químicos, físicos y hasta planetarios, si en el universo no existieran más que esos tres átomos.

Esto suponiendo que hubiéramos sustituído por f, f_1, f_2 las funciones de las distancias en toda su amplitud, desde la distancia infinitamente pequeña hasta la distancia infinita.

Si, por el contrario, queriendo estudiar tan sólo las combinaciones químicas, simplificáramos las tres funciones f, tomando formas aproximadas, es decir, tomando aquella parte de la función que sólo se refiere á las distancias químicas, y despreciando los términos restantes, claro es que al resolver las ecuaciones del problema sólo obtendríamos los valores de x', y', x'', y'' que correspondiesen á combinaciones posibles.

Dadas dichas ecuaciones, para resolverlas habría que aplicar los procedimientos del álgebra elemental, puesto que se trata de ecuaciones algebraicas.

Escogiendo, por ejemplo, x' (y lo que digamos de ésta podríamos repetir para las otras incógnitas), por la eliminación de estas últimas, hallaríamos la ecuación final en x'.

El primer miembro de esta ecuación final sería un polinomio en x', cuyos coeficientes serían funciones algebraicas de las constantes que entran en las cuatro ecuaciones fundamentales.

Representemos esta ecuación final por

$$ax'^n + bx'^{n-1} + cx'^{n-2} \ldots\ldots = 0.$$

Siendo a, b, c..... funciones algebraicas de las tres constantes del problema $\frac{M}{M'}$, $\frac{M}{M''}$, k.

De suerte que si quisiéramos expresar esto en la ecuación, podríamos decir que la ecuación final era

$$a\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k\right)x'^n + b\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k\right)x'^{n-1} +$$

$$+ c\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k\right)x'^{n-2} + \ldots\ldots = 0.$$

Todas las raíces reales de esta ecuación, es decir, todos los valores reales de x', si corresponden á valores reales de y', x'', y'', determinarán sistemas posibles de equilibrio.

Los valores imaginarios de x' no darán ningún equilibrio posible para los tres átomos (1).

Pero las raíces de esta ecuación dependen evidentemente de las tres masas M, M', M'' y de la constante k. Pues se comprende que para ciertos valores de estas masas y de la cantidad k (relación entre la atmósfera de la masa etérea y de la masa ponderable correspondiente), todas las raíces podrán ser imaginarias y no existir ninguna posición de equilibrio (2).

Se comprende aún que si las tres funciones f, f_1, f_2 han

---

(1) A esta distinción entre el significado de los valores reales é imaginarios de x' corresponde en la naturaleza una gran división de la materia en tres clases ó categorías: *materia físico-química*, *materia física no química y materia no física ni química.* Pudiendo considerarse incluído en la última al éter, cuyos grados de condensación se traducen por cambios en su densidad ó en su elasticidad, y pueden ser representados como correlativos con la formación de núcleos rudimentarios rodeados de atmósferas igualmente sólo esbozadas; centros de evolución susceptibles lo mismo de desvanecerse en la tenuidad y uniformidad de su procedencia, que de acentuarse en dirección de las formas ponderales.

Al término de la serie de las formas etéreas, salvada la divisoria entre lo imponderable y lo ponderable, surge el principio de la de los gases químicamente inactivos á que pertenecen el Helio, el Argo, el Neo, etc.

Dentro de semejante modo de ver, las formas físicas resultan anteriores y más generales que las químicas.

(2) Tal supuesto del Sr. Echegaray encaja en la evolución cósmica con aquel grado de condensación de la materia inmediata á la aparición de los al principio invisibles núcleos astronómicos nebulares. La formación de éstos supone proceso, dentro del cual, concretándose cada vez más los valores M y los m, la naciente relación k correspondería gradualmente desde lo indeterminado físicamente, para bastante para la determinación astronómica, á lo determinado en el orden físico primero y luego en el químico. La observación científica no puede empezar sino en las nebulosas de una raya espectral: las etapas anteriores—la certidumbre respecto la existencia de las cuales es la misma que la que se tenga respecto de la evolución—pertenecen al terreno de la hipótesis. Pero todo ello resulta maravillosamente encadenado dentro de la concepción de nuestro insigne pensador.

entrado en la ecuación en toda su amplitud, podrán ciertas raíces ó ciertos valores de x' ser reales, pero mayores que las distancias químicas; lo cual indicaría equilibrios posibles en el orden de las distancias físicas ó de las distancias planetarias, pero no combinaciones químicas posibles (1).

Se comprende todavía que variando las masas, ó mejor dicho, sus relaciones, porque sólo sus relaciones entran en la ecuación general que estamos considerando, ciertas raíces reales pueden convertirse en raíces imaginarias; de suerte que un átomo M puede estar en combinación con otros dos átomos M', M'', y otro átomo M_1 puede convertir en imaginarias dos raíces reales de la ecuación final (2).

Las consideraciones que preceden son como un indicio, como un aviso, por decirlo así, de que sin necesidad de crear una nueva fuerza llamada afinidad, sin dotarla de apetitos ó saciedades verdaderamente extrañas, sin salir de las reglas ordinarias de la mecánica pura, podrá algún día explicarse ese

---

(1) Entendemos que la posibilidad de nuestra concepción de equilibrios químico-físicos, ó sea de moléculas de carácter intermedio, aparece claramente en este momento del desarrollo de la teoría del Sr. Echegaray. La consecuencia de la admisión de dichas partecillas es el reconocimiento tácito de la INESTABILIDAD de las mismas como distintivo, tanto en el sentido de la facilidad de su descomposición como en el de la movilidad de sus partes.

Este caso de elementos cuyas moléculas en presencia de otras determinan valores de x' reales, pero mayores que las distancias químicas, se halla realizado en la serie de gases á que pertenecen el Helio, Argo, Neo, Cripto, Xeno, y acaso Ex-radio; los cuales, como primeros términos de las formas ponderables de la materia próximos á las etéreas, hasta ahora encontrados, pueden tener excepcionales valores de m respecto de los de M, causantes justificados del fenómeno.

(2) Enlaza tal consideración, no sólo con el carácter electivo de la afinidad y con la noción de saturación química, sino igualmente con lo acabado de consignar en la nota anterior (1), puesto que la formación de una molécula con M, M' y M'' no hace otra cosa que constituir un núcleo en que los valores relativos de las masas etérea y ponderable pueden ofrecer un parecido de circunstancias con las que se dan en el caso del Helio ó del Ex-radio.

singular hecho que indicábamos al principio de estos apuntes, á saber: de no combinarse los átomos más que en número limitado, agotándose al llegar á cierto límite su fuerza combinatoria.

Y es que cada átomo nuevo que entra en una combinación trae consigo dos fuerzas: una que le atrae hacia el grupo de átomos ya formado, otra que le rechaza, y nada tiene de particular que por la acumulación de átomos y de atmósferas etéreas, las fuerzas repulsivas preponderen y sean imposibles combinaciones más recargadas de átomos.

No es ésta una solución, ya lo sabemos, ni es una demostración rigurosa, por lo tanto; no es todo ello más que un conjunto de reflexiones sometidas al lector sin pretensión de ningún género.

En suma: es señalar hacia un punto del horizonte diciendo modestamente: hacia allí creo ver alguna luz.

Que variando las constantes de una ecuación es posible, en general, convertir raíces reales en raíces imaginarias, es evidente (1). Y sin discutir el problema (porque esto me alejaría de mi objeto) diré, para los que se interesan por estas cuestiones de ciencia pura y no están muy familiarizados con estos problemas, que basta dividir la ecuación propuesta

$$ax^n + bx^{n-1} + \ldots\ldots = 0$$

por $(x-\alpha)^2+\beta^2$, siendo α y β dos incógnitas. En la división quedará un resto de primer grado en x de la forma

$$\varphi\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k, \alpha, \beta\right) x + \varphi_1\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k, \alpha, \beta\right) = 0.$$

---

(1) Conviene observar que la variación de las constantes de la ecuación de equilibrio puede venir del medio exterior. Los estudios sobre las reacciones químicas en campos intensos electrostáticos y electromagnéticos están casi del todo por hacer; y de los mismos, y de otros, deben recibir confirmaciones transcendentales las teorías echegarayanas.

E igualando los coeficientes φ y φ_1 á cero, tendremos las condiciones para que $(x-\alpha)^2+\beta^2$ sea un divisor de la ecuación propuesta; ó de otro modo, para que esta ecuación tenga por raíces las dos raíces imaginarias $\alpha \pm \beta\sqrt{-1}$.

Las dos ecuaciones de condición

$$\varphi\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k, \alpha, \beta\right)=0, \quad \varphi_1\left(\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, k, \alpha, \beta\right)=0$$

contienen cuatro incógnitas, $\frac{M}{M'}, \frac{M}{M''}, \alpha, \beta$ (prescindiendo de k), de modo que en general todavía podemos escoger arbitrariamente dos de ellas, que serán α y β.

Fijemos las ideas (1).

Supongamos (fig. 2) que sobre el eje de las x hemos encontrado dos raíces reales OA, OB,

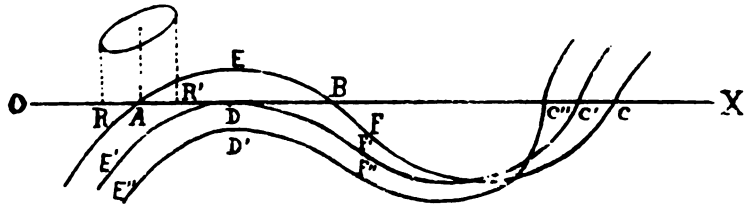


Figura 2.

la primera, $OA = x_1$, correspondiendo á un sistema de equilibrio estable y de los que hemos llamado del orden químico.

---

(1) Es interesantísima y por demás importante la discusión á que se entrega el Sr. Echegaray valiéndose de la fig. 2, no sólo por los puntos de vista y hechos que expresamente abarca, sino por las ampliaciones que permite dentro del campo de la afinidad y del terreno de los mecanismos químico-físicos en general, y en particular de los que creemos productores de los fenómenos radioactivos.

He aquí algunas reflexiones que, aunque expuestas con verdadero temor por si nos equivocamos al interpretar la obra del gran

La segunda raiz, $OB = x_2$, correspondiendo también á un equilibrio, pero inestable. Y además tendremos otra ú otras raíces $O\,C$, ... que corresponderán á nuevos sistemas de equilibrio, pero no del orden químico sino del orden físico, de los que determinan, por ejemplo, la cohesión ó la capilaridad ó la fuerza osmótica.

---

maestro, ensanchan los límites de lo consignado en las páginas 21 y 22 del estudio de referencia.

Distancias de orden químico y de orden físico.—Las OA OD y OB son menores que las OC' y OC, y así parece natural que suceda *en cada caso;* pero esto no se opone á que á veces los valores químicos de x puedan ser de la magnitud de los OC'', OC' y OC, ó mayores; y más grandes aún, consiguientemente, éstos de orden físico: ni á que en ocasiones los de orden físico tengan la magnitud OB y OA, ó menor, resultando más pequeños todavía los de orden químico.

El intervalo entre ambos grupos de valores no acepta, por otra parte, definición precisa, y cabe que sea tan insignificante cual podamos imaginarlo; imponiéndose, como consecuencia de tales consideraciones, la posibilidad, y hasta la necesidad, de la existencia de moléculas químico-físicas ó intermedias.

El caso en que la curva toca en D al eje de las x ofrece claras vistas á esta realidad: es un caso límite en que tres átomos solo pueden originar una molécula química estable en el cero absoluto, pero al cual quizás se aproximen el Radio, el Helio y el Ex-radio, por ejemplo, cuando al ser observados desprenden emanación ó nebula desdoblable primero en Ex-radio y Helio (parte gaseosa que llenará constantemente el recinto) juntos con Radio (sólido que se va aposando); y después en Helio y Ex-radio separados (recognoscibles al fin por sus espectros).

No siendo necesario colocarse precisamente en el supuesto del cero absoluto (y ya el Sr. Echegaray observa con oportunidad *que el equilibrio* (químico) *sería posible entre ciertas temperaturas, lo cual está conforme con la realidad de los hechos).* Pues basta admitir que la combinación de los tres elementos acabados de citar es estable sólo á ciertos grados muy por bajo del cero ordinario, y recordar las temperaturas de liquefacción y solidificación de los gases químicamente inactivos (el Argo hierve á —186° y funde á —189,5°; el Helio, aun sometido á —265° (temperatura del aire sólido), no ha podido ser liquidado, siquiera Dewar asegure haberlo conseguido por medio del Hidrógeno líquido), para comprender

Admitamos que se ha trazado la curva $A\,E\,B\,F\,C$, cuyas ordenadas serán los valores de

$$a\,x^n + b\,x^{n-1} + \ldots$$

En suma, que dicha curva es la que tiene por ecuación

$$y = a\,x^n + b\,x^{n-1} + \ldots$$

---

cómo los fenómenos de radioactividad pueden ser *hechos que se desarrollan con plena region de lo químico-físico,* y cuyo origen, en el caso del Radio, parece tener que hallarse en la media docena de grados termométricos anteriores al cero absoluto.

Ampliación de la discusión, siempre sobre la figura 2.— Ningún inconveniente hay en imaginar que los valores OA, OB y OC pertenecen á equilibrios del orden físico, y que la curva no vuelve á encontrar al eje de las x, perdiéndose en lo desconocido, como sucede en la fig. 2, á partir de los puntos C'', C', C: hipótesis á que podemos suponer corresponde el mencionado caso de los átomos de Radio, Helio y Ex-radio, constituyendo una molécula químico-física, dada la circunstancia de que los dos últimos elementos no ofrecen sino propiedades físicas.

Los fenómenos representados por tales valores de x serían, vervigracia, del orden de la oclusión, absorción ó disolución de ciertos gases en determinados metales, como el Hidrógeno en el Paladio y en el Platino.

Cabría concebir igualmente circunstancias en que la curva no tocase sino en D al eje de las x, límite de los casos en que la diferencia entre OB y OA fuese cada vez menor.

Y así nos encontraríamos en la misma *situación física* que antes hemos examinado químicamente: en la propia inestabilidad de un equilibrio, fuera de ciertos grados á bajas temperaturas; en el caso de cero absoluto como punto de existencia estable de un fenómeno físico; en idéntico *deshacerse aparentemente* el Radio, dentro del terreno de la observación, si el Radio de nuestros laboratorios es, según se nos figura, no el verdadero puro Radio, sino una molécula químico-física compuesta de Radio, Helio, Ex-radio, y quién sabe si algún otro elemento.

Por este orden de reflexiones (que ninguna dificultad de índole matemática ofrecería superior á las restantes de la teoría del Sr. Echegaray), seguiríamos, en suma, viéndonos en los dominios de lo intermedio entre lo físico y lo químico, y dentro de nuestra explicación de la radioactividad como efecto de un mecanismo químico-físico.

La figura indica, como es natural, que las raíces x_1, x_2, x_3..... son las abscisas de los puntos en que la curva corta el eje de las x.

Naturalmente, la ecuación de esta curva depende de los valores de a, b,..... los cuales, como hemos dicho, son funciones de $\frac{M}{M'}$, $\frac{M}{M''}$ y k.

El caso del Amonio.—En el curso del presente trabajo habremos de examinar diferentes hechos y fenómenos que armonizan con nuestro punto de vista; pero no queremos terminar esta nota sin recordar el caso del Amonio.

A los efectos de la parte del estudio del Sr. Echegaray que actualmente comentamos, cabe suponer formado dicho radical por tres grupos elementales, N, H_2, H_2: el equilibrio á que corresponde la existencia del NH_4, no determinado aún experimentalmente, si no tiene lugar en el cero absoluto, debe hallarse á temperatura muy baja, según se desprende de la circunstancia de que la amalgama de Amonio enfriada por la mezcla de anhídrico carbónico sólido y éter cristaliza en cubos, toma color gris azulado, y se hace dura y quebradiza; y fuera de tales condiciones el grupo molecular en cuestión es completamente inestable, ofreciendo, no sólo la separación continua del H_g y del NH_4, sino la de éste en NH_3 y H (fenómeno notablemente parecido al de la pretendida disgregación del átomo de Radio); pudiéndose, en definitiva, considerar la amalgama pastosa del radical compuesto en cuestión (en formación y descomposición casi simultáneas) como un ejemplo de cierto linaje de cuerpos químico-físicos, realizador en algún grado de las teorías que aquilatamos.

Ensayo de definición de los equilibrios químico-físicos más extremados.—El valor $x_2 = OB$ corresponde á un equilibrio químico tan inestable en la dirección BO, como en la BC''. Otro valor poco diferente puede, según queda dicho, corresponder á un equilibrio físico, que supondremos estable hacia O é inestable hacia C. No siendo ésta la sola combinación concebible de un equilibrio químico y otro físico próximos é inestables. Pues bien, tales equilibrios ó casos deben considerarse como límites de lo químico-físico menos estable; cabiendo imaginar un valor de x intermedio, que no siempre ha de darse por necesidad (punto de indefinición y de inestabilidad completas); y quedando así esbozados en grupo los mecanismos moleculares y las agrupaciones corpóreas de más débil consistencia—ya que no todos—desde los puntos de vista simultáneos de lo químico y de lo físico.

Para cada sistema de valores de M, M', M'' (y suponemo k constante), la curva indicará si la combinación química de los tres átomos M, M', M'', es ó no es posible.

Si la menor raíz x_1 es del orden de pequeñez de las distancias químicas, será posible la combinación de los tres átomos dados.

Si dicha menor raíz perteneciese al orden de las distancias físicas, los tres átomos dados no podrían combinarse.

Supongamos que existe la combinación y que se sustituye el átomo M por otro átomo M_1 de mayor peso molecular, por ejemplo.

Naturalmente, variarán las relaciones $\frac{M}{M'}$ y $\frac{M}{M''}$ convirtiéndose en $\frac{M_1}{M'}$ y $\frac{M_1}{M''}$, con lo cual variarán los coeficientes de la ecuación de la curva. Pues supongamos que la variación es tal que se convierte en $E'DF'C'$ que toca en D al eje de las x.

Todavía existirá una combinación posible teóricamente entre los tres átomos M_1, M', M''; pero esta combinación será estable del lado OD ó inestable del lado Dx. De suerte que en el caso del frío absoluto, es decir, no teniendo velocidad ninguna las masas, podría existir dicho equilibrio. Lo cual no sucedía en el caso anterior, porque correspondiendo x_1 á un equilibrio estable, todavía podría vibrar el átomo M á un lado y otro de su posición de equilibrio, sin que las amplitudes de x_1, á saber: AR y AR' llegasen al punto B del equilibrio inestable.

Es decir, que el equilibrio sería posible entre ciertas temperaturas, lo cual está conforme con la realidad de los hechos.

Pero supongamos que al átomo M_1 se sustituye otro átomo M_2 de otro cuerpo simple. Todavía variarán los coeficientes a, b..... de la curva; y si admitimos que este valor M_2 es de los que convierten las dos raíces reales x_1 y x_2 en raíces imaginarias $\alpha \pm \beta\sqrt{-1}$, la curva tomará la forma $E''D'F''C''$.

La raíz correspondiente á la combinación química habrá desaparecido; y entre el grupo de átomos M_2 M' M'' ya no podrá existir una combinación química, sino un equilibrio físico, pues-

to que la menor raíz de la ecuación será $O\ C'$, que suponemos que corresponde al orden de las distancias físicas.

Claro es que todo esto que llevamos explicado es puramente hipotético, y tiene por objeto concebir la posibilidad de que los fenómenos químicos se expliquen por las leyes de la mecánica. Sólo el cálculo numérico y el método experimental podrían dar valor demostrativo á las consideraciones que preceden.

Advertiremos de paso, que podría intentarse la determinación del valor M_2, de suerte que el módulo de la raíz imaginaria fuera del mismo orden de las raíces x_1 y x_2. Por ejemplo, que $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ estuviese comprendida entre x_1 y x_2, valiéndonos á este fin de la indeterminaciónu que pudieran tener en las dos ecuaciones de condición $\varphi = 0$ y $\varphi_1 = 0$ las dos constantes α y β.

No insistiremos más sobre estas reflexiones, porque no tienen otro alcance que el que les hemos querido dar; pero si alguna vez llegaran á constituir verdaderas demostraciones, iniciarían la perfección ideal de la química.

Demostraríamos, por ejemplo, que dado el peso atómico, el volumen atómico, la carga de éter y la forma del átomo de oxígeno y del hidrógeno, la combinación

$$H - O - H$$

es posible.

Que la curva de cada una de estas tres moléculas corta su eje á una distancia química del origen; y que, en cambio, si uno de los átomos de hidrógeno se sustituye por un átomo de oxígeno el cuerpo

$$H - O - O$$

es absolutamente imposible, porque la raíz de la ecuación anterior, al sustituir H por O, se ha hecho imaginaria.

Y así, las combinaciones sólo son posibles, no por tales ó cuales propiedades misteriosas de la afinidad; no por extrañas aficiones de ésta; no porque sus ansias se despierten ó sus apetitos se sacien, sino porque las ecuaciones de equilibrio de

la mecánica, y en último resultado, las ecuaciones finales en x, den raíces del orden de pequeñez de las distancias qnímicas, ó porque estas raíces tomen valores imaginarios; quedando tan sólo, en todo caso, las raíces reales que corresponden á los equilibrios físicos.

(Se continuará.)

XXXVII.—Emanación de los minerales uraníferos de Colmenar Viejo.

Por José Muñoz del Castillo.

En vista de la intensidad radioactiva de los minerales uraníferos de Colmenar Viejo, pensamos que sería interesante poner en claro si emiten emanación capaz de producir el fenómeno impropiamente llamado *radioactividad inducida.*

Al efecto colocamos en el interior de un frasco de vidrio un trozo de la referida *chalcolita*, rodeado de varias láminas metálicas, y cerramos herméticamente.

Pasados *diez días* extrajimos del frasco una lámina de Plomo, y la sometimos á detenido reconocimiento en el electroscopio de Curie.

He aquí el resultado de tres series consecutivas de experiencias:

Preliminar.

La hoja de Aluminio del aparato tardó en bajar 10 divisiones, no habiendo substancia alguna interpuesta entre los platilos, 7 minutos 54 segundos.

Primera serie.

Colocada la lámina de Plomo sobre el platillo inferior del instrumento, efectuamos, sin intervalo entre ellas, las tres mediciones siguientes:

La hoja de Aluminio tardó en bajar 10 divisiones 2^m 28^s
Idem ídem 10 divisiones 2^m 36^s
Idem ídem 10 divisiones 2^m 58^s

Segunda serie.

Interrumpidos los experimentos durante muy pequeño rato practicamos á continuación estas observaciones sucesivas:

La hoja de Aluminio tardó en bajar 10 divisiones 0^m 44^s
Idem ídem 10 divisiones 0^m 35^s
Idem ídem 10 divisiones 0^m 49^s
.....
Idem ídem 10 divisiones 2^m 53^s
Idem ídem 10 divisiones 3^m 24^s
Idem ídem 10 divisiones 3^m 34^s

Tercera serie.

Nuevamente suspendidos los reconocimientos por breves instantes, los continuamos con el siguiente resultado:

La hoja de Aluminio tardó en bajar 10 divisiones 3^m 51^s
Idem ídem 10 divisiones 3^m 53^s
Idem ídem 10 divisiones 3^m 59^s

Observación final.

Examinada la lámina de Plomo al cabo de veinticuatro horas, durante las cuales estuvo en el interior de un desecador de cristal, no acusó con el electroscopio hallarse radioactivada en grado realmente apreciable.

Interpretación de los anteriores hechos.

Con la oportuna salvedad relativa al valor de las indicaciones del mencionado aparato del Sr. Curie (aun nos faltan detalles para establecer la medición electrométrica de los fenómenos radioactivos), y reconociendo la necesidad de multiplicar las experiencias (en lo cual nos ocupamos), he aquí las deduc-

ciones ó inducciones que, provisionalmente, pueden hacerse sobre lo acabado de consignar.

1.ª Los minerales uraníferos de Colmenar Viejo desprenden emanación.

2.ª Como el Uranio y sus sales *no la desprenden*, los minerales en cuestion contienen Radio ó Actinio ó Torio, ó algún otro elemento radioactivo desconocido de la clase de los que —cual estos tres—*sí la desprenden.*

3.ª La comparación de los experimentos de la primera serie con los restantes permite suponer:

A). El desprendimiento simultáneo de dos emanaciones, una que se destruye rápidamente, y otra que tarda más en desaparecer.

B). Que la lámina de Plomo se radioactiva doblemente, y que la desactivación se verifica siguiendo cada una de las activaciones el modo y ley correspondientes á la emanación respectiva. Fenómeno comparable á la disolución de dos gases en un líquido, y al desprendimiento de los mismos en atmósfera exenta de ellos.

4.ª Parece probable que una de las emanaciones sea la del Radio, y que la otra resulte más ó menos semejante á la del Actinio, una vez conseguido aislarla. Si los minerales de Joachimsthal no hubiesen acusado radioactividad en el Bario, el Bismuto, el Hierro y el Plomo, ó inactividad en el Cobre, el Antimonio y el Arsénico, acaso cupiera pensar que la emanación efímera de los minerales de Colmenar Viejo fuese respecto del Cobre lo que el Actinio respecto del Hierro.

Nota.—La existencia de emanaciones complejas nada tiene de particular: la *pechblenda* de Joachimsthal, de donde, además del Uranio y del Polonio, que no desprenden emanación, se separan el Radio y el Actinio que la emiten, no puede menos de presentar el mismo fenómeno que la *chalcolita* de Colmenar Viejo.

XXXVIII.—D. Luis de la Escosura.

POR J. R. M.

Perdió nuestra Academia el día 6 del pasado mes de Junio al notable Ingeniero de Minas el Excmo. Sr. D. Luis de la Escosura, que había ingresado en la Corporación el día 4 de Julio de 1869, ocupando la vacante de uno de los académicos fundadores, D. Joaquín Blake, y leyendo, con tal ocasión, un notabilísimo discurso acerca de «Los límites del análisis químico», obteniendo respuesta de otro gran químico, el Sr. Don Magín Bonet. Fué el Sr. Escosura poseedor de la medalla número 26, y aunque no muy constante en la asistencia, por causa de sus múltiples y variadas ocupaciones, repetidas veces hízose notar por sus informes con singular acierto redactados, y sobre todo, por el celebrado y erudito libro que compuso tratando de *El Artificio de Juanelo y el Puente de Julio César*, que forma la segunda parte del tomo XIII de nuestras Memorias.

Méritos bien acreditados trajeron al Sr. Escosura á la Academia. Ingeniero de Minas desde 1841, había frecuentado las Escuelas, Laboratorios, Minas y Fábricas de Alemania y Francia, y á su regreso del extranjero fué llamado para desempeñar la cátedra de Química analítica en la Escuela especial del Cuerpo á que pertenecía, é hízolo con gran pericia durante once años consecutivos. En estos tiempos, y aun más tarde, ocupóle grandemente la práctica de la ciencia que profesaba, y merced á sus trabajos fué conocida por vez primera la composición de buen número de minerales españoles. Su pericia y escrupulosidad en la difícil labor del químico analista, en la que fué extremado; el celo y probada aptitud de que dió gallardas muestras durante su magisterio; la competencia técnica bien acreditada, particularmente en las famosas minas de Hiendelaencina; los talentos administrativos demostrados en los establecimientos de Almadén, y sobre todo en la construc-

ción, instalación y orden de la Casa de la Moneda, y sus condiciones de industrial, patentizadas en la fábrica de albayalde que tantos años dirigió, fueron partes á crear la fama y renombre que motivaron la elección del Sr. Escosura para individuo numerario de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.

Trabajó durante su vida entera y tocóle desplegar la mayor suma de sus actividades atendiendo á la vez á muchas cosas, multiplicándose, si así vale decir, para producir mucho en poco tiempo, y casi siempre siendo iniciador y ejecutor de sus propios pensamientos, siquiera el llevarlos á término requiriera grandes iniciativas y prolija labor simultáneas. Y es de notar cómo el Sr. Escosura, consagrado desde la juventud al magisterio, al laboratorio, á la industria química, á la minería, en más de una ocasión dió excelentes ejemplos de sus cualidades de administrador, demostró envidiables condiciones de correcto escritor, fué un perfecto hombre de mundo, cuya conversación encantaba y, lo que vale más, hasta el último día de la vida puso sus afanes en aquella magnífica obra de caridad de los Asilos del Pardo, que por muchos años dirigió con paternales cuidados.

Hubo en España, durante la primera mitad del siglo XIX, un movimiento de innegable importancia encaminado al conocimiento y explotación de las venas metálicas, y de entonces datan meritísimos estudios, que son como los cimientos y los principios de la investigación de nuestra gea. Comenzó en aquella época á desarrollarse el espíritu industrial, guiado por trabajos científicos, de bastante nota algunos de ellos, y fueron su consecuencia varias explotaciones mineras y metalúrgicas sabiamente dirigidas, que en breve tiempo alcanzaron sus mayores progresos. Era el principio de una gran reforma en la cual tuvimos, como siempre, vencidos y vencedores, que necesitó el esfuerzo de inteligencias superiores, muy disciplinadas en el estudio; la tenacidad de voluntades creyentes en la eficacia del trabajo y el ejemplo de los doctos y experimentados, quizá más afanosos de contribuir al bien general que de hacer sólo el suyo propio; y estos elementos directores, á quienes estába-

les encomendado lo más árduo de la tarea, debían multiplicarse y entretenerse con los más variados menesteres. Investigadores, habían de descubrir y dar á conocer los minerales; ingenieros, habían de explotarlos lo mejor posible; maestros, en sus cátedras debían enseñar la ciencia pura y sus aplicaciones y quedábales aún la nada fácil tarea de administrar y ordenar los intereses particulares y los intereses generales del Estado.

De esta clase de hombres fué D. Luis de la Escosura, cuyo talento, tan vario y acomodaticio, sólida instrucción y particulares dotes, manifestáronse bien á las claras en el conjunto de sus trabajos originales, algunos de ellos de nada fácil ejecución, por la época en que fueron llevados á cabo, cuando no habían logrado los métodos de investigar los grados de perfeccionamiento y de exactitud que hoy alcanzan. A semejante linaje de estudios pertenece el de los meteoritos caídos en Nulles, provincia de Tarragona, el día 5 de Noviembre de 1851, publicado en la *Revista Minera* del año siguiente; consiste en un análisis minucioso y detenido, hecho con tan singular pericia que puede tenerse por modelo, en particular habida cuenta de la época en que fué practicado y la escasez é imperfección de los medios con que el analista debía operar; sus conocimientos y práctica en semejantes lides, allanaron todos los inconvenientes y pudo demostrar, con toda evidencia, y determinar la presencia del hierro nativo en aquellos minerales extratelúricos.

Pertenecen asimismo á los dominios de la Mineralogía otras investigaciones del Sr. Escosura, seguidas de verdaderos descubrimientos, y hubo en su vida una época en la que hizo múltiples trabajos en este sentido. Sirva de ejemplo el mineral llamado *cervantita*, hallado en los criaderos de estibina de Losacio, en la provincia de Zamora, y de San Juan de Cervantes en la de Lugo; trátase de un óxido de antimonio, no muy puro, á veces conteniendo agua, y de continuo, en calidad de mezcla ó variable asociación, óxido de hierro y carbonato de calcio; y no bastó descubrir y determinar como española esta especie, distinguiéndola de los otros óxidos naturales de antimonio, sino que se averiguó su génesis en alteraciones de la dicha

estibina, causadas por ventura mediante las continuadas acciones del aire en distintos grados de humedad, al cabo fenómenos de oxidación, que tienen su analogía en los generadores de sulfatos y carbonatos metálicos; y con ser el hecho frecuente, el haberlo notado respecto del sulfuro de antimonio contribuyó, sin duda, á darle carácter de mayor generalidad, por tratarse de metal que posee marcadas tendencias para constituir combinaciones oxigenadas de carácter ácido y nunca verdaderas sales.

Famosos han sido un tiempo los criaderos argentíferos de Hiendelaencina, en la provincia de Guadalajara; su explotación fué admirable, y á ella van unidos los nombres de los ilustres ingenieros D. Luis de la Escosura y D. Felipe Naranjo y Garza, y siempre se recordarán con interés sus estudios de la *plata estriada española*, publicados por los años de 1851. Correspondió al primero lo referente al análisis químico del mineral que tantas relaciones tiene con la freislebenita típica y que resultó estar formado por la asociación de los sulfuros de plomo, plata y antimonio, y poder definirse como un sulfoantimoniuro de composición casi constante. Pasados los tiempos de aquellas activísimas y memorables explotaciones mineras, aún se recuerda la inteligente y sabia dirección y el modo de realizarlas que tuvo D. Luis de la Escosura, durante los años de 1844 á 1855 que estuvo al frente de las celebradas minas; y la suma de ciencia y trabajo que á tan gran labor consagrara, no le impidieron dedicarse á otras ocupaciones variadísimas, que demandaban también nada pequeño esfuerzo y continuadas atenciones de su parte, y jamás dejó de cumplir con todos estos deberes, pues la variedad de sus aptitudes y conocimientos hacían que para ellos fuese solicitado y preferido sabiendo el público á cuánto alcanzaban sus nada comunes facultades.

También pertenece al orden de la Mineralogía española el descubrimiento de la *molibdenita* ó sulfuro de molibdeno, en el terreno granítico de la Sierra de Guadarrama. Bastantes años antes había sido reconocido este mineral en Galicia y en Asturias, y nadie había hablado más de ello hasta que el señor

Escosura recogió en Villacastín escamas delgadas, de color negro azulado, diseminadas en la masa de la roca granítica. Con esto quedaba demostrada la relativa frecuencia de un compuesto de molibdeno, siquiera se halle muy dividido y por tratarse de cuerpo de cierta rareza, cuya determinación pudiera ocasionar dudas en la época que fué descubierto, vale la pena citar el hecho, que es al cabo un trabajo científico de cierto interés para indicar el carácter observador de que estuvo dotado el Sr. Escosura, y que sirvióle maravillosamente en sus exploraciones mineras, á las que fué tan dado como á las mismas tareas del fino análisis químico.

Otro de sus aspectos es el de escritor muy correcto y galano y distinguido erudito. En tal sentido su mejor trabajo está, sin duda alguna, en la Colección de Memorias de nuestra Academia; es un libro singular, fruto de mucho trabajo y de mucho ingenio, del cual, á pesar de su amenísima y sabrosa lectura, se ha hablado poquísimo. En *El Artificio de Juanelo y el Puente de Julio César* bien puede asegurarse que el Sr. Escosura adivinó el mecanismo del mayor ingenio que inventara el famoso mecánico y original arquitecto del Emperador Carlos V; es un capítulo, escrito en castizo lenguaje, de la historia de una singular ingeniería, que lo mismo acertaba concertando los movimientos de figuras de madera, que se entretenía en la para entonces atrevidísima obra de elevar y conducir las aguas del Tajo, apelando al más curioso sistema que se puede imaginar. Puntualiza el Sr. Escosura todo el fundamento de aquella nunca pensada máquina, busca sus precedentes, indaga sus fundamentos y como si la viera ó hubiera presenciado los estudios del gran artificio, descríbelo, aderezándolo con tan pertinentes críticas y análisis, y comentarios tan sabrosos y bien concertados, que asombran, y por tales excelencias la obra es, á la vez, de erudición y notable libro de ciencia. Componerlo no fué corta ni llana tarea, pues requirió engolfarse en el estudio de los viejos y casi perdidos sistemas hidráulicos, con sus progresos y transformaciones, registrar antiguos documentos, trasladarse con el pensamiento á la época en que Juanelo trabajaba y descubría cuanto su ingenio hizo y proyectó hacer.

Inquiridos, aquilatados y ordenados los datos, fué menester enlazarlos, razonarlos y ponerles el obligado comentario crítico, para completar la notable obra, de la cual es pareja la *Historia del Tratamiento Metalúrgico del Azogue en España*, también escrita por el Sr. Escosura, y cuyos méritos valiéronle ser premiado por la Escuela de Minas. Constituye muy hermoso y completo trabajo, no limitado á cronológica enumeración de hechos, sino razonado relato de prácticas que vienen de antigüedad remota y cuyos progresos y perfecciones de todo orden señálanse por descubrimientos que en todos los tiempos han realizado los españoles, con intento de explotar y beneficiar mejor el rojo mineral donde se contiene el maravilloso *argento vivo*.

Con motivo de semejante estudio, y con objeto de analizar los minerales de mercurio, inventó el Sr. Escosura un procedimiento electrolítico de extraordinaria sencillez, que permite el depósito del mineral sobre una lámina de oro puro, en forma de que pueda ser luego eliminado empleando el ácido nítrico, sistema muy conveniente y expeditivo en casi todos los casos que pueden ocurrir.

No hace muchos años publicó un *Tratado de Química Analítica Cualitativa y Cuantitativa y de Dosimetría*, cuyo libro, quizá algo tardío en su aparición, puede ser, no obstante, consultado con fruto en diversos puntos, porque condensa la práctica de muchos años y es por esto de provechosa enseñanza.

Jefe del Cuerpo de Ingenieros de Minas y Director de su Escuela durante muchos años, la rigió con sumo acierto, promoviendo la construcción del edificio que hoy ocupa y que le fué dado ver terminado. También alcanzó á cumplir la voluntad del Sr. Gómez Pardo, levantando, á expensas de su legado, el excelente laboratorio de análisis y ensayos que lleva el nombre de aquel benemérito Ingeniero. Aparte de estos quehaceres oficiales, quedábale tiempo al Sr. Escosura para ocuparse en otros, como la Dirección de su fábrica de albayalde, la de la Sociedad Metalúrgica de San Juan de Alcaraz, que desempeñó bastantes años, y la de los Asilos del Pardo, en la cual puso toda su solicitud y todos sus amores, hasta el fin de

la vida. Si tanto atendió á los desgraciados, nunca dejó de acudir á los llamamientos del honor de la patria; en la juventud, con los ardimientos bien demostrados al construir la Casa de la Moneda de Madrid; en la edad madura, con aquél supremo acierto con que dirigió y fué el alma de la Exposición de Minería celebrada en Madrid en 1883, que tantos y tan valiosos adelantos nos trajo y tan gratos recuerdos ha dejado.

Un deber de cariño para el compañero de Academia, un deber de gratitud para el sabio y para el maestro, piden que se tribute este homenaje, sencillo y modesto, á D. Luis de la Escosura, que tanto y en tan variadas cosas ha trabajado, demostrando siempre excepcionales dotes, elevada y vastísima cultura y superior entendimiento.

XXXIX.—Una reacción de los compuestos de rodio utilizable en análisis química.

Por Eugenio Piñerúa Alvarez.

Al realizar el estudio analítico experimental de los compuestos de rodio, se nota la falta de una reacción sensible y característica que sirva para distinguir fácilmente, y sin duda alguna, este metal de todos los restantes del grupo.

La producción de los sulfuros estudiados con gran detenimiento por *Leidié;* la de los compuestos purpúreo, róseo y lúteo ó xantorródicos descubiertos por *Jörgensen, Blomstrand, Gibs y Geuthe, Topsoë*, etc.; la de los cloruros y demás compuestos halogenados que han sido dados á conocer por *Fellenberg, Seubert, Kobbée* y otros; la de los compuestos cianurados estudiados desde el punto de vista analítico por *Martius, Rose, Finkner, Demarcay* y otros muchos químicos, *no proporcio-*

nan medios fáciles para el reconocimiento de estos compuestos metálicos.

La reacción de *Demarcay*, que es la más utilizada en análisis, está muy lejos de poseer las ventajosas cualidades que se le asignan.

El líquido azul que, según *Claus*, se produce al obtener el precipitado verde de hidrato orthorródico $[Rh(OH)_4]$ oxidando indirectamente por el cloro ó un hipoclorito una solución alcalina de una sal de rodio, puede ser un carácter analítico de gran valer, operando del modo que vamos á describir empleado por nosotros para la enseñanza en el laboratorio de las reacciones de estos compuestos.

A una solución acuosa diluída de una sal soluble cualquiera de rodio, como, v. gr., el clororrodato sódico $(Rh\ Cl_3, 3\ Cl\ Na = Rh\ Cl_6\ Na_3)$ (1), se agrega en frío un exceso de sosa $(Na\ OH)$ para obtener una disolución alcalina del sexquihidrato hidratado de rodio $[Rh\ (OH)_3, H_2O]$ (2) y después se hace actuar sobre este líquido la mezcla gaseosa producida por la reacción en frío del ácido clorhídrico concentrado sobre el clorato potásico, operando con un tubo de ensayo provisto de otro más estrecho de conducción de gases, cuyo extremo se introduce en la solución de la sal de rodio.

Los fenómenos que observamos son los siguientes: al principio la solución alcalina de clororrodato sódico, muy diluída y casi incolora, adquiere color *amarillo rojizo*, que pasa inmediatamente al *rojo*, haciéndose luego muy intensa la coloración *roja*, llegando un momento—si continúa actuando la corriente gaseosa de *euclorina*,—que se oscurece el líquido y comienza á enturbiarse apareciendo un tenue precipitado *verde*, que por fin se redisuelve, dando origen á *un líquido de un hermoso color*

---

(1) El clororrodato sódico lo hemos obtenido calentando al rojo una mezcla de rodio pulverulento comercial y cuatro veces su peso de cloruro de sodio fundido, cuya mezcla se introdujo en un tubo de vidrio de Jena atravesado por una corriente de cloro seco.

(2) La fórmula $Rh(OH)_3, H_2O$ es igual á $^1/_2\ Rh_2\ (OH)_6, 2H_2O$ llamado sexquihidrato hidratado de rodio.

azul, de tono igual ó muy parecido al de las soluciones de los compuestos cúpricos en el amoníaco. El compuesto soluble en disolución que comunica el color azul al líquido es sin duda alguna el perrodato sódico *(RhO_4Na_2)* de *Claus*.

Haciendo reaccionar este líquido con la solución reciente de gas sulfuroso pierde instantáneamente el color azul, adquiriendo ligero color *amarillo* debido al sulfato ródico que se produce.

El peróxido de sodio y el persulfato descoloran tambien el líquido con viva efervescencia, causada por el desprendimiento de oxígeno, tanto de los compuestos peroxidados alcalinos como del perrodato.

El cloroformo, el éter anhidro y el benzeno puros no disuelven este compuesto azul de rodio.

La anilina pura adquiere color rojo (debido á la reducción parcial del compuesto perródico) y el líquido se descolora.

En resumen: la producción del ácido perródico ó del perrodato sódico, del modo que hemos dicho antes, nos proporciona un medio fácil, característico y sensible, de distinguir el rodio de todos los demás metales del mismo grupo.

XL. — Sobre un nuevo compuesto iodurado osmioso cuya producción sirve para investigar y valorar exiguas cantidades (millonésimas de gramo) de osmio en combinación soluble.

Por Eugenio Piñeúa Alvarez.

El osmio ha sido estudiado por gran número de Químicos, entre los cuales debemos mencionar primero á *Smithson Tennant*, su descubridor (1804), é inmediatamente después en órden cronológico á *Vauquelín* (1814), *Dulong* (1823), *Berzelius* (1829), *Doebereiner* (1835), *Wöhler* (1853), *Deville* y *Devray* (1859).

Una importante modificación de los procedimientos empleados durante la primera mitad del siglo pasado para extraer el metal se debe á *Deville* y *Devray* en 1876.

Claus y *Jacobi*, desde el año 1845 al 63, publicaron una serie de notabilísimos estudios experimentales, que comprobaron algunos trabajos y rectificaron otros de los más interesantes de *Berzelius*, acerca de los *compuestos en general* del *osmio*.

Fritzsche y *Struve* han dado á conocer en el 1846 sus experiencias acerca del ácido *osmiámico* y los *osmiamatos*, que han sido continuadas el 1892 por *Joly*, habiendo realizado también importantes investigaciones acerca de dichos cuerpos *Dufet* y *Nordenskiöld*.

A *Martius* se debe en 1860 el estudio de los *compuestos osmicianurados*.

Wolcott Gibbs publicó desde el 1858 al 81 sus trabajos acerca de las *combinaciones osmiamoniacales*.

Huggins (1864), *Thalén* (1868) y *Gouy* desde el 1879 al 80 efectuaron numerosas experiencias *espectroscópicas* con este metal.

Moraht y *Wischin* durante el 1893 publicaron sus trabajos de revisión de los más importantes efectuados hasta entonces

acerca del *osmio*, siendo los suyos más notables los referentes á las *combinaciones halogenadas*.

Finalmente: entre los Químicos que han contribuído también al conocimiento ya muy completo del osmio y sus compuestos debemos recordar á *Mallet*, *Buttlerow*, *Brizard*, *Eichler*, *Beherens*, *Lecoq de Boisbaudran* y *Meyer y Seubert*.

Y tampoco debemos olvidar á *Max. Schultze*, *Ranvier* y especialmente á *Ot. Sulc*, *Heræus*, *Mercier*, *Gibson* y *Moul*, que en los últimos años del siglo pasado (1898-900) publicaron algunas interesantes *aplicaciones de los compuestos de osmio*.

Repitiendo yo durante el curso académico actual—con el fin exclusivamente docente—, en la cátedra de análisis química del Doctorado en Ciencias, las reacciones más importantes propuestas para la investigación, separación y valoración del osmio, y queriendo determinar de una manera precisa cuáles son las circunstancias mejores ó más favorables para obtener por la acción de reactivos adecuados los productos sucesivos de reducción gradual del peróxido ó tetróxido de ósmio OsO_4 (ácido osmico comercial) en solución acuosa, he logrado obtener un nuevo compuesto iodurado osmioso hídrico (iodácido) cuya fórmula es $I_2Os, 2IH$? que tiene, cuando se halla disuelto, *un hermoso color verde esmeralda*.

Este compuesto es tan ávido de oxígeno y poco estable como el ferroso correspondiente *(I_2Fe)*, pero adquiere grande estabilidad al engendrar los *iodosmitos*, sobre todo en presencia de soluciones salinas concentradas, ó mejor saturadas, como, v. gr., las de cloruro potásico, cálcico, etc.

El nuevo compuesto *iodurado verde* de *osmio* es soluble en el agua, mucho más en el éter sulfúrico anhidro é insoluble en el benzeno y en el cloroformo.

Reaccionando con los ácidos oxidantes, como por ejemplo el nítrico, pierde instantáneamente su disolución el color verde y adquiere la misma coloración roja que presenta—después de algún tiempo—, cuando se abandona á la acción del aire.

Los nitritos actuando sobre sus disoluciones ácidas originan un precipitado negro de bióxido de osmio hidratado.

Descolora la solución de permanganato potásico y reduce la de cromato acidificadas con ácido sulfúrico.

La reacción productora del nuevo compuesto es de muy fácil ejecución, absolutamente característica y de una sensibilidad tan extraordinaria, que puede servir para la valoración colorimétrica del osmio en cantidades de *millonésimas de gramo.* Los cuerpos reaccionantes han sido en las primeras experiencias el ácido clorhídrico puro, concentrado, de 22° Be, el ioduro potásico también puro y la solución acuosa del compuesto ósmico ($Os\ O_4$). Después he sustituído, con ventajas positivas, el ácido clorhídrico por el fosfórico siruposo de 1'7 de peso específico.

En la actualidad, debido á la importancia que el peróxido ó tetróxido de osmio tiene en las investigaciones micrográficas, se encuentra este compuesto muy puro en el comercio de drogas de todos los países, así que ha sido el que he utilizado para mis investigaciones.

Las cantidades de los cuerpos reaccionantes han sido las siguientes:

Solución acuosa de ioduro potásico al 1 por 100.....	2 cm^3
Acido clorhídrico puro, concentrado, de 22° Be, ó ácido fosfórico siruposo de 1'7 de peso específico.....	20 gotas.
Soluciones acuosas de peróxido de osmio (ácido ósmico comercial) al 1 por 100, al 1 por 1000 ó al 1 por 10000....	1 gota.

El modo operatorio consiste en verter con una pipeta en un tubo de ensayo los 2 cm^3 de la solución de ioduro de potasio, agregar luego las 20 gotas de ácido clorhídrico, ó mejor del fosfórico, agitar la mezcla y en seguida añadir en frío á la solución acidificada de ioduro—que es incolora—una sola gota $\left(\frac{1}{20}\ de\ cm^3\right)$ de la solución acuosa de peróxido de ósmio, y al cabo de uno ó dos minutos—agitando el líquido—aparece *la coloración verde esmeralda del compuesto osmioso.*

La reacción se efectúa entre una molécula de $Os\,O_4$ y diez de IH.

$$Os\,O_4 + 10\,IH = I_2Os,\ 2IH + 4H_2O + 3I_2.$$

Operando con disoluciones del ácido ósmico comercial muy diluídas conviene añadir una pequeña cantidad de *éter sulfúrico anhidro* á la de ioduro acidificada con el ácido clorhídrico ó el fosfórico, á fin de que *el ioduro verde de osmio se disuelva en la capa líquida etérea sobrenadante,* consiguiendo de este modo hacer más sensible la reacción por ser menor el volumen del líquido que contiene dicho producto.

Si la solución del peróxido de osmio $Os\,O_4$ (ácido ósmico comercial), fuese la empleada generalmente en los laboratorios de micrografía (1 por 100) bastaría una sola gota $\left(\frac{1}{20}\ de\ cm^3\right)$ para producir una intensa coloración verde en toda la masa del líquido. Si agregásemos éter—que en este caso es innecesario,—se apoderaría del compuesto iodurado coloreándose de *verde* y el resto del líquido aparecería incoloro.

Si adicionásemos benzeno puro, este líquido adquiriría color rojo grosella al apoderarse del iodo libre producido en la reacción, y agitando la mezcla para favorecer la oxidación por el aire del compuesto verde osmioso, el color rojo del benzeno aumentaría al paso que se fuera disolviendo el iodo que dejaría libre al oxidarse dicho compuesto.

Empleando una solución ósmica que contenga 0,0005 gramos de $Os\,O_4$ en cada centimétro cúbico, basta sólo una gota $\left(\frac{1}{20}\ de\ cm^3\right)$ que contiene 0,0000205 gr. de dicho compuesto de osmio, para que aparezca en seguida en el éter sobrenadante —cuyo uso conviene en este caso—, la *coloración verde esmeralda.*

Si agregamos éter anhidro á la solución de ioduro de potasio acidificada con ácido fosfórico y después una ó dos gotas de la solución acuosa ósmica al 1 por 10000, que contiene *cinco millonésimas de gramo* (0,000005 gr.) del peróxido, todavía se percibe en la capa etérea líquida *coloración verdosa.*

Resulta, en consecuencia, *que la producción de este compuesto verde de osmio puede servir para demostrar la existencia de treinta y siete diez millonésimas de osmio metálico.*

He efectuado también esta reacción descolorando, mediante una solución reciente de gas sulfuroso en agua, cuatro ó cinco gotas de un soluto acuoso *saturado de ioduro potásico y iodo,* con el cual se había mezclado antes el compuesto ósmico y el éter, resultando ser éste un excelente procedimiento para producir el ioduro verde de osmio muy estable. Los cuerpos en presencia son en este caso el *ácido sulfúrico,* el *ioduro potásico en grande exceso,* el *ácido iodhídrico naciente* y el *peróxido de osmio.*

En otras nuevas experiencias he sustituído la solución acuosa de ioduro potásico iodado por la iodhídrica de iodo (ácido iodhídrico alterado por la luz) y al agregar el soluto de gas sulfuroso hallándose en presencia el compuesto ósmico ($Os\,O_4$) he obtenido la *coloración verde.*

En esta reacción se hallaban juntos *los ácidos iodhídrico libre y naciente, el ácido sulfúrico y el compuesto ósmico* ($Os\,O_4$).

Una nueva serie de experiencias he efectuado empleando sólo iodo, gas sulfuroso y el compuesto de osmio.

El modo operatorio más conveniente utilizando dichos cuerpos es el que sigue:

A 1 cm^3 de solución etérea diluída de iodo se agrega una sola gota de la que tiene el 1 por 1000 de anhidrido ósmico ($Os\,O_4$), se agita la mezcla, se adiciona después un pequeño exceso de soluto de gas sulfuroso y en seguida aparece la capa etérea teñida de *verde.* La masa líquida en todas las experiencias tenía olor fuerte sulfuroso.

Los cuerpos en presencia, son: el *ácido sulfúrico,* el *iodhídrico naciente* y el *compuesto de osmio.*

Finalmente: he empleado la solución iodhídrica diluida, obtenida mediante la reacción en presencia del agua del iodo con el gas sulfhídrico, eliminando el exceso de este último por el calor, y los resultados han sido idénticos ó casi idénticos.— Pero debemos advertir, que cuando se utilice el *ácido iodhídri-*

co libre como reactivo es necesario emplearlo en muy grande exceso y de una sola vez para lograr la producción del *iodácido osmioso de color verde esmeralda* sin otros cuerpos intermediarios amarillos, pardos, rojos ó negros.

Las mezclas generadoras de ácido iodhídrico (ácido naciente) que hemos mencionado son mucho más recomendables, debiendo emplear, por la misma razón antedicha al referirnos al ácido iodhídrico libre, soluciones de ioduro potásico más concentradas que las primeras que me han servido para las citadas experiencias. Y con el fin de lograr la inalterabilidad del compuesto verde osmioso, es preciso—antes de añadir la solución ósmica,—saturar dichas soluciones ioduradas, acidificadas con el ácido fosfórico, de sales como, por ejemplo, el cloruro potásico, ó *mejor el de calcio cristalizado.* Siendo también conveniente, después de haber obtenido la solución verde osmiosa, agregar unos fragmentos de carbonato de calcio puro (espato de Islandia) para neutralizar el ácido fosfórico excedente.

El exceso de ioduro potásico conviene para que se produzca el *iodosmito* correspondiente ($I_2Os, 2IK$). La eliminación mediante unos cristalitos de carbonato de calcio (espato de Islandia) del ácido fosfórico excedente es necesaria para que *éste no actúe sobre la iodosal osmiosa formada.* La influencia, favorable en este caso, de las soluciones salinas *concentradas,* se explica satisfactoriamente con arreglo á la teoría tan conocida de la *ionización.*

De las numerosas experiencias realizadas, que son el fundamento de las anteriores reglas, publicamos á continuación tres de las que me han dado un líquido más estable teñido de un hermoso color verde esmeralda, que se hace muy puro sometiendo dicho líquido á la acción del benzeno (C_6H_6) para que disuelva todo el iodo libre producido en la reacción.

A	Solución de ioduro potásico (IK) al 2 por 100..	2 cm³
	Ácido fosfórico (PO_4H_3) medicinal	60 gotas
	Solución saturada de cloruro de calcio cristalizado ($Cl_2Ca, 6H_2O$)	2 cm³
	Solución ósmica (OsO_4) al 1 por 100.....	1 gota

B	Solución de ioduro potásico (IK) al 20 por 100.	2 cm^3
	Acido fosfórico (PO_4H_3).....	1 cm^3
	Solución saturada de cloruro de calcio cristalizado (Cl_2Ca, $6H_2O$).....	2 cm^3
	Solución ósmica (OsO_4) al 1 por 100.....	$^1/_{20}$ cm^3

C	Solución de ioduro potásico (IK) al 20 por 100.	2 cm^3
	Acido fosfórico (PhO_4H_3).....	2 cm^3
	Solución saturada de Cloruro de calcio cristalizado (Cl_2Ca, $6H_2O$).....	3 cm^3
	Solución ósmica (OsO_4) al 1 por 100.....	$^1/_{10}$ cm^3

En vez de agregar la solución saturada de cloruro de calcio á las de ioduro potásico acidificadas con el fosfórico, es mejor añadir dicho cloruro en el estado sólido hasta saturarlas, esperando antes dos ó tres minntos para que reaccionen el ioduro y el ácido. Después se agrega la solución ósmica y, por fin, los pequeños cristales de espato de Islandia.

Lavando el producto con benzeno resulta de color verde muy puro.

De los anteriores estudios resulta, en conclusión, que no sólo el ácido iodhídrico *naciente* es un buen reactivo cualitativo y cuantitativo de los compuestos de osmio, sino que éstos —especialmente el peróxido—lo son también de los ioduros, aun estando en presencia de cloruros y bromuros.

XLI.— Leyes de composición de movimientos helizoidales.

Por D. Antonio Portuondo.

En los Tratados elementales de *Mecánica racional*, que dedican una sección especial á la *Cinemática pura*, se estudia la composición de dos movimientos de simple traslación y de dos movimientos de simple rotación alrededor de ejes concurrentes. Dados los primeros por sus respectivas velocidades (en magnitud, dirección y sentido) y dados los segundos por las posiciones de sus ejes con sus respectivas velocidades angulares (en magnitud y sentido), se establece la ley general del *paralelógramo* para la composición.

Las leyes que rigen la composición de simples traslaciones paralelas y de simples rotaciones alrededor de ejes paralelos son leyes derivadas de la ley general del paralelógramo, aunque suele llegarse á ellas directamente en los Tratados elementales.

Conocidas ya esas leyes de composición, se procede luego al estudio de la composición de simples rotaciones alrededor de ejes cualesquiera (no concurrentes ni paralelos) y al estudio general de la composición de traslaciones y rotaciones cualesquiera. Este estudio, conocido de todos, muestra que para ver las magnitudes, direcciones y sentidos de las varias velocidades simultáneas de los puntos de un sólido invariable, el movimiento más general debe de ser visto como un movimiento elemental *helizoidal* que se define por la posición de su eje, por su característica (en magnitud y signo) y por la velocidad angular de la rotación (en magnitud y sentido).

Pero pudiendo ser visto cualquier movimiento elemental de un sólido invariable como movimiento helizoidal, es claro que las leyes más generales de composición serán las que rijan la composición de dos ó de varios movimientos helizoidales, y de

ellas se podrían deducir, como casos particulares, las que correspondan á la composición de toda clase de movimientos.

Al expresar, como lo he hecho, en fórmulas y en construcciones geométricas las leyes generales de la composición de movimientos helizoidales, me ha parecido que acaso este estudio de *Cinemática pura*, de carácter exclusivamente teórico, pueda despertar curiosidad en algunos de los aficionados á este género de investigaciones, desinteresadas de toda utilidad para las aplicaciones.

PRELIMINARES

Considerado el movimiento finito de un sólido geométrico invariable como sucesión de infinitos movimientos infinitamente pequeños en el espacio y en el tiempo, enlazados por ley de continuidad, la ciencia del movimiento se constituye formulando primeramente las leyes que rigen los movimientos elementales, y estudiando después las que presiden á su enlace (por ley de continuidad) para la integración del movimiento en su realidad cinemática.

Trataremos del movimiento elemental de un sólido. Nos referimos siempre al sólido geométrico invariable.

Se sabe que el movimiento elemental de un sólido es siempre un movimiento helizoidal que puede (como caso particular) ser de simple rotación ó de simple traslación.

Hablando en general, es sabido que un determinado movimiento elemental helizoidal se define:

1.° Por el eje E en posición dada respecto al sólido.

2.° Por la característica K en magnitud y signo (número abstracto).

3.° Por la velocidad angular w de la rotación elemental alrededor de E, dada en magnitud y en sentido.

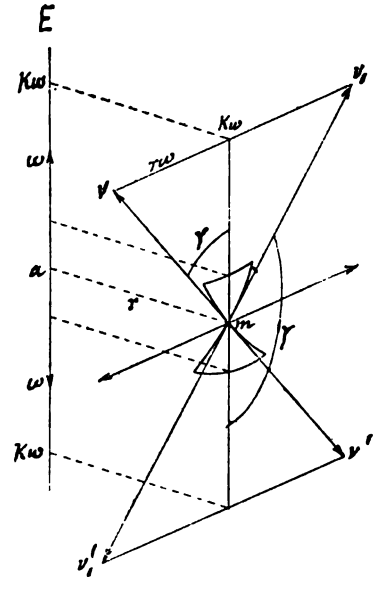
Todo se representa adoptando un punto cualquiera a en el eje y tomando, á partir de él, sobre el eje dos longitudes (fig. 1.ª):

1.ª La representativa de w, que es la velocidad efectiva por rotación de un punto á la unidad de distancia del eje. Se

toma en el sentido conveniente (según los convenios establecidos);

2.ª La representativa de Kw, que es la velocidad de la traslación elemental en la dirección del eje. Ha de tomarse en el sentido mismo en que se tomó w, ó en el sentido contrario, según sea K positiva ó negativa.

Fig 1.ª



Con los datos (E, K, w), que definen un determinado movimiento helizoidal, se ve que: Si el movimiento es de característica positiva, las velocidades v (ó v') de los puntos m del sólido tienen *direcciones hacia la izquierda*, si el observador se coloca en la dirección y sentido de la traslación Kw. Forman ángulos γ *siempre agudos con la dirección y sentido del eje* w: esas inclinaciones γ están dadas (como se sabe) por la fórmula $\cot \gamma = \frac{K}{r}$. Si el movimiento es de característica negativa, las velocidades v_1 (ó v'_1) tienen *direcciones hacia la derecha.* Forman ángulos *siempre obtusos con la dirección y sentido de* w. Las fórmulas conocidas

$$\cot \gamma = \frac{K}{r}; \quad v = w\sqrt{K^2 + r^2}; \quad \frac{V_m}{V_n} = \frac{\sqrt{K^2 + r_m{}^2}}{\sqrt{K^2 + r_n{}^2}};$$

dicen claramente:

1.º Que la *dirección* de la velocidad de un determinado punto, m del sólido, depende *solamente* del eje y de la caracterís-

tica, y que de esto mismo depende también exclusivamente la *relación de las magnitudes.* $\left(\frac{V_m}{V_n}\right)$ de las velocidades de dos determinados puntos m y n del sólido. El *paso* de las hélices (que forman el haz de elementos de trayectorias de todos los puntos del sólido) *es uno mismo* $(2\pi K)$, y debe verse (sobre la paralela al eje por el punto de que se trate) en el sentido del eje w, si K es positiva, y en el sentido contrario, si K es negativa.

Ya se comprende por todo esto que la característica de un movimiento helizoidal indica la *naturaleza*, como si dijéramos, de ese movimiento, y por eso se dice que (dado el eje) *lo caracteriza.*

2.° Que las *magnitudes absolutas* de las velocidades de los puntos y *sus sentidos* dependen *además* del valor absoluto de la w, es decir, de la *rapidez* de la rotación y de la traslación, y del sentido de la w, que se ve en el sentido del eje que la representa.

Precisado y aclarado con estas indicaciones preliminares el modo de representación que adoptamos, vamos á entrar en el estudio de las leyes de la composición de movimientos helizoidales con toda generalidad.

De las leyes á que lleguemos, podrán deducirse después las que rigen en todos los casos particulares (1).

COMPOSICIÓN DE DOS MOVIMIENTOS HELIZOIDALES

Sean dos movimientos helizoidales con ejes, características y rotaciones $(E_1\, K_1\, w_1)$ y $(E_2\, K_2\, w_2)$ cualesquiera (fig. 2.ª).

---

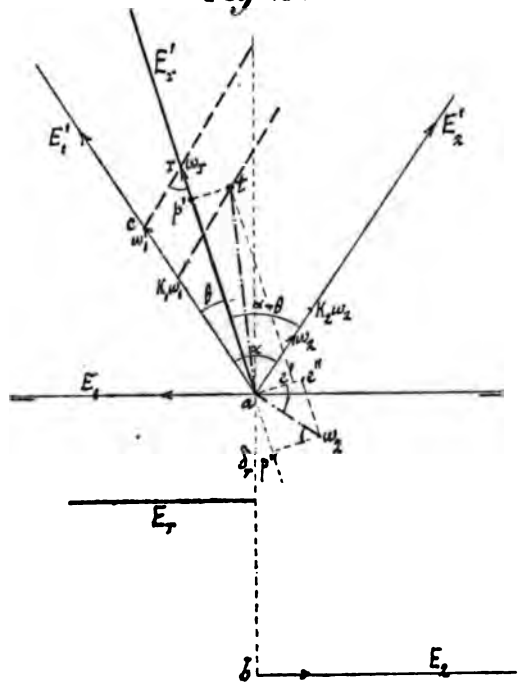
(1) Veremos especialmente los dos casos límites, á saber:

1.° Movimientos helizoidales de *característica* $K=0$ (límite de las positivas y negativas). En este caso todos los ángulos γ son *rectos;* las hélices de paso *cero* son todas circulares. Movimientos de *simple rotación.*

2.° Movimientos helizoidales de *característica* $K=\infty$ (límite de las positivas y negativas). En este caso todos los ángulos γ son *nulos;* las hélices de paso infinito son todas rectilíneas. Movimientos de *simple traslación.*

Para hacer el estudio de la composición podemos siempre adoptar el plano vertical de proyección pasando por uno de los ejes E_1 y paralelo al otro E_2: como horizontal de proyección, el plano que pasando por la mínima distancia ab entre E_1 y E_2 sea perpendicular á la bisectriz del ángulo que formen en proyección vertical las aE'_1 y aE'_2 en los sentidos respectiva-

Fig 2.ª



mente de los ejes w_1 y w_2. Veamos como parte anterior de este plano horizontal de proyección la región hacia la cual está el eje dado E_2.

Adoptemos por *unidad* la longitud ab de la mínima distancia entre E_1 y E_2.

La figura está hecha en el supuesto de que las características K_1 y K_2 son positivas, y se ha supuesto que $K_1 < K_2$. Como se ve en la figura, ésta se ha hecho con $K_1 < 1$ y $K_2 > 1$.

La composición de movimientos se hace por las reglas generales de Cinemática. Trasladada, por ejemplo, la rotación w_2 paralelamente á sí misma al punto a, y vista también en este punto la recta $K_2 w_2$, representativa de la traslación en la dirección de $(E_2 E'_2)$, hay que añadir otra traslación equivalente al par de rotaciones que se origina al trasladar la rotación w_2 al punto a: esta traslación se ve en la dirección y sentido perpendicular á E'_2 y situada en el plano vertical de proyección; su magnitud es $w_2 \times 1 = w_2$.

La rotación resultante de las rotaciones aw_1 y aw_2 se ve en ar, que da la *magnitud*, *dirección* y *sentido* de w_r. Su dirección es ya (como se sabe) la *dirección* del eje helizoidal *resultante* que se busca $(E_r E'_r)$. Para hallar la *posición* de este eje (que llamamos E_r) hay que proceder ahora á la composición de las traslaciones. En at está la traslación resultante de las $K_1 w_1$ y $K_2 w_2$, y á esa at hay que unir (como ya dijimos) la aw_2. Ambas están en el plano vertical de proyección.

Para llegar á determinar la posición del eje helizoidal *resultante* $(E_r E'_r)$, es necesario descomponer previamente las traslaciones at y aw_2 paralela y perpendicularmente á w_r. Así se ve:

la traslación at descompuesta en $\begin{cases} ap' \\ ae' \end{cases}$

la traslación aw_2 descompuesta en $\begin{cases} ap'' \\ ae'' \end{cases}$

Dejando, por ahora, las componentes ap' y ap'' en la dirección de $(E_r E'_r)$, y fijando la atención en las componentes ae' y ae'', perpendiculares á E'_r, se puede determinar *la posición* de este eje helizoidal resultante (por su distancia δ_r al plano vertical, por delante de éste) por la equivalencia de la traslación $ae' + ae''$ á un par de rotaciones (w_r, δ_r), de donde se deduce:

$$\delta_r = \frac{ae' + ae''}{w_r}.$$

Es claro que la traslación T_r, en la dirección de $(E_r E'_r)$, que ha de acompañar á la rotación w_r es:

$$T_r = ap' - ap''.$$

Ya podemos formular los resultados de la composición. Representemos por α el ángulo que forman entre sí los ejes helizoidales dados $E_1\ E_2$.

Si llamamos θ el ángulo que formará $(E_r E'_r)$ con $(E_1 E'_1)$, el que habrá de formar con $(E_2 E'_2)$, será $\alpha - \theta$.

1.° Para la *dirección* del eje helizoidad resultante $(E_r E'_r)$, el triángulo acr nos da la fórmula

$$[1] \qquad \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} (\alpha - \theta)} = \frac{w_2}{w_1},$$

que sirve para determinar la inclinación θ, la cual sólo depende de las direcciones y magnitudes de w_1 y w_2.

2.° Para la *posición* de $(E_r E'_r)$ hay que expresar, en función de los datos, la distancia $\delta_r = \dfrac{ae' + ae''}{w_r}$. Para ello necesitamos expresar antes la magtitud de w_r: el mismo triángulo acr nos da la fórmula

$$[2] \quad w_r = \frac{w_1 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} (\alpha - \theta)}; \quad \text{ó bien} \quad w_r = \frac{w_2 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \theta};$$

magnitud que sólo depende (como debía ser) de las magnitudes y direcciones de w_1 y w_2.

Veamos ahora las longitudes ae' y ae'' para hacer el cálculo de la distancia δ_r.

La ae' es igual á tp', y por medio del paralelógramo de las traslaciones $K_1 w_1$ y $K_2 w_2$, cuya diagonal es at, se ve que

$$ae' = tp' = K_2 w_2 \,.\, \operatorname{sen} (\alpha - \theta) - K_1 w_1 \,.\, \operatorname{sen} \theta =$$
$$= K_2 \,.\, w_1 \operatorname{sen} \theta - K_1 \,.\, w_1 \operatorname{sen} \theta = (K_2 - K_1) \,.\, w_1 \operatorname{sen} \theta.$$

La $ae'' = w_2 \,.\, \cos (\alpha - \theta)$.

Por consiguiente,

$$\delta_r = \frac{ae'}{w_r} + \frac{ae''}{w_r} = \frac{(K_2 - K_1)\, w_1 \operatorname{sen} \theta}{\dfrac{w_1 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} (\alpha - \theta)}} + \frac{w_2 \cos (\alpha - \theta)}{\dfrac{w_2 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{sen} \theta}}.$$

Y simplificando, se tiene la fórmula:

$$[3] \quad \delta_r = (K_2 - K_1)\frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} + \frac{\operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha};$$

que en función de los datos y del valor de θ (determinado ya por la fórmula [1]) sirve para determinar la posición del eje helizoidal resultante $(E_r E'_r)$. Este eje está por delante del vertical de proyección (es decir, del mismo lado que E_2), porque siendo $K_2 > K_1$ se tiene $\frac{K_2 w_2}{K_1 w_1} > \frac{w_2}{w_1}$, y, por tanto, at está hacia la derecha de ar, y la ae' está, por consiguiente, en el mismo sentido que la ae''. Si $K_2 < K_1$ el sentido de ae' sería el contrario de ae'', y podría quedar $(E_r E'_r)$ delante, detrás ó en el mismo plano vertical, según los casos. Ya veremos esto más adelante. Si $K_2 = K_1$ la ae' desaparecería, y quedando sólo la ae'' el eje $(E'_r E_r)$ estaría siempre por delante, es decir, del mismo lado que E_2, como veremos también más adelante.

Determinada ya la posición de $(E_r E'_r)$, y la rotación resultante w_r, falta sólo hallar la traslación resultante $T_r = K_r\, w_r$ para deducir la característica K_r. Ya vimos que esa traslación resultante es $K_r w_r = ap' - ap''$; pero se tiene:
$ap' = K_1 w_1 \cos\theta + K_2 w_2 \cos(\alpha - \theta)$; y $ap'' = w_2 \operatorname{sen}(\alpha - \theta)$.
Por consiguiente,

$$K_r = \frac{K_1 w_1 \cos\theta}{\dfrac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}} + \frac{K_2 w_2 \cos(\alpha - \theta)}{\dfrac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}} - \frac{w_2 \,.\, \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\dfrac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}}.$$

Y simplificando se tiene la fórmula

$$[4] \quad K_r = \frac{K_1 \operatorname{sen}(\alpha - \theta) \,.\, \cos\theta + K_2 \operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} - \frac{\operatorname{sen}\theta \,.\, \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha};$$

que, en función de los datos y del valor de θ, sirve para determinar la característica K_r.

Resuelto ya con las fórmulas generales [1] [2] [3] [4] el problema general de la composición de dos movimientos helizoidales cualesquiera $(E_1 K_1 w_1)$ y $(E_2 K_2 w_2)$, examinemos estas fórmulas.

Para proceder con orden en el examen de estas cuatro fórmulas, y ver la influencia de los elementos $(E_1 K_1 w_1)$, $(E_2 K_2 w_2)$ que definen los dos movimientos componentes en los elementos $(E_r K_r w_r)$ del *resultante*, empecemos por *dejar constante* lo que hay de esencial, por decirlo así, en los movimientos componentes, esto es, los ejes E_1 y E_2 y sus respectivas características K_1 y K_2.

La mínima distancia entre ellos es $ab = 1$.

Su ángulo es α. Supongamos $\alpha < 90$, como aparece en la figura.

Las características K_1 y K_2 positivas. Supongamos $K_2 > K_1$.

Siendo todo esto constante, hagamos variar las rotaciones w_1 y w_2.

Y se ve esta *primera ley general:*

Si se conservan los ejes de dos movimientos helizoidales con sus respectivas características, el eje $(E_r E'_r)$ *del movimiento helizoidal resultante y su característica* K_r *no varían cuando la relación de las velocidades angulares alrededor de los ejes componentes se conserva constante.*

A cada *determinado* valor de esta relación $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$, corresponde un *determinado eje* $(E_r E'_r)$ con característica K_r perfectamente *determinada* también. Porque, en efecto:

1.° La fórmula [1] nos dice que la *dirección* de $(E_r E'_r)$ definida por el ángulo θ sólo depende de $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$;

2.° La fórmula [3] nos dice que la *posición* de $(E_r E'_r)$

definida por la distancia δ_r sólo depende de θ, y, por tanto, de $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$;

3.° La fórmula [4] nos dice también que K_r sólo depende de θ.

Lo único que variará será la rotación resultante w_r (y claro es que con ella la traslación resultante $K_r\, w_r$) al variar w_1 y w_2, como lo enseña la fórmula [2]; y esa variación *será proporcional á las variaciones de* w_1 *y* w_2, puesto que $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}$ ó $\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}$ serán constantes. Todo esto se vería claramente en la construcción gráfica, en la cual aparecerían paralelógramos semejantes que conducirían á valores *constantes* de θ, de δ_r y de K_r al adoptar magnitudes varias para w_1 y para w_2 que conservasen *constante* su relación.

Veamos ahora la influencia de la relación $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$ en los elementos (E_r, K_r, w_r). Para verlo admitamos, por ejemplo, que $w_1 = ac$ se conserve constante y que $w_2 = cr$ varíe de 0 á ∞, con lo cual se hará variar $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$ de 0 á ∞. Y se verá cambiar el eje ($E_r E'_r$) *en dirección* y *en posición*, variar la característica K_r, y variar, como es natural, la rotación w_r. En efecto:

1.° La fórmula [1] da para el ángulo θ [que define la dirección de ($E_r\, E'_r$)] el valor $\operatorname{tang}\theta = \frac{\rho \operatorname{sen}\alpha}{1 + \rho\cos\alpha}$, si llamamos ρ la relación $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$; y se ve:

que para $w_2 = 0$, $\rho = 0$; $\theta = 0$ y la dirección es la de ($E_1\, E'_1$), como debía ser;

que para $w_2 = w_1$, $\rho = 1$, $\operatorname{tang}\theta = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{1 + \cos\alpha} =$

$$= \frac{2\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{2\cos^2\frac{\alpha}{2}} = \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2};\ \theta = \frac{\alpha}{2}$$ y la dirección es la de

la bisectriz del ángulo α: en la figura es vertical la dirección igualmente inclinada respecto de los ejes componentes;

que para $w_2 = \infty$, $\rho = \infty$, $\operatorname{tang}\theta = \dfrac{\operatorname{sen}\alpha}{\dfrac{1}{\rho} + \cos\alpha} = \operatorname{tang}\alpha$;

$\theta = \alpha$ y la dirección es la de $(E_2 E'_2)$, como debía ser.

Se ve que $\operatorname{tang}\theta$ es una función creciente con ρ desde *cero* á $\operatorname{tang}\alpha$, porque su derivada con respecto á ρ es positiva, puesto que el numerador de la derivada es:

$$(1 + \rho\cos\alpha) . \operatorname{sen}\alpha - \rho\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = \operatorname{sen}\alpha > 0.$$

Va, pues, girando la proyección vertical E'_r del *eje resultante desde* E'_1 *hasta* E'_2, *ocupando todas esas direcciones por ley de continuidad para los valores de* ρ *desde* 0 *á* ∞. La construcción gráfica lo demuestra claramente si se deja ac constante, y sobre la paralela indefinida cr se imaginan los valores de w_2 desde 0 á ∞.

2.° La fórmula [2] $w_r = \dfrac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}$, dice que w_r crece indefinidamente desde w_1 (para $\theta = 0$) á ∞ (para $\theta = \alpha$). Este *infinito* de w_r *es el mismo (si vale la frase) de* w_2, *porque* $w_r = \dfrac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}$.

3.° La fórmula [3] $\delta_r = (K_2 - K_1)\dfrac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} + \dfrac{\operatorname{sen}\theta\cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha}$ nos irá indicando las distancias á que están los ejes helizoidales $(E_r E'_r)$ del plano vertical cuando hagamos variar w_2 de 0 á ∞ (siendo constante w_1), ó dicho de otro modo, cuando hagamos variar de 0 á ∞ la relación $\left(\dfrac{w_2}{w_1}\right)$, y se vea el ángulo θ variar de 0 á α.

Y se encuentra esta *segunda ley general:*

El lugar geométrico de las posiciones que puede ocupar el eje helizoidal resultante, si varía la relación de las velocidades angulares alrededor de dos ejes fijos de características dadas

es un CONOIDE RECTO *que tiene por plano director un plano paralelo á los dos ejes helizoidales componentes y por directriz rectilínea la mínima distancia entre éstos.*

A cada par de valores que se asignen á w_1 y w_2 corresponde un valor de $\left(\frac{w_2}{w_1}\right)$, y, por tanto, una generatriz del conoide como eje resultante, que será la generatriz correspondiente al valor que resulte para θ.

4.° La fórmula

$$[4] \quad K_r = \frac{K_1 \operatorname{sen}(\alpha - \theta)\cos\theta + K_2 \operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} - \frac{\operatorname{sen}\theta \,.\, \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha},$$

qne se puede escribir así:

$$[4] \quad K_r = K_1 + (K_2 - K_1) \,.\, \frac{\operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} - \frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha};$$

nos irá dando *las características* de los movimientos helizoidales resultantes que correspondan á los diversos valores de θ de 0 á α.

Para ver la configuración del conoide por la ley de variación de las δ_r en función θ, y para examinar la ley de variación de las características K_r (en función de θ también) sobre los datos:

$$\left.\begin{array}{l}\text{mínima distancia } ab \\ \text{ángulo } \alpha\end{array}\right\} \text{y características } K_1 \text{ y } K_2,$$

que corresponden á las posiciones geométricas dadas de los ejes E_1 y E_2 y á las naturalezas diferentes de los dos movimientos helizoidales componentes que se caracterizan por K_1 y K_2, empezaremos por examinar estos dos casos más sencillos:

1.° El caso en que *no exista* mínima distancia entre los ejes helizoidales dados E_1 y E_2: *Ejes concurrentes.*

2.° El caso en que *no exista* diferencia entre las características de los movimientos helizoidales dados: *Ejes de igual característica.*

Esta división para el estudio está indicada por las fórmulas mismas [3] y [4].

$$[3]\quad \delta_r = \frac{ae'}{w_r} + \frac{ae''}{w_r} = \left[(K_2 - K_1).\frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha-\theta)}{\operatorname{sen}\alpha}\right] + \left[\frac{\operatorname{sen}\theta\cos(\alpha-\theta)}{\operatorname{sen}\alpha}\right] = \delta'_r + \delta''_r$$

$$[4]\quad K_r = \frac{ap'}{w_r} - \frac{ap''}{w_r} = \left[K_1 + (K_2 - K_1)\frac{\operatorname{sen}\theta\cos(\alpha-\theta)}{\operatorname{sen}\alpha}\right] + \left[-\frac{\operatorname{sen}\theta\operatorname{sen}(\alpha-\theta)}{\operatorname{sen}\alpha}\right] = K'_r + K''_r$$

Vemos que la influencia de la mínima distancia está *toda* en el segundo término δ''_r (de δ_r) que proviene de ae'' (fig. 2.ª), y en el segundo término K''_r (de K_r) que proviene de ap''. De suerte, que examinando las expresiones δ'_r y K'_r vendremos en conocimiento de la configuración del conoide y de la ley de las características, si *no existe* mínima distancia, es decir, *si los ejes son concurrentes.*

Y también vemos que la influencia de las características K_1 y K_2 está *toda* en el primer término δ'_r (de δ_r) que proviene de ae', y en el primer término K'_r (de K_r) que proviene de ap'. De suerte, que examinando las expresiones δ''_r y K''_r podremos conocer la configuración del conoide y la ley de las características si *no existieran* K_1 y K_2; es decir, si los ejes fueran *de igual característica nula.* Pero el estudio de este caso quedará hecho si se supone más en general que sean ejes *de igual característica* K_1, porque la expresión de δ_r seguirá siendo δ''_r, y la configuración del conoide será idénticamente la misma, siempre que $K_2 = K_1$ (aunque éstas no sean nulas). Pero la expresión de K_r para el caso de características iguales á K_1 será $K_r = K''_r + K_1$; luego estudiada la ley de variación de esta función de θ, el estudio quedará hecho para el

caso de *características nulas*, pues bastará quitar la constante K_1.

Para conocer, pues, las leyes de composición del caso general (E_1 y E_2 cualesquiera, y K_1 y K_2, también cualesquiera) que están en las fórmulas generales [3] y [4] bastará, por consiguiente:

1.° Sumar las distancias δ'_r y δ''_r para cada valor de θ, y á una distancia igual á esta suma quedará colocada la generatriz del conoide correspondiente á ese valor de θ.

2.° Sumar las características K'_r y K''_r para cada valor de θ, y esta suma será la característica correspondiente á ese valor de θ. Hagamos, pues, el estudio detallado de esos dos casos.

Primer caso: Ejes helizoidales concurrentes.

Configuración del conoide.

La fórmula

$$\delta'_r = (K_2 - K_1)\frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha}$$

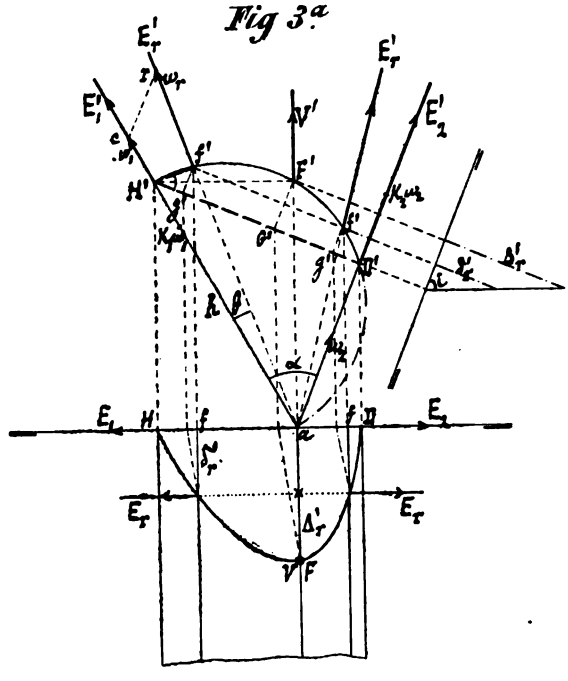
dice (en el supuesto en que nos hemos colocado $\begin{cases} K_1 > 0 \\ K_2 > 0 \end{cases}$ y $K_2 > K_1$) que el conoide está delante del plano de los ejes dados (E_1 E_2), porque las δ'_r son todas *positivas* (fig. 3.ª). Además, si sobre E_1 se toma una longitud arbitraria $aH' = h$, y sobre ella como diámetro se describe una semicircunferencia, y se traza la cuerda $H'D'$, la expresión de δ'_r puede escribirse así:

$$\delta'_r = \frac{K_2 - K_1}{h \,.\, \operatorname{sen}\alpha} \times h \operatorname{sen}\theta \,.\, \operatorname{sen}(\alpha - \theta) = \frac{K_2 - K_1}{H'\,D'} \times f'\,g';$$

y se ve que, siendo constante el coeficiente $\frac{K_2 - K_1}{H'\,D'}$, las distancias δ'_r son proporcionales á las $f'\,g'$; luego si en la superficie cilíndrica que tiene por sección recta el arco de círculo $H'\,F'\,D'$, y á partir de los puntos f' tomamos en las varias generatrices las respectivas longitudes δ'_r, los extremos (que son

puntos por los cuales pasan las correspondientes generatrices del conoide) serán vértices de triángulos rectángulos semejantes que se proyectan verticalmente en las $f'\,g'$; luego las hipotenusas paralelas entre sí, y apoyándose en la cuerda $H'\,D'$ determinan un plano que corta á la cilíndrica según un *arco de elipse*, *el cual*, como directriz curvilínea del conoide, hace ver

Fig 3.ª



claramente la configuración de éste. Si se adoptara un plano horizontal de proyección perpendicular $H'\,D'$, la proyección de la elipse sería una recta. Se ha representado en la figura: se ve el vértice en la generatriz V que pasa por el punto F'; y se ve también que el ángulo i qne forma con el vertical de proyeccion el plano de la elipse directriz (que tiene su traza en $H'\,D'$) está dado por

$$\text{tang}\, i = \frac{\delta'_r}{f'\,g'} = \frac{K_2 - K_1}{H'\,D'} = \frac{K_2 - K_1}{h\,.\,\text{sen}\,\alpha}.$$

Es conocida cuando se ha adoptado una longitud para el diámetro arbitrario h del cilindro.

Por la fórmula de δ'_r, y por la figura, se ve:

que el eje helizoidal resultante parte de $(E_1\ E'_1)$, porque $\delta'_r = 0$ para $\theta = 0$;

que se aleja del plano $(E_1\ E_2)$ á medida que va girando en proyección vertical alrededor del punto a;

que llega á la distancia máxima $\Delta'_r = \frac{1}{2}(K_2 - K_1) \cdot \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}$ (menor que $\frac{1}{2}(K_2 - K_1)$, si $\alpha < 90$) y corresponde al valor $\theta = \frac{\alpha}{2}$, cuando la generatriz está (en la posición V) igualmente inclinada sobre E_1 y sobre E_2;

que retrocede después, cuando las generatrices corresponden á valores de θ mayores que $\frac{\alpha}{2}$; siendo estas generatrices simétricas de las anteriores, en la disposición que se ha adoptado para la figura;

y que llega á confundirse con $(E_2\ E'_2)$, porque $\delta'_r = 0$, para $\theta = \alpha$.

Claro es que sobre cada generatriz $(E_r\ E'_r)$ como eje helizoidal resultante, habrá que ver *la w_r correspondiente á cada problema concreto de composición*, para valores dados de w_1 y w_2.

Ley de variación de la característica.

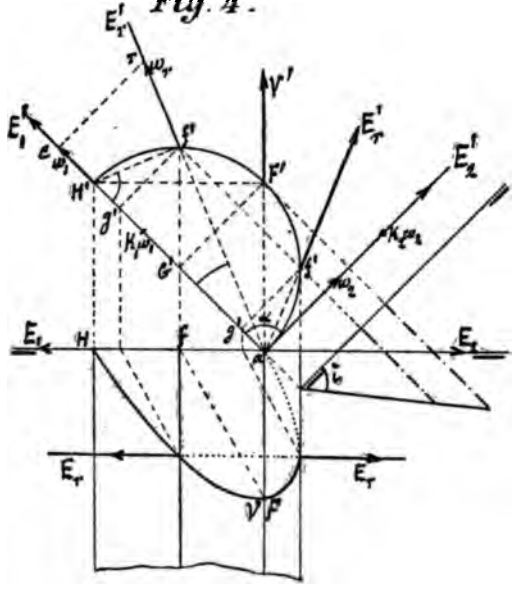
La fórmula $K'_r = K_1 + (K_2 - K_1) \cdot \frac{\operatorname{sen} \theta \cdot \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen} \alpha}$; dice (en el supuesto $\begin{matrix} K_1 > 0 \\ K_2 > 0 \end{matrix}$ $K_2 > K_1$; y $\alpha < 90$) que las características son todas *positivas*, y además que:

para $\theta = 0$, $K'_r = K_1$; y que es creciente desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \alpha$. Al pasar la generatriz por la posición V (de máxima distancia y de igual inclinación sobre E_1 y E_2) pasasu característica por el valor medio $\frac{1}{2}(K_1 + K_2)$, y al llegar á E_2 alcanza el valor K_2.

Observación sobre el valor de α.

En las figuras 4.ª y 5.ª se ve que la directriz del conoide es *media elipse* cuando $\alpha = 90$, y un arco *mayor que media elipse* cuando $\alpha > 90$. La distancia máxima Δ'_r á que está la generatriz V es *igual* á $\frac{1}{2}(K_2 - K_1)$, cuando $\alpha = 90$; y *mayor* que $\frac{1}{2}(K_2 - K_1)$, cuando $\alpha > 90$.

Fig. 4.ª



Vimos que las características eran *positivas* y *crecientes* desde K_1 á K_2, cuando $\alpha < 90$.

Cuando $\alpha = 90$, lo son también; pero con la particularidad de que K_1 es un *verdadero mínimo*, y K_2 un *verdadero máximo*, puesto que la fórmula, que es entonces

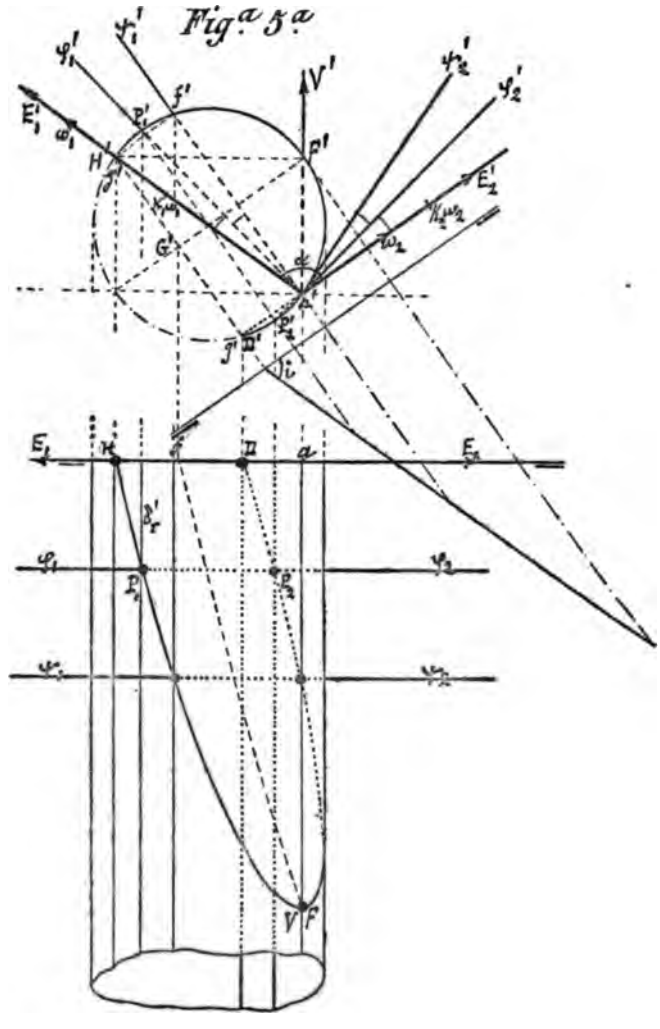
$$K'_r = K_1 + (K_2 - K_1) \operatorname{sen}^2 \theta$$

así lo indica: las E_1 y E_2 dadas corresponden entonces á los dos vértices opuestos de la media elipse.

Cuando $\alpha > 90$, la función $(K_2 - K_1) . \frac{\operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha}$ presenta

un mínimo para $\theta = \frac{\alpha - 90}{2}$

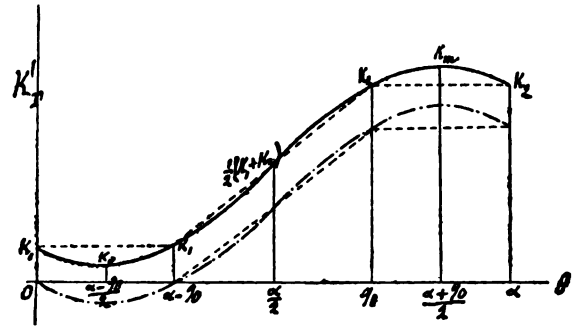
y *un máximo* para $\theta = \frac{\alpha + 90}{2}$.



Por consiguiente, la característica K'_r pasa también por *un mínimo* y por *un máximo*, correspondientes á los dos vértices P_1 y P_2 de la elipse (fig. 5.ª) que corresponden á esos dos valores de θ (1).

Y así se ve, desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \alpha$ (fig. 5.ª y 5.ª bis):

Fig.ª 5.ª bis



que la característica empieza por K_1 [para $\theta = 0$, generatriz $(E_1 E'_1)$];

disminuye hasta llegar á un mínimo

$$K_0 = K_1 + (K_2 - K_1)\frac{\operatorname{sen}\alpha - 1}{2\operatorname{sen}\alpha}$$

(para $\theta = \dfrac{\alpha - 90}{2}$, generatriz $(\varphi_1 \varphi'_1)$ correspondiente al vértice P_1 de la elipse);

aumenta después, pasando por los mismos valores: vuelve á tener el K_1 [para $\theta = \alpha - 90$, generatriz $(\psi_1 \psi'_1)$]; tiene el valor medio $\dfrac{1}{2}(K_1 + K_2)$ (para $\theta = \dfrac{\alpha}{2}$, generatriz $(V\,V')$, correspondiente al vértice F de la elipse), y alcanza el valor K_2 [para $\theta = 90°$, generatriz $(\psi_2 \psi'_2)$], y sigue aumentando hasta

(1) Estos valores mínimo y máximo de K'_r no aparecían en el supuesto de ser $\alpha < 90°$, por corresponder el primero á un valor negativo de θ y el segundo á un valor de $\theta > \alpha$.

llegar al máximo $K_m = K_1 + (K_2 - K_1)\dfrac{\operatorname{sen}\alpha + 1}{2\operatorname{sen}\alpha} =$
$= K_2 + (K_2 - K_1)\dfrac{1 - \operatorname{sen}\alpha}{2\operatorname{sen}\alpha}$ (para $\theta = \dfrac{\alpha + 90}{2}$, generatriz $(\varphi_2\varphi'_2)$ correspondiente al vértice P_2 de la elipse);

y disminuye hasta volver al valor K_2 [para $\theta = \alpha$, generatriz $(E_2E'_2)$].

Se puede comprobar que la suma $(K_0 + K_m)$ de los valores *mínimo* y *máximo* de la característica es igual á $(K_1 + K_2)$, como es natural, puesto que la curva representativa de las K'_r es una sinusoide, en la cual el mínimo, K_0, el valor medio $\dfrac{1}{2}(K_1 + K_2)$ y el máximo K_m corresponden al punto más bajo, al de inflexión, y al punto más alto de la sinusoide, y se refieren á los tres vértices del arco de elipse que sirve de directriz al conoide. El *mínimo de característica* (en la generatriz φ_1), que vale $K_0 = K_1 + (K_2 - K_1)\dfrac{\operatorname{sen}\alpha - 1}{2\operatorname{sen}\alpha}$ puede ser *positivo, cero ó negativo*, según que

$$\frac{1}{2}\left(\frac{K_2 - K_1}{\operatorname{sen}\alpha}\right) \lesseqgtr \frac{1}{2}(K_1 + K_2);$$

y se ve, por consiguiente, que

Si $\dfrac{K_2 - K_1}{\operatorname{sen}\alpha} < K_1 + K_2$, todas las características serán *positivas;*

Si $\dfrac{K_2 - K_1}{\operatorname{sen}\alpha} = K_1 + K_2$, habrá *una sola* (φ_1) *de característica nula*, y todas las demás serán positivas;

Si $\dfrac{K_2 - K_1}{\operatorname{sen}\alpha} > K_1 + K_2$, habrá *dos* (á uno y otro lado de φ_1) *de característica nula*, y entre ellas una *región* del conoide en que las generatrices tendrán características *negativas*.

En general nótese que dos generatrices $(E_r E'_r)$ correspondientes á $\begin{matrix}\theta = \theta' \\ \theta = \alpha - \theta'\end{matrix}$, y que estén, por consiguiente, á igual

distancia del plano $(E_1 E_2)$ [simétricas en la disposición de estas figuras], tendrán características *cuya suma es constantemente* $K_1 + K_2$; porque, en efecto, la suma sería

$$2K_1 + (K_2 - K_1) \cdot \frac{\operatorname{sen}\theta' \cos(\alpha - \theta') + \operatorname{sen}(\alpha - \theta')\cos\theta'}{\operatorname{sen}\alpha} =$$

$$= 2K_1 + (K_2 - K_1) = K_1 + K_2.$$

Ya se comprobó esto en la suma $K_0 + K_m$.

Observación sobre los valores de K_1 *y* K_2.

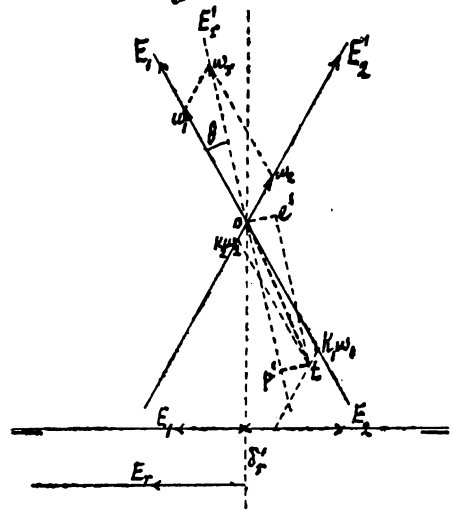
Hemos supuesto hasta aquí (para facilitar el examen de las fórmulas) que K_1 y K_2 eran positivas y $K_2 > K_1$.—Pero es claro que si $K_2 < K_1$, todo lo dicho sobre la configuración de los conoides (figs. 3.ª, 4.ª y 5.ª) subsistiría, con la sola diferencia de que sus generatrices estarían detrás del plano $(E_1 E_2)$, porque las $\delta'_r = \frac{f'g'}{H'D'}(K_2 - K_1)$ serían *todas negativas:* el arco de elipse que serviría de directriz al conoide (en la cilíndrica $H'F'D'$) sería el simétrico del que está dibujado en las figuras, y todo el conoide sería el simétrico con respecto al plano $(E_1 E_2)$, porque se ve tang $i < 0$, y siendo el ángulo i obtuso, aparece el plano de la elipse inclinado en sentido inverso respecto al plano de los ejes $(E_1 E_2)$. — Era de esperar que los *ejes helizoidales resultantes* estuvieran detrás del plano $E_1 E_2$, porque si la fig. 2.ª se hiciera con ejes concurrentes en que $K_2 < K_1$, las traslaciones at estarían á la izquierda de las w_r, y, cambiado el sentido de ae', el eje resultante E_r aparecería detrás del plano $(E_1 E_2)$.

Si $K_2 = K_1$, todas las δ'_r son *nulas, y no hay conoide*, porque aplastándose sobre el plano *$(E_1 E_2)$ se confunde con él;* lo cual era de esperarse también, puesto que las at (fig. 2.ª) coincidirían en dirección con las w_r, y estas mismas E'_r situadas en el plano $E_1 E_2$ serían entonces los *ejes helizoidales resultantes.*

Podríamos decir que para un observador colocado *á lo largo del eje dado* (en el sentido de su rotación) *de menor característica,* y mirando hacia el de mayor característica (en su sentido) el conoide *queda siempre á su derecha;* es decir, á la derecha del plano $E_1 E_2$: y en el caso particular de características iguales, el conoide se confunde con el plano $(E_1 E_2)$.

Las características seguirían la ley de variación que hemos explicado antes detalladamente (sea $\alpha \gtrless 90°$), y que se representa en las ordenadas de una sinusoide, desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \alpha$, viendo la generatriz del conoide ir desde el eje dado *de menor característica* hasta el otro dado *de mayor característica*. Es claro que si un observador de frente al plano $(E_1 E_2)$ se coloca del lado en que está el conoide, el giro en proyección vertical se verá *de izquierda á derecha.*

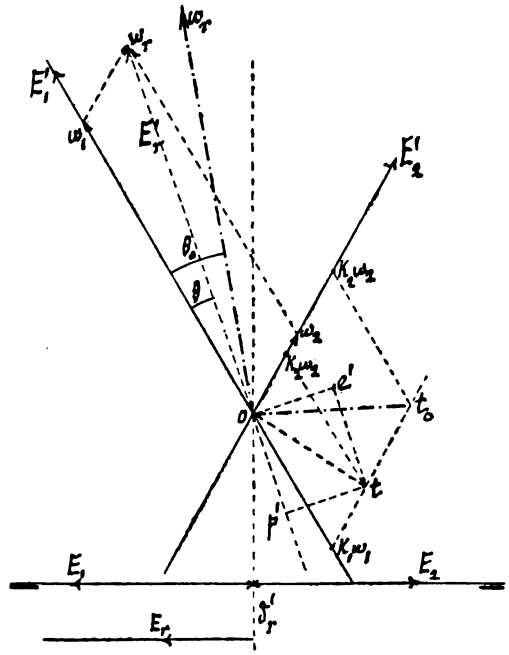
Fig.ª 6.ª



Si las características K_1 y K_2 fueran *negativas*, la fórmula de δ'_r nos diría algebraicamente el lado hacia el cual está el conoide, según sea $K_2 \gtrless K_1$ (sin olvidar que son negativas); y la fórmula de K'_r nos dará las magnitudes de las características. Todo subsistiría sin modificación alguna.

Aunque no sea necesario, se ha presentado en la figura 6.ª la composición de dos movimientos helizoidales de características negativas: se ha supuesto $K_2 > K_1$, y el conoide aparece delante del plano $(E_1 E_2)$ porque las oe' están hacia la derecha de w_r: hecha la figura 6.ª con ángulo $\alpha < 90$, las características crecientes siempre desde K_1 hasta K_2 son *todas negativas*, como lo indica la figura. (Es claro que K_2 es numéricamente menor que K_1, y por eso la ot (hacia abajo) aparece á la derecha de w_r en la figura.)

Fig.ª 7.ª



Y en la figura 7.ª se ha hecho la composición en el supuesto de ser $K_1 < 0$ y $K_2 > 0$ (con lo cual dicho está que $K_2 > K_1$); en este caso, las características crecientes desde K_1 hasta K_2 pasan de *negativas á positivas*, por el valor *cero*,

que corresponde á un valor θ_0, tal que la ot_0 resulte perpendicular á la w_r correspondiente. Este valor θ_0 será el que haga

$$K_1 + (K_2 - K_1) \frac{\operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha} = 0;$$

ó bien

$$K_2 \operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta) = - K_1 \operatorname{sen}(\alpha - \theta) \cos\theta;$$

es decir, tal que

$$\frac{\operatorname{tang}\theta}{\operatorname{tang}(\alpha - \theta)} = - \frac{K_1}{K_2}.$$

Habrá un valor y sólo uno de θ que satisfaga esta condición, porque, aunque esa ecuación es de segundo grado respecto á $\operatorname{tang}\theta$, y da dos raíces, sólo la positiva es aprovechable, si el ángulo $\alpha < 90$.

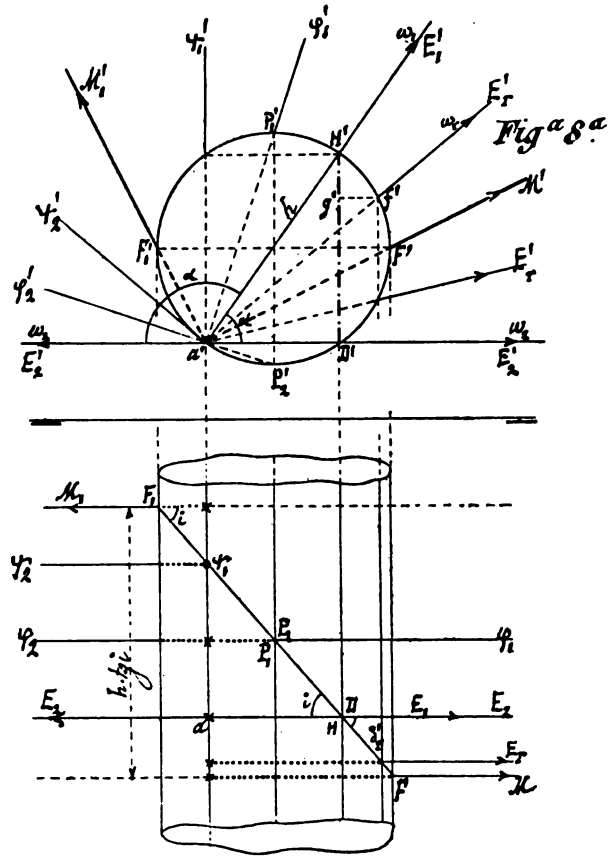
Todo lo expuesto sobre la composición de dos movimientos helizoidales de *ejes concurrentes* ($E_1 K_1$) y ($E_2 K_2$) se ve resumido en las figuras 8.ª y 8.ª bis. En la primera el horizontal de proyección se ha adoptado paralelo al eje E_2 (que aparece, por tanto, paralelo á la línea de tierra). Se forman en el punto (a, a') de intersección de los ejes dados cuatro ángulos, según sean los sentidos de las rotaciones w_1 y w_2; pero basta fijarse en el sentido de una de ellas, la w_1, por ejemplo, y considerar los dos sentidos opuestos en que puede estar la otra w_2, para ver los casos $\alpha \lesseqgtr 90°$.

Descrita la circunferencia sobre la longitud arbitraria $a'H' = h$ como diámetro, y mirada como sección recta de un cilindro; trazada en esta sección recta la cuerda $H'D'$ (que será vertical), y trazando por esta cuerda el plano vertical que forme con el de sección recta un ángulo i determinado por $\operatorname{tang} i = \frac{K_2 - K_1}{h \,.\, \operatorname{sen}\alpha}$, este plano cortará al cilindro según una elipse, y esta elipse entera será la directriz del conoide completo.—Los vértices de la elipse están en F y F_1, P_1 y P_2.—La anchura de la zona que ocupa todo el conoide en proyección horizontal (comprendida entre FM y $F_1 M_1$) es

$$h \,.\, \operatorname{tang} i = \frac{K_2 - K_1}{\operatorname{sen}\alpha} > K_2 - K_1.$$

Se ve en la figura:

que el arco de elipse (HFD, $H'F'D'$), menor que media elipse, corresponde á los ejes ($E_1 E'_1$) y ($E_2 E'_2$) que forman ángulo $\alpha < 90$;



que el arco (HF_1D, $H'F'_1D'$), mayor que media elipse, corresponde á los ejes ($E_1 E'_1$) y ($E_2 E'_2$) que forman ángulo $\alpha > 90$.

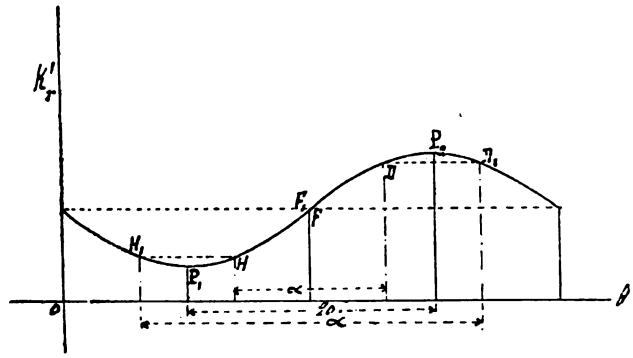
En la figura 8.ª *bis* está la representación geométrica de la ley de variación de las características K'_r: la porción de sinusoide HFD se refiere al arco menor que media elipse, y la porción $H_1 F_1 D_1$ se refiere al mayor que media elipse.

Se puede seguir el movimiento geométrico en las generatrices

del conoide (como *ejes helizoidales resultantes)* cuando θ crece de 0 á α, é ir viendo sus respectivas características, bien sobre (HFD, $H'F'D'$) y el HFD de sinusoide, bien sobre ($H\ F_1\ D$, $H'\ F'_1\ D'$) y el $H_1\ F_1\ D_1$ de sinusoide.

En la figura 8.ª están reunidas las figuras 3.ª y 5.ª

Fig.ª 8 bis



En la figura 9.ª se ha repetido la figura 4.ª; pero adoptando el horizontal de proyección, paralelo á E_2, el arco de sinusoide que hay que consultar con esta figura 9.ª es el $P_1\ F\ P_2$.

Si con ejes concurrentes K_2 fuera igual á K_1, ya dijimos que el conoide se confundiría con el plano mismo de los ejes ($E_1\ E_2$). En él estarían todos los ejes helizoidales resultantes dentro del ángulo de E_1 con E_2 (en sus sentidos), y la característica K'_r sería constantemente la misma K_1, lo cual significa que *los movimientos helizoidales resultantes serían todos de la misma naturaleza que los componentes.*

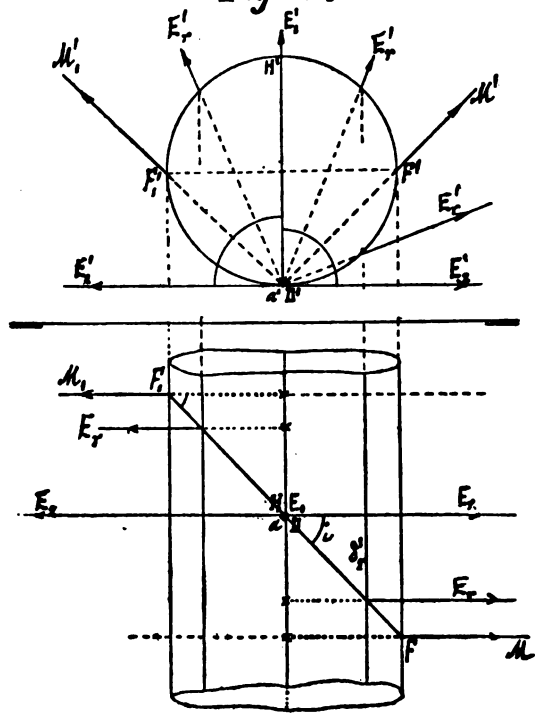
Es claro que la sinusoide (fig. 8.ª *bis)* se convertiría entonces en una recta paralela al eje de las θ.

Estas son las leyes muy conocidas de la composición de dos rotaciones simples alrededor de ejes concurrentes (como movimientos helizoidales de igual característica *cero)* ó de la composición de dos simples traslaciones (no hay que decir concurrentes porque las rectas representativas de traslaciones no tienen posición) como movimientos helizoidales de igual característica *infinita.*

Segundo caso: Ejes helizoidales de igual característica.

Volviendo á las fórmulas [3] y [4], después de haber hecho el estudio de la composición en el caso de *Ejes concurrentes* por medio de δ'_r y K'_r (quitando para esto la influencia de la

Fig.ª 9.ª



mínima distancia *ab)*; quitemos ahora la influencia de la desigualdad de características, suponiendo para esto que *los dos movimientos componentes sean de igual característica* $K_2 = K_1$. Vemos las fórmulas generales reducidas á

$$\delta_r = \delta''_r = \frac{\text{sen}\,\theta \cos(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha};$$

$$K_r = K_1 + K''_r = K_1 - \frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha}.$$

Dejando los mismos ejes E_1 y E_2 con su ángulo $\alpha < 90$ y su mínima distancia ab, estas fórmulas sencillas indicarán la configuración del conoide y la ley de variación de las características.

Configuración del conoide.

Siendo las δ''_r todas positivas, aparecen todas las generatrices del conoide del mismo lado que la $(E_2 E'_2)$.

Si se describe (como antes) la circunferencia sobre $aH' = h$ como diámetro (fig. 10.ª) para ver la directriz curvilínea del conoide en la cilíndrica $H'D'$, perpendicular al vertical de proyección, y se escribe la expresión de δ''_r bajo la forma

$$\delta''_r = \frac{h \operatorname{sen} \theta \cos(\alpha - \theta)}{h \operatorname{sen} \alpha} = \frac{H'g'}{H'D'},$$

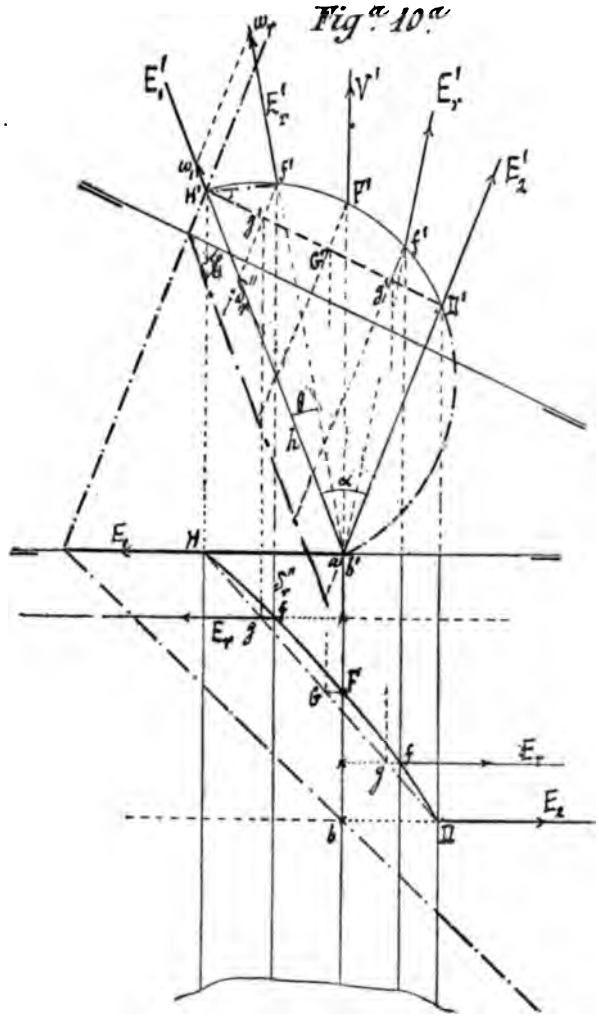
se ve que estas distancias al plano E_1 son proporcionales á las $H'g'$; pero como $\frac{H'g'}{H'D'} = \frac{Hg}{HD}$, se ve que $\left(\frac{\delta''_r}{1} = \frac{Hg}{HD}\right)$ los puntos g en proyección horizontal (á las distancias respectivas δ''_r) están en una recta HgD.—Por consiguiente, si sobre las diversas generatrices f' de la cilíndrica se toman, á partir de sus trazas f' (en la sección recta), los valores respectivos de δ''_r para tener los puntos en que las generatrices del conoide atraviesan á la cilíndrica, se verán estos puntos (f, f') situados en un plano que pasa por la recta $(HD, H'D')$ (cuerda de la cilíndrica) y que tiene por *paralelas al plano vertical* las rectas $(fg, f'g')$.

La directriz del conoide es, pues, un arco de elipse $(HFD, H'F'D')$.

En otro plano horizontal de proyección que sea perpendicular á E'_2, el arco de elipse está proyectado en una recta. La inclinación δ (sobre el vertical de proyección) del plano de la elipse está determinada por

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{\delta''_r}{H'g'} = \frac{1}{H'D'} = \frac{1}{h \operatorname{sen} \alpha}.$$

Se sigue perfectamente el movimiento de la generatriz: parte de $(E_1 E'_1)$, alejándose y girando; pasa por la posición V,



igualmente inclinada é igualmente distante de E_1 y E_2, y llega á la posición $(E_2 E'_2)$.

Ley de variación de las caracteristicas.

Consultando la fórmula, que es ahora

$$K_r = K_1 - \frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\alpha},$$

se ve que el substraendo (siempre positivo) será $\begin{cases} \text{creciente,} \\ \text{máximo,} \\ \text{decreciente,} \end{cases}$ según que la derivada $\frac{\operatorname{sen}(\alpha - 2\theta)}{\operatorname{sen}\alpha} \gtreqless 0$, ó bien $\alpha - 2\theta \gtreqless 0$; es decir, $\theta \lesseqgtr \frac{\alpha}{2}$. Por consiguiente, si $K_1 > 0$, la K_r disminuye desde K_1 hasta llegar á *un mínimo* para $\theta = \frac{\alpha}{2}$ (en la posición V), que vale $\left[K_1 - \frac{1}{2} . \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\right]$, y crece después desde este mínimo hasta recuperar el valor K_1 cuando la generatriz llega á confundirse con $(E_2 E'_2)$ para $\theta = \alpha$; teniendo, como es natural, iguales valores para las generatrices que estén igualmente inclinadas respecto á V.

Se ve que el mínimo $\left(K_1 - \frac{1}{2} \operatorname{tang}\frac{\alpha}{2}\right)$ será *positivo, cero ó negativo,* según que $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} \lesseqgtr 2 K_1$. Es decir, que:

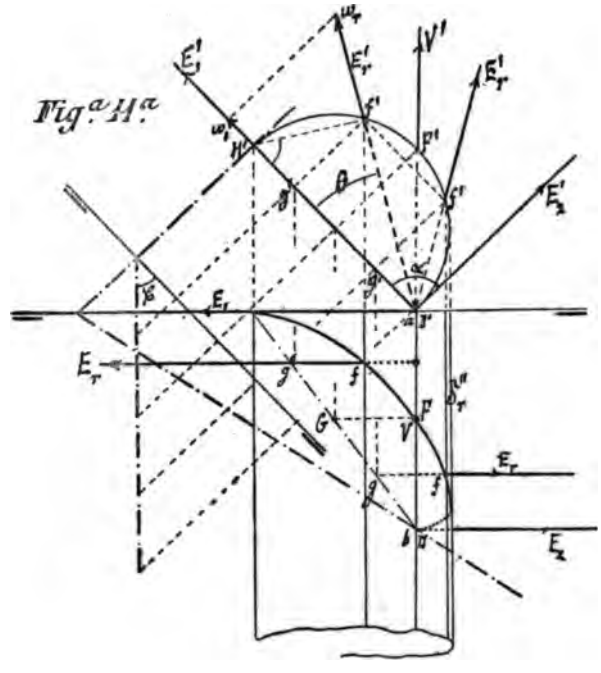
para ejes dados en que α no llegue al valor que hiciera $\operatorname{tang}\frac{\alpha}{2} = 2 K_1$, *todas las características* K_r *son positivas;*

para ejes que formen entre sí ese ángulo especial *la generatriz media* V *es de característica nula,* y todas las demás son positivas; y

para ejes en que α sea mayor habrá una región del conoide (alrededor de la generatriz media V) en que las características son *negativas,* habiendo *dos generatrices de característica nula* á uno y otro lado de V.

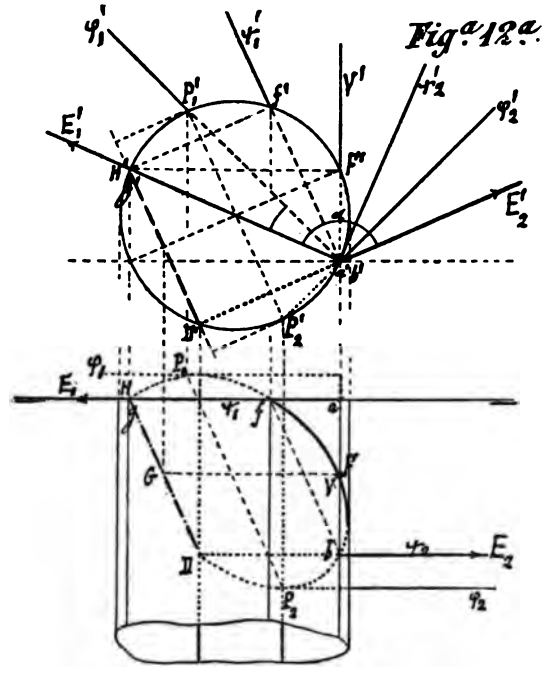
Observación sobre el valor de α.

En las figuras 11.ª y 12.ª se puede ver (para $\alpha = 90$) y (para $\alpha > 90$) la *media elipse* y el *arco mayor que media elipse*, que sirven de directriz curvilínea al conoide. En la figura 12.ª, por ejemplo, se sigue la configuración del conoide, y se ve:



una porción detrás del plano de frente E_1: empieza en esta generatriz E_1 ($\theta = 0$; $\delta''_r = 0$); sigue hasta la generatriz ($\varphi_1 \varphi'_1$) que pasa por el vértice P_1 de la elipse $\left(\theta = \frac{\alpha - 90}{2}\right)$, en que δ''_r negativa alcanza *un mínimo* (máximo numérico), que vale $\left(\frac{\text{sen}\,\alpha - 1}{2\,\text{sen}\,\alpha}\right)$; retrocede pasando por las mismas δ''_r negativas, y en la posición ($\psi_1 \psi'_1$) ($\theta = \alpha - 90$) vuelve δ''_r al valor inicial *cero;*

otra porción delante del plano de frente E_1: desde esa generatriz $(\psi_1 \psi_1)$, pasando por la $V\left(\theta = \frac{\alpha}{2}; \delta''_r = \frac{1}{2}\right)$, que corresponde al vértice (F, F') de la elipse, y por la $(\psi_2 \psi'_2)$ $(\theta = 90)$, que está á la misma distancia $\delta''_r = ab = 1$ á que



está el eje dado $(E_2 E'_2)$, llega hasta la generatriz $(\varphi_2 \varphi'_2)$, que pasa por el vértice P_2 de la elipse $\left(\theta = \frac{\alpha + 90}{2}\right)$, en que δ''_r positiva alcanza *un máximo* que vale $\frac{\text{sen } \alpha + 1}{2 \text{ sen } \alpha}$; retrocede y llega finalmente á la $(E_2 E'_2)$ $(\theta = \alpha; \delta''_r = 1)$.

En estos supuestos, $\alpha = 90$ y $\alpha > 90$, no hay nada que decir sobre la ley de variación de las características K_r: siguiendo el orden indicado en las generatrices desde $(E_1 E'_1)$ hasta $(E_2 E'_2)$,

es decir, desde $\theta = 0$ hasta $\theta = \alpha$, la característica disminuye desde K_1, llega al *mínimo* $\left(K_1 - \frac{1}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}\right)$ (que puede ser positivo, cero ó negativo, según hemos dicho) para $\theta = \frac{\alpha}{2}$, cuando está la generatriz en la posición V, y aumenta después hasta volver al valor K_1.

Observación sobre el valor de K_1.

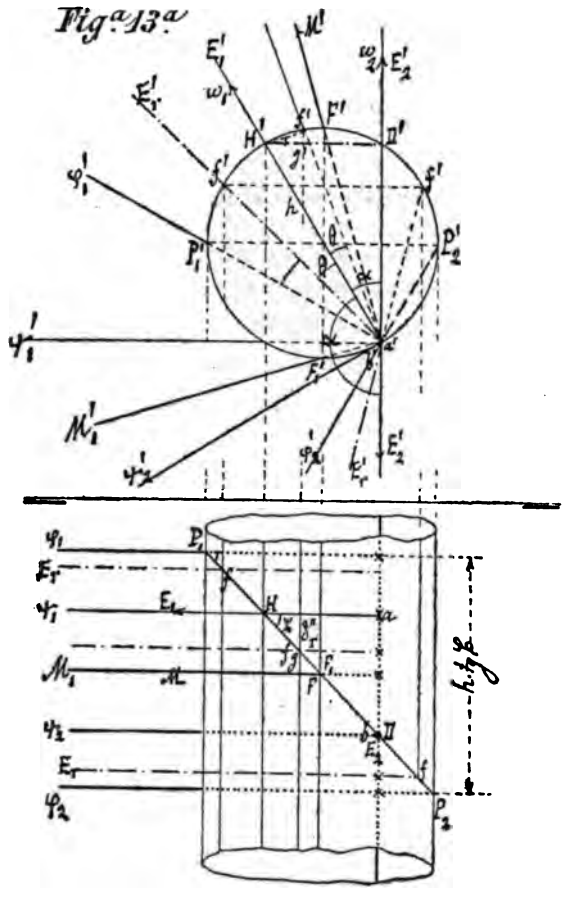
Nada hay que decir sobre la configuración del conoide, porque en esto no influye para nada el valor ni el signo de la característica K_1 que tengan los dos ejes dados E_1 y E_2.

Y respecto á las características K_r, basta decir que si la K_1 fuera *negativa*, todas las K_r lo serían, y su valor numérico sería creciente desde el de K_1 hasta un *máximo numérico* para la generatriz V, después del cual decrecería el valor numérico hasta el de K_1.

En el caso particular $K_1 = 0$ el problema de composición será el de *dos simples rotaciones cuyos ejes se cruzan* (rotaciones conjugadas) y el movimiento *helizoidal resultante* alrededor de la generatriz (E_r E'_r) será siempre de *característica negativa* que tendrá un *máximo numérico* (para la generatriz V) de valor $\frac{1}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2} \lesseqgtr \frac{1}{2}$, según que $\alpha \lesseqgtr 90$.

Todo lo expuesto en este segundo caso de *Ejes de igual característica* se puede ver resumido en las figuras 13.ª, 13.ª *bis* y 13.ª *ter*. En la figura 13.ª el plano horizontal de proyección es perpendicular al eje E_2. Fijándose en el sentido de la w_1, por ejemplo, se pueden considerar en esa figura los dos sentidos opuestos de la w_2 en el eje E_2, y se ven los dos supuestos $\alpha \lessgtr 90$. Sea $ab = 1$ la mínima distancia. Trazada la circunferencia (de diámetro $a' H' = h$ tomado en el sentido de E'_1) en el plano que pasa por E_1 paralelo á E_2, y en ella la $H' D'$ (que será paralela á la línea de tierra) y servirá de proyección vertical de la cuerda (HD, $H' D'$) del cilindro, si se

traza por esta cuerda el plano proyectante horizontalmente que contendrá al eje ($E_2\ E'_2$) y formará con el de la sección recta un

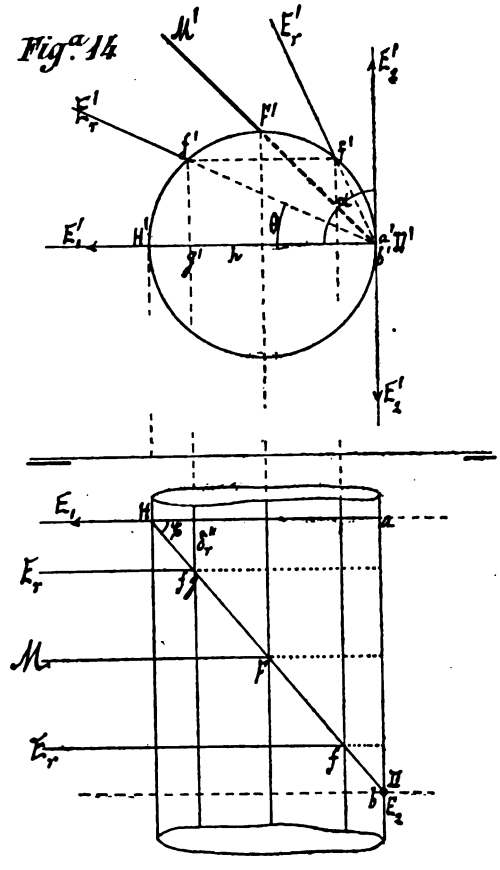


ángulo δ determinado por tang $\delta = \dfrac{1}{h \text{ sen } \alpha}$, este plano cortará al cilindro según una elipse, y ella es la directriz del conoide completo. La anchura de la zona que ocupa en proyección horizontal es h . tang $\delta = \dfrac{1}{\text{sen } \alpha} > 1$.

En la figura 14.ª ($\alpha = 90$), la anchura es $ab = 1$.

El arco (HFD, $H'F'D'$), *menor que media elipse*, corresponde á los ejes ($E_1 E'_1$) y ($E_2 E'_2$) que forman ángulo $\alpha < 90$.

El arco (HF_1D, $H'F'_1D'$), *mayor que media elipse*, corresponde á los ($E_1 E'_1$) y ($E_2 E'_2$) que forman ángulo $\alpha > 90$.

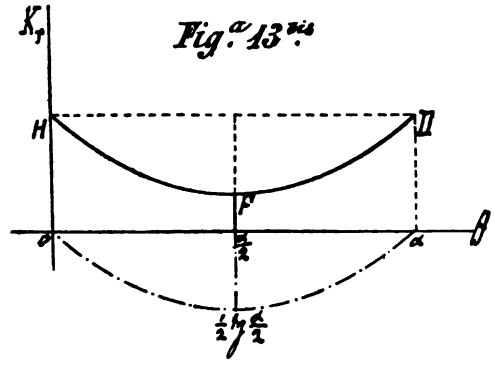


Se sigue en la figura 13.ª el movimiento de las generatrices cuando θ crece de 0 á α, sobre el arco menor que media elipse y sobre el arco mayor que media elipse refiriéndolas á los puntos del arco de sinusoide (figura 13.ª *bis* ó figura 13.ª *ter*).

En la figura 13.ª están reunidas las 10.ª y 12.ª, y en la 14.ª está repetida la 11.ª

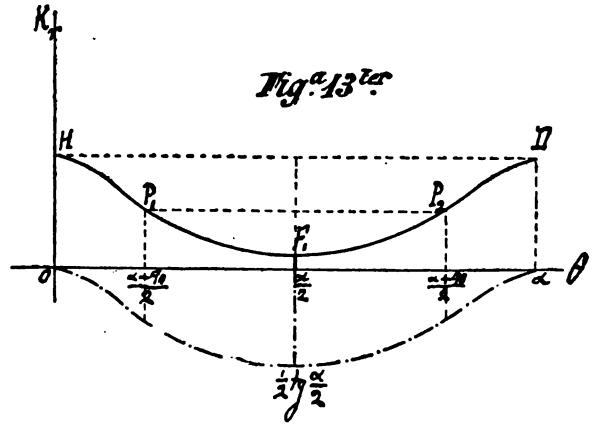
Se puede cotejar unas y otras.

El arco de sinusoide de la figura 13.ª *ter* que expresa por sus ordenadas la ley de las características en el supuesto $\alpha > 90$, debe



de tener (en el campo que abraza mayor que 90°) dos puntos de inflexión que se refieren á los vértices P_1 y P_2 de la elipse; así como el punto más bajo se refiere al vértice F_1.

Si con los *Ejes de igual característica* que acabamos de considerar, fuera *cero* la mínima distancia ab, los planos de frente de E_1



y de E_2 se confundirían en uno solo, que sería entonces el plano $(E_1 E_2)$.

La cuerda $(HD, H'D')$ (fig. 13.ª) del cilindro vendría á ser cuerda

en la sección recta del plano ($E_1 E_2$); por consiguiente, el plano de la elipse directriz sería el plano mismo de esa sección recta; el ángulo δ sería cero, y el conoide se confundiría con el plano ($E_1 E_2$), siendo sus generatrices las rectas que pasan por el punto (a, a') dentro del ángulo de E'_1 con E'_2 en sus sentidos).

Las características K_r que iban variando con las distancias de las generatrices al plano de frente E_1 (ó con θ), ahora *se conservarían constantemente iguales á* K_1. Las curvas de las figuras 13.ª *bis* y 13.ª *ter* serían rectas paralelas al eje de las θ.

Encontramos aquí nuevamente las leyes particulares del caso de *Ejes concurrentes y de igual característica.*

Si esta característica K_1 es *cero*, vemos las leyes particulares de *la composición de dos simples rotaciones alrededor de ejes que se cortan* (que son helizoidales de característica *cero*). Dan siempre rotaciones simples ($K_r = 0$) como *movimiento resultante.* Y si la característica K_1 es *infinita*, vemos las leyes de *composición de dos traslaciones simples.* Dan siempre *traslaciones simples* ($K_r = \infty$) *como movimiento resultante.*

EJES PARALELOS

Se comprende que las leyes de composición de dos movimientos helizoidales alrededor de *ejes paralelos* E_1 y E_2 y de características cualesquiera K_1 y K_2, se deducirán (como caso particular) de las leyes que rigen la composición cuando los ejes son, en general, concurrentes, cualquiera que sea su ángulo α, si le damos á este ángulo el valor $\alpha = 0$. Todos los valores de θ dados por fórmula

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{\rho \operatorname{sen}\alpha}{1 + \rho \cos\alpha}$$

son cero en este caso, lo cual indica ya que todos *los ejes resultantes son paralelos á los componentes*, como es natural, porque estando en el infinito la directriz rectilínea del conoide, las proyecciones verticales de todas las generatrices (para la disposición adoptada anteriormente en las figuras) han de ser paralelas á E'_1 y E'_2, y ellas mismas han de ser, por tanto, pa-

ralelas á E_1 y E_2, puesto que son además paralelas al vertical de proyección.

Y esos ejes resultantes *habrán de estar en el plano mismo* (E_1 E_2) porque han de coincidir con las mismas E_r en que aparezcan las w_r [que están en el plano ($E_1 E_2$)]. En efecto, las traslaciones $K_1 w_1$ y $K_2 w_2$ tienen una misma dirección y se componen en una traslación resultante ot en la dirección de ellas; es decir, en la dirección de E_1 y E_2 y de todas las w_r, luego esa traslación ot es la misma $K_r w_r$ del movimiento helizoidal, cuyo eje es, por consiguiente, la E'_r situada en el plano $E_1 E_2$. (Los valores de δ'_r se presentan bajo la forma $\frac{0}{0}$.)

Las características (que también se presentan bajo esta forma indeterminada $\frac{0}{0}$) se deducirán de las siguientes fórmulas generales:

$$w_r = w_1 + w_2; \qquad K_r w_r = K_1 w_1 + K_2 w_2;$$

de donde

$$K_r = \frac{K_1 w_1 + K_2 w_2}{w_1 + w_2} = K_1 \times \frac{1 + \frac{K_2}{K_1} \cdot \frac{w_2}{w_1}}{1 + \frac{w_2}{w_1}} =$$

$$= K_1 \times \frac{1 + \frac{K_2}{K_1} \cdot \rho}{1 + \rho};$$

atribuyendo á las w_1 y w_2 lo mismo que á las K_1 y K_2 los signos que les correspondan, después de convenir en un sentido de los ejes para sentido positivo.

Y se ve confirmada en este caso de ejes paralelos la *ley general* de que, si con los mismos ejes helizoidales E_1 y E_2 y las mismas características K_1 y K_2, variasen las velocidades angulares w_1 y w_2, conservando constante su relación $\rho = \frac{w_2}{w_1}$,

se conservaría el mismo eje helizoidal resultante E_r con la misma característica K_r, variando sólo la velocidad angular w_r.

Porque, efectivamente: se sabe que la posición de E_r sólo depende de esa relación $\frac{w_2}{w_1}$ (estando entre E_1 y E_2, si esa relación es positiva, y fuera de ellos si esa relación es negativa); se ve además que K_r sólo depende de la relación $\frac{w_2}{w_1} = \rho$.

Si se hace variar la relación $\frac{w_2}{w_1}$, suponiendo, por ejemplo, w_1 constante positiva, y haciendo variar w_2 de 0 á $\pm\infty$, con lo cual la relación ρ variará de 0 á $\pm\infty$, y suponemos (para facilitar el examen) que $K_1 > 0$, $K_2 > 0$ y $K_2 > K_1$, se ve que:

para $w_2 = 0$; $\rho = 0$; el eje E_r es el mismo E_1; $w_r = w_1$ y $K_r = K_1$, como debía ser, porque en el eje E_2 no hay nada;

si aumenta w_2 de 0 á $+\infty$, el eje E_r (sin salir del plano $E_1\,E_2$ y siempre paralelo á éstos) se aleja de E_1 acercándose á E_2 en la zona comprendida entre ellos.

Al pasar por el valor $w_2 = w_1$; $\rho = +1$, el eje resultante E_r está equidistante de E_1 y E_2; la rotación es $w_r = 2w_1$ y la característica vale $K_r = \frac{1}{2}(K_1 + K_2)$. Para los valores de w_2 desde $+w_1$ á $+\infty$, con lo cual crece ρ desde $+1$ á $+\infty$, el E_r va ocupando las posiciones en la segunda mitad de la zona avanzando en el mismo sentido, y la w_r seguirá aumentando.

La característica, para todos los valores de ρ desde 0 á $+\infty$, será *positiva creciente* desde K_1 á K_2, porque su derivada, con respecto á ρ, es *positiva* [en el supuesto en que nos hemos colocado de ser $\left.\begin{matrix} K_1 > 0 \\ K_2 > 0 \end{matrix}\right\}$ y $K_2 > K_1$], como se ve por la expresión

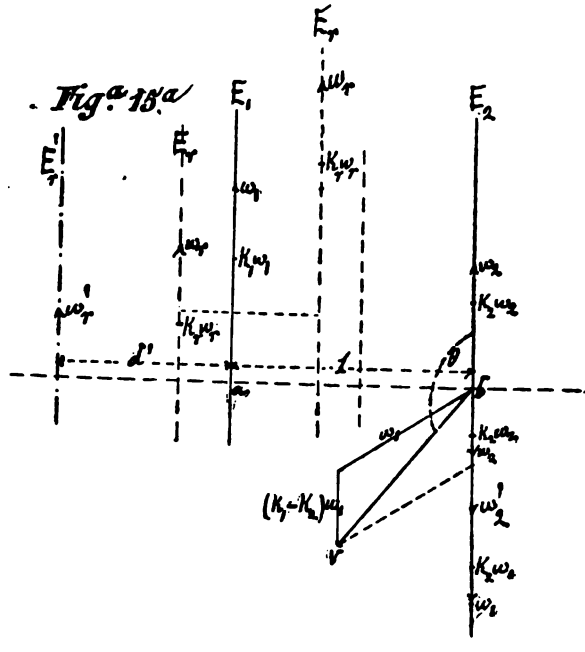
$$(1 + \rho) \cdot \frac{K_2}{K_1} - \left(1 + \frac{K_2}{K_1} \cdot \rho\right) = \frac{K_2}{K_1} - 1 > 0.$$

Para $w_2 = +\infty$; $\rho = +\infty$; el eje E_r coincide con E_2;

$w_r = \infty$ como w_2; y la característica vale $K_r = K_2$ (aunque su expresión se presente bajo la forma $\frac{\infty}{\infty}$).

Si w_2 varía de 0 á $-\infty$, el eje E_r (siempre en el plano $(E_1 E_2)$ y paralelo á ellos) estará fuera de la zona, y se ve que:

Variando w_2 desde 0 á $-w_1$, es decir, variando ρ desde 0 á -1, el eje E_r á la izquierda de E_1 irá alejándose de éste; la w_r irá disminuyendo desde w_1; y la característica irá tam-



bién disminuyendo desde K_1: la característica *se anula* para el valor especial $\rho' = -\frac{K_1}{K_2}$ (que corresponde á $w'_2 = -\frac{K_1}{K_2} \cdot w_1$), siendo entonces el movimiento resultante una *simple rotación* que vale $w'_r = w_1 - \frac{K_1}{K_2} w_1 = w_1 \left(\frac{K_2 - K_1}{K_2}\right)$, alrededor del eje E'_r á una distancia d' de E_1 que está determinada (figura 15.ª) por la proporción $\frac{d'}{ab} = \frac{w'_2}{w'_r} = -\frac{K_1}{K_2 - K_1}$. Desde

este valor w'_2 hasta $-w_1$, es decir, variando ρ desde ρ' hasta -1, la característica es ya *negativa* y aumenta en *valor numérico.*

Al llegar w_2 al valor *singular* $w_2 = -w_1$; $\rho = -1$; el eje E_r llega al *infinito* (como se dice ordinariamente); $w_r = 0$, y la característica vale $K_r = -\infty$, siendo el movimiento resultante una *simple traslación.*

Así debía de ser, en efecto, porque las rotaciones w_1 y w_2 forman (para este valor que consideramos de w_2) *un par* (es decir, una traslación), $w_1 \times ab = w_1$ (si se toma por unidad la distancia ab entra E_1 y E_2); y esta traslación ha de componerse con las $K_1 w_1$ y $-K_2 w_1$, *resultando* en definitiva una traslación que vale

$$v = \sqrt{w^2{}_1 + (K_1 - K_2)^2 w^2{}_1} = w_1 \sqrt{1 + (K_1 - K_2)^2}$$

(figura 15); y cuya dirección y sentido forma con la del eje dado E_1 un ángulo θ determinado por

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{w_1}{(K_1 - K_2) w_1} = \frac{1}{K_1 - K_2},$$

y está situada en un plano perpendicular á ab. Es muy *singular* este caso de composición de dos movimientos helizoidales alrededor de ejes paralelos de características K_1 y K_2, y con rotaciones iguales y en sentidos contrarios, porque al estar en el infinito el eje E_r (paralelo á E_1 y E_2) de la rotación resultante $w_r = 0$, con la traslación $(K_1 - K_2) w_1$, la característica $\frac{(K_1 - K_2) w_1}{0} = -\infty$ corresponde á *traslación simple en la dirección del eje;* pero *el eje no está en la dirección de la traslación simple* V (1).

---

(1) Esta aparente contradicción se explica perfectamente porque una rotación $w_r = 0$ *cuando el eje está en lo finito* no es *nada;* y al unirse á una traslación en la dirección del eje, queda reducido el movimiento helizoidal á la traslación solamente, y las velo-

Desde $-w_1$ hasta $-\infty$ (ρ desde -1 á $-\infty$) el eje helizoidal resultante E_r está á la derecha de E_2; vendrá acercándose á éste; la w_r irá aumentando en valor numérico. — Las características, empezando en ∞, serán siempre *positivas* y *decrecientes* con los valores negativos crecientes en valor numérico de ρ. Para $w_2 = -\infty$, $\rho = -\infty$, el eje E_r coincide con E_2; w_r infinita igual á w_2 y la característica $K_r = K_2$.

La ley de variación de las características, como función de ρ, está representada geométricamente en la curva de la figura 16.ª en la cual se ven los valores por que pasa la característica K_r (ordenada) variando ρ (abscisa) desde $-\infty$ á $+\infty$: se ve que es una hipérbola. Su ecuación $\rho K_r + K_r - K_2\rho - K_1 = 0$, que es del tipo $xy + y - K_2x - K_1 = 0$, nos dice que tiene sus asíntotas paralelas á los ejes.

En el supuesto $\begin{cases} K_1 > 0 \\ K_2 > 0 \end{cases}$ $K_2 > K_1$ se ve:

que creciendo ρ desde 0 á $+\infty$ crece positivamente K_r desde K_1 á K_2, pasando por $\frac{1}{2}(K_1 + K_2)$;

---

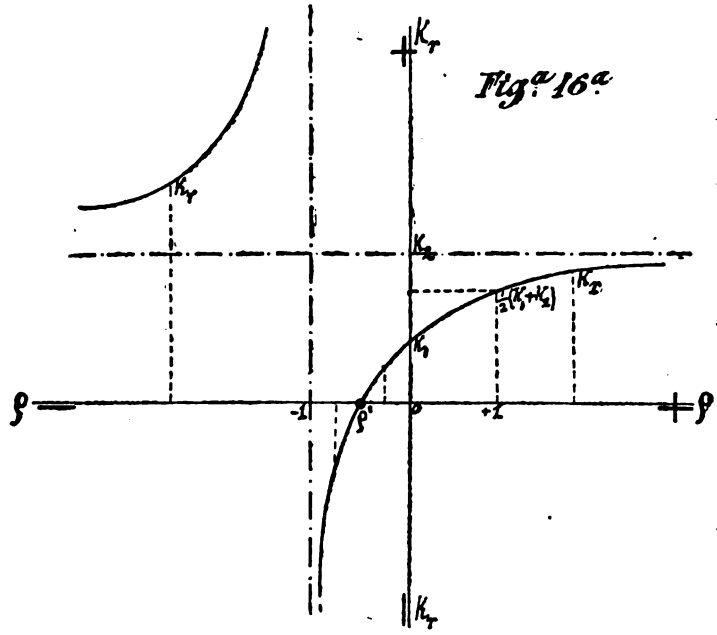
cidades de todos los puntos están en las direcciones de las tangentes á las hélices que son las generatrices de las cilíndricas de revolución alrededor del eje.

Pero cuando su eje *está en el infinito*, una rotación $w_r = 0$ alrededor de él es *un movimiento real y efectivo*, que da velocidades *finitas iguales* para todos los puntos del sólido, por la compensación $0 . \infty$. (Claro es que para esta compensación haría falta que la w_r infinitamente pequeña fuese *del mismo orden* que la distancia al eje, como infinitamente grande). Al unirse este movimiento real y efectivo á la traslación en la dirección del eje, el movimiento helizoidal da las direcciones de las velocidades de todos los puntos del sólido en una dirección única: se podría decir que son (las direcciones de las velocidades) las de las tangentes á las hélices de inclinación θ en cilíndricas de revolución reducidas á planos paralelos á E_1 y E_2, y perpendiculares al plano $(E_1\ E_2)$. Se ve así que no es el movimiento de que se trata un movimiento de traslación según las generatrices de las cilíndricas, sino según hélices rectilíneas bv de inclinación θ con respecto á las generatrices en cilíndricas convertidas en planos como el $E_2\ bv$.

que creciendo numéricamente ρ de 0 á -1 decrece K_r, siendo positiva desde K_1 hasta el punto en que ρ vale

$$\rho' = -\frac{K_1}{K_2}$$

y negativa desde ρ' á -1. En este punto *singular*, en que los



ejes saltan por el infinito de la izquierda á la derecha, es donde la K_r de $-\infty$ salta á $+\infty$, y después decrece positivamente K_r hasta llegar á K_2 para $\rho = -\infty$.

Observación sobre los valores de K_1 *y* K_2.

Cualesquiera que sean las características de los ejes dados E_1 y E_2 la ley que siguen las posiciones de E_r en el plano $(E_1 E_2)$ es siempre la que hemos explicado, porque en eso no

influyen para nada K_1 y K_2. Sólo depende la posición de E_r de las magnitudes y signos de w_1 y w_2.

En cuanto á las K_r bastará atenerse á lo que diga la fórmula general que hemos dado:

$$K_r = K_1 \times \frac{1 + \frac{K_2}{K_1} \cdot \rho}{1 + \rho},$$

y consultar, para mayor claridad, la hipérbola que esa ecuación representa. Se pueden hacer las combinaciones que se quiera de signos y de magnitudes de K_1 y K_2; una de las asíntotas siempre es $K_r = K_2$ y la otra (la paralela al eje de las y) es siempre $\rho = -1$.

El eje de las ρ no puede cortar más que en un punto á la hipérbola (porque es siempre paralela á una asíntota); lo cual significa que sólo puede haber *un eje resultante* E_r *de simple rotación* en que $K_r = 0$. Como este eje corresponde al valor $\rho' = -\frac{K_1}{K_2}$ podrá ocupar una ú otra posición en el plano $(E_1 E_2)$, según sean los valores y signos de K_1 y K_2, pudiendo ser ese valor ρ' positivo ó negativo. Sería *cero* en el caso particular $K_1 = 0$ en que el movimiento dado E_1 fuera él mismo una simple rotación.

En la figura 17.ª se ha supuesto, por ejemplo, $\begin{cases} K_1 < 0 \\ K_2 > 0 \end{cases}$, y se ve el eje en que el movimiento resultante es una rotación simple, comprendido entre los ejes E_1 y E_2 para un valor ρ' positivo.

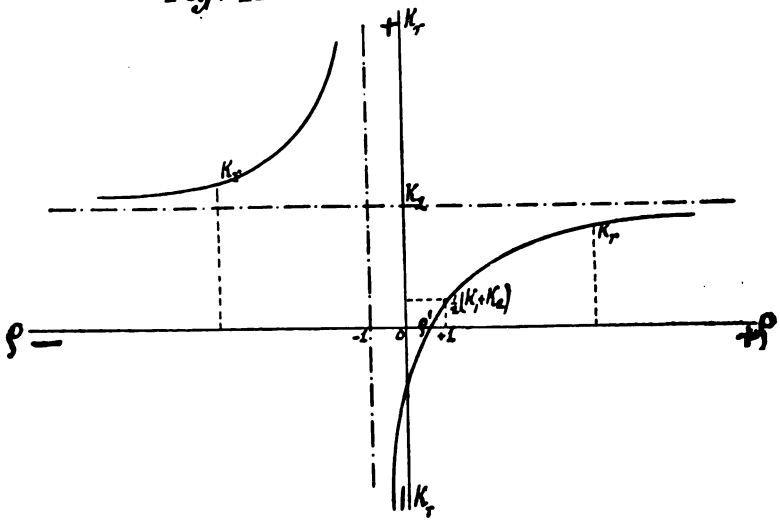
No puede haber *traslación simple*, como movimiento resultante; es decir, $K_r = \infty$, más que para $\rho = -1$, que es siempre el *caso singular* que examinamos antes.

Examinemos el caso en que los dos movimientos helizoidales alrededor de ejes paralelos E_1 y E_2 que se hayan de componer sean *de igual naturaleza;* es decir, de *igual característica* $(K_2 = K_1)$.

Sea, por ejemplo, positiva. Con la ley de siempre, respecto

á las posiciones de los ejes E_r, según sea el valor de $\frac{w_2}{w_1} = \rho$ (desde $-\infty$ á $+\infty$), la característica K_r es constantemente la misma é igual á la de los movimientos dados porque $K_r = K_{1r}$ propiedad que ya vimos con más generalidad para ejes concurrentes cualesquiera cuando se suponía que fueran de igual característica K_1. La hipérbola equilátera, como curva representativa (por sus ordenadas) de los valores de K_r, se reduce á

Fig.ª 17.ª



sus asíntotas: aunque la verdaderamente útil es la paralela al eje de las ρ, $K_r = K_2 = K_1$. La otra (de ecuación $\rho = -1$) responde al valor indeterminado que aparece de K_r para $\rho = -1$. Es el caso singular de traslación, que *ahora* es $w_1 \times ab = w_1$ perpendicular al plano $(E_1 E_2)$.

Al caso de ejes paralelos con igual característica podría llegarse partiendo de las leyes del caso de ejes de igual característica que se crucen (fig. 13.ª), con solo suponer que el ángu-

lo $\alpha = 0$, ó $\alpha = 180°$; es decir, que el eje $(E_1 E'_1)$ tuviera la misma proyección vertical E'_2 que el eje $(E_2 E'_2)$; porque entonces se ve en esa figura 13.ª, que al hacer las construcciones (que se indicaron en su lugar), la cuerda $H' D'$ se reduce á cero en proyección vertical, y la HD en proyección horizontal es la misma mínima distancia $ab = 1$ entre los ejes dados, y la elipse directriz del conoide es la generatriz misma del cilindro correspondiente al punto $H' D'$, y el conoide se reduce al plano de perfil $abH'D'$, y todas las E_r son las paralelas á E_1 y E_2 situadas en ese plano, que es el $(E_1 E_2)$ desde $-\infty$ á $+\infty$; porque es $\operatorname{tang} \beta = \frac{1}{h \operatorname{sen} \alpha} = \infty$; $h \operatorname{tang} \beta = \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha} = \infty$.

Y como las características habrían de variar de K_1 á K_1 pasando por el *mínimo*, que vimos ser $\left(K_1 - \frac{1}{2} \operatorname{tang} \frac{\alpha}{2}\right)$ resultaría ahora que la característica se conservaría constantemente igual á K_1.

Es claro que si esta característica K_1 fuera *cero*, se trataría de *las leyes de la composición de simples rotaciones alrededor de ejes paralelos*, que dan siempre rotación simple ($K_r = 0$) como movimiento resultante, y si K_1 fuera *infinita*, tendríamos *las leyes de la composición de traslaciones simples en una misma dirección.*

CASO GENERAL

EJES CUALESQUIERA Y CARACTERÍSTICAS CUALESQUIERA

Ejes: $(E_1 E'_1)$ y $(E_2 E'_2)$. Mínima distancia: $ab = 1$. Angulo $E_1 E_2 = \alpha$.	Característica de $E_1 = K_1$. Característica de $E_2 = K_2$.

Fórmulas.

$$\delta_r = \frac{\text{sen}\,\theta\cos(\alpha-\theta)}{\text{sen}\,\alpha} + (K_2 - K_1)\frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,(\alpha-\theta)}{\text{sen}\,\alpha} = \delta''_r + \delta'_r$$

$$K_r = \left[K_1 + (K_2 - K_1)\frac{\text{sen}\,\theta\cos(\alpha-\theta)}{\text{sen}\,\alpha}\right] +$$

$$+\left[-\frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,(\alpha-\theta)}{\text{sen}\,\alpha}\right] = K'_r + K''_r$$

Configuración del conoide.

Siendo $\delta_r = \delta'_r + \delta''_r$ basta tomar sobre las generatrices de la cilíndrica perpendicular al vertical de proyección (que hemos considerado en los casos anteriores) y á partir de sus trazas sobre el plano E_1 (de frente) longitudes respectivamente iguales á las ordenadas cilíndricas que ya conocemos por las directrices elípticas de que hemos hablado: así quedará determinada (por sus ordenadas cilíndricas también) la directriz curvilínea del conoide en el caso general.

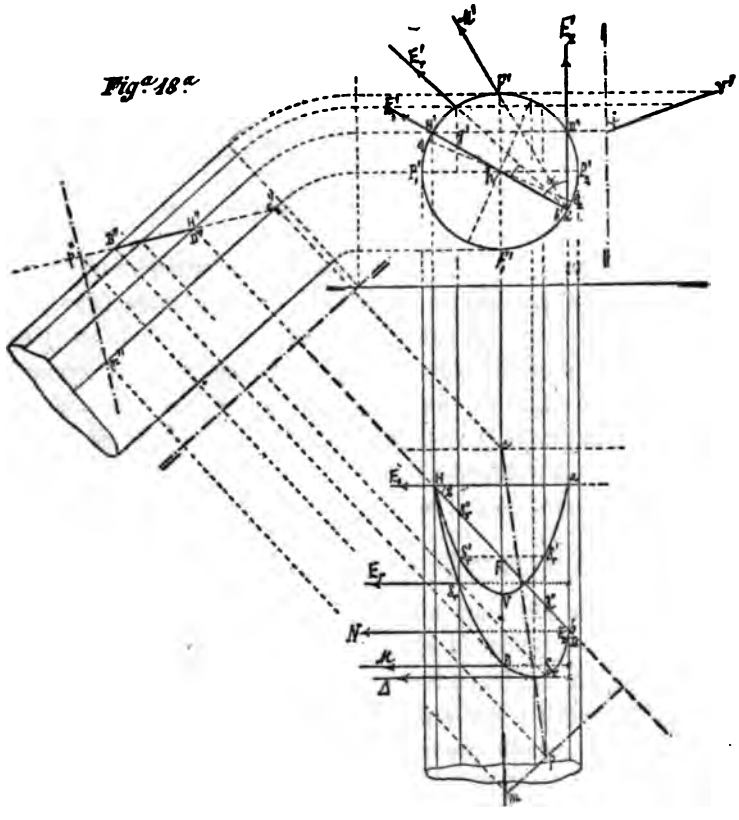
Admitamos el supuesto $\alpha < 90$; $\left.\begin{matrix} K_1 > 0 \\ K_2 > 0 \end{matrix}\right\} K_2 > K_1$.

En la figura 18.ª hemos adoptado el plano horizontal de proyección perpendicular al eje E_2, y (como siempre) el vertical de proyección paralelo á los dos ejes.

Para construir y ver la directriz del conoide empecemos, por ejemplo, suponiendo que las características fueran *iguales ambas* á K_1. Entonces se vería el conoide correspondiendo á los ejes dados en las mismas posiciones $(E_1\,E'_1)$ y $(E_2\,E'_2)$ que ocupan y con su mínima distancia $ab = 1$. El plano director es siempre el vertical de proyección, y la directriz rectilínea es siempre la mínima distancia $(ab,\ a'b')$; su directriz curvilínea se ve en el arco de elipse $(H\,F\,D,\ H'\,F'\,D')$ perpendicular al horizontal, cuyo plano forma con el vertical el ángulo δ $\left[\text{tang}\,\delta = \frac{1}{h\,\text{sen}\,\alpha}\right]$; tiene su vértice en el punto (F, F'). Se

sabe que sus ordenadas cilíndricas sobre el plano de sección recta en que está el eje $(E_1 E'_1)$ son las δ''_r.

Si ahora se imaginara que, devolviéndole al eje $(E_2 E'_2)$ su característica K_2, se corriera hacia atrás paralelamente á sí



mismo hasta ir á cortar en (a, a') al eje $(E_1 E'_1)$ tendríamos dos ejes concurrentes en (a, a') formando el mismo ángulo α, y teniendo las mismas características K_1 y K_2 que los dados: se vería (como en la figura 3.ª) el conoide correspondiente á estos ejes concurrentes con su directriz curvilínea en otro arco de elipse (situado, claro está, en la misma porción $H' F' D'$ de la cilíndrica en que estaba el anterior) que tiene sus puntos extre-

mos en (H, H') y (a, D'); su plano, pasando por esta cuerda, forma con el vertical el ángulo i $\left[\operatorname{tang} i = \frac{K_2 - K_1}{h \operatorname{sen} \alpha}\right]$ que se ve en la proyección de la elipse (que es una recta) sobre un plano de perfil. El vértice está en el punto (V, F') ó (V', F'). Sus ordenadas cilíndricas sobre el mismo plano de sección recta E_1 son las δ'_r; y estas ordenadas son las que habrá que sumar á las δ''_r que antes vimos para tener las δ_r de la directriz curvilínea que buscamos. Pero, mirando atentamente, se ve que si las líneas de máxima pendiente al vertical que pasan por los puntos g' de la sección recta avanzaran *una á una* paralelamente á sí mismas hasta apoyarse una á una en el punto correspondiente de la recta $(HD, H'D')$, se conservarían paralelas entre sí, y se colocarían en un plano que, pasando por esa horizontal $(HD, H'D')$ cortaría á la cilíndrica en un *tercer arco de elipse* que es evidentemente la directriz pedida, porque las respectivas δ'_r habrán venido á sumarse con las correspondientes δ''_r, y las ordenadas cilíndricas totales serán las δ_r. Se ve con mucha claridad el arco de elipse obtenido, si se proyecta (como se ha hecho en la figura) sobre un plano vertical perpendicular á la $(HD, H'D')$ en el cual ésta se proyecta en el punto (H'', D''), y el arco de elipse en la recta $H''B''$. Tiene su punto más alto (no su vértice) en el punto (B, B'') en que la tangente es horizontal.

Está determinado en la figura el vértice, trazando por el eje del cilindro el plano perpendicular al de la elipse y marcando la intersección $(cp, c''p'')$, que es un eje: el vértice que encontramos en el arco $(BD, F'D')$ está en ese eje.

Para hacer un examen detallado emplearemos un ángulo auxiliar μ positivo y menor que 90°, tal que $\operatorname{tang} \mu = K_2 - K_1$.

Sigamos en la fig. 18 el movimiento de las generatrices del conoide (cuando θ varíe de 0 á α), girando de izquierda á derecha en proyección vertical. Consultando la fórmula de δ_r se ve:

que parte (como siempre) de $(E_1 E'_1)$ para $\theta = 0$, porque $\delta_r = 0$;

que pasa por la posición (M, M') para $\theta = \frac{\alpha}{2}$, apoyándose

en el punto más alto de la elipse (B, F'), estando á la distancia $\delta_r = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(K_2 - K_1) \,.\, \text{tang}\,\frac{\alpha}{2}$;

que llega á la posición Δ de *máxima distancia* (no está dibujada en proyección vertical): el valor de θ, que corresponde á esta posición, se obtiene igualando á cero la derivada de δ_r, que es $\frac{d\delta_r}{d\theta} = \frac{\cos(\alpha - 2\theta) + (K_2 - K_1)\,\text{sen}(\alpha - 2\theta)}{\text{sen}\,\alpha} = 0$;

de donde $\text{tang}(\alpha - 2\theta) = -\frac{1}{K_2 - K_1} = -\cot\mu$, lo cual requiere que $\alpha - 2\theta = 90 + \mu$ ó $\alpha - 2\theta = -(90 - \mu)$ es decir, que el valor de θ ha de ser $\theta = \frac{\alpha - \mu}{2} - 45°$ ó $\theta = \frac{\alpha - \mu}{2} + 45°$.—Se ve, pues, que la posición Δ de máxima distancia debe de pasar por uno de los vértices de la elipse, que es precisamente el que se determinó anteriormente en el eje $(cp, c''p'')$, porque en éste se hallan los dos vértices de distancias mínima y máxima á un plano cualquiera de sección recta. Siendo el otro eje paralelo al vertical de proyección, las proyecciones verticales de los dos ejes deben de ser dos diámetros rectangulares, y, por tanto, si el valor de θ correspondiente al vértice en que se apoya la generatriz Δ es $\theta\,\frac{\alpha - \mu}{2} + 45°$, el ángulo θ_1, correspondiente al vértice que está á su izquierda, será $\theta_1 = \frac{\alpha - \mu}{2}$, y el θ_2 del vértice, que está á su derecha, será $\theta_2 = \frac{\alpha - \mu}{2} + 90°$. Después de la posición Δ retrocede la generatriz del conoide, llegando, finalmente, á $(E_2 E'_2)$ para $\theta = \alpha$, porque $\delta_r = 1$.

En la figura se ha visto que la generatriz ha pasado por una posición N, que está á la misma distancia $\delta_r = 1$ á que está la última $(E_2 E'_2)$. Esto ocurrirá siempre que el valor de θ correspondiente [que sería el que hiciese $\text{tang}\,\theta = \frac{1}{K_2 - K_1} =$

$= \text{tang}\,(90 - \mu)]$, que sería $\theta = 90 - \mu$, se encuentre en el recorrido de 0 á α, es decir, siempre que $90 - \mu < \alpha$, ó bien $K_2 - K_1 > \cot\alpha$.

Ley de variación de las características.

Vista ya la configuración del conoide con todo detalle, observemos ahora la ley de variación de las características K_r, consultando la fórmula

$$K_r = \left[K_1 + (K_2 - K_1) \cdot \frac{\text{sen}\,\theta \cos(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha}\right] + \\ + \left[-\frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha}\right] = K'_r + K''_r.$$

Como vemos por ella, se obtendrá K_r sumando la K'_r, que corresponde á cada punto (δ'_r) de la elipse que se proyecta horizontalmente en HVa (fig. 18.ª) con la K''_r del punto correspondiente en la otra elipse proyectada en HFD; pero entendiendo bien que esta K''_r se referirá á esta característica cuando los dos ejes que ocupen las mismas posiciones de los dados E_1 y E_2 tengan *ambos una característica igual á cero.*

Pero se sabe que las K'_r son todas *positivas* y *crecientes* (en las hipótesis actuales), desde K_1 á K_2 cuando θ crece de 0 á α, pasando por el valor $\frac{1}{2}(K_1 + K_2)$ para $\theta = \frac{\alpha}{2}$; y que las K''_r son *todas negativas*, crecientes en valor numérico desde 0 á $\frac{1}{2}\,\text{tang}\,\frac{\alpha}{2}$, y decrecientes desde $\frac{1}{2}\,\text{tang}\,\frac{\alpha}{2}$ á 0.

Por tanto, no se puede conocer inmediatamente la ley de variación de las K_r totales (correspondientes á los puntos δ_r) sino recurriendo á la derivada. Si introducimos en la expresión de K_r el ángulo μ dado por ($K_2 - K_1 = \text{tang}\,\mu$) (que en las hipótesis actuales es un ángulo positivo y menor que 90°) toma la forma más sencilla

$$K_r = K_1 + \frac{\text{sen}\,\theta \,.\, \text{sen}\,[\theta - (\alpha - \mu)]}{\text{sen}\,\alpha \,.\, \cos\mu};$$

y su derivada

$$\frac{d \cdot K_r}{d\theta} = \frac{\operatorname{sen}[2\theta - (\alpha - \mu)]}{\operatorname{sen}\alpha \cos\mu}:$$

Por esta derivada se ve que:

K_r será un *mínimo* pará $\theta_1 = \frac{\alpha - \mu}{2}$

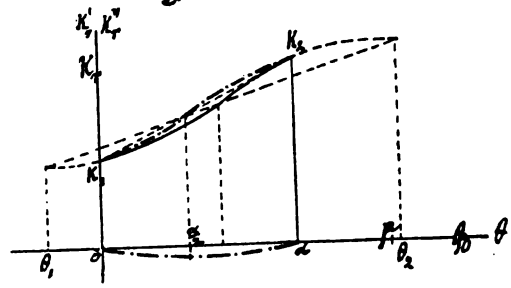
K_r será un *máximo* para $\theta_2 = 90 + \frac{\alpha - \mu}{2}$

Nótese que $\theta_2 = \theta_1 + 90^\circ$

Y procede distinguir tres casos (figuras 19.ª, 19.ª *bis* y 19.ª *ter*) en que pueden encontrarse los datos de los dos movimientos helizoidales E_1 y E_2, á saber:

1.° $K_2 - K_1 > \operatorname{tang}\alpha$; $\mu > \alpha$; $\alpha - \mu < 0$. Entonces la K_r es *siempre positiva* desde K_1 hasta K_2, y como, además, θ_1 es negativo y θ_2 es mayor que α, resulta K_r siempre *creciente*, cuando θ crece desde 0 hasta α. La ley se ve representada en una porción de sinusoide (fig. 19.ª).

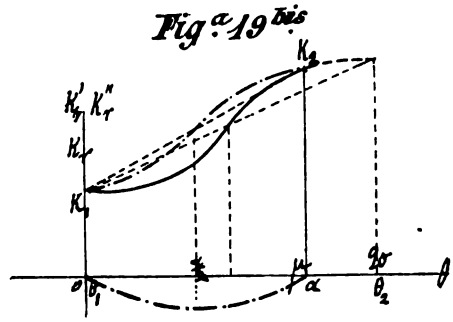
Fig.ª 19.ª



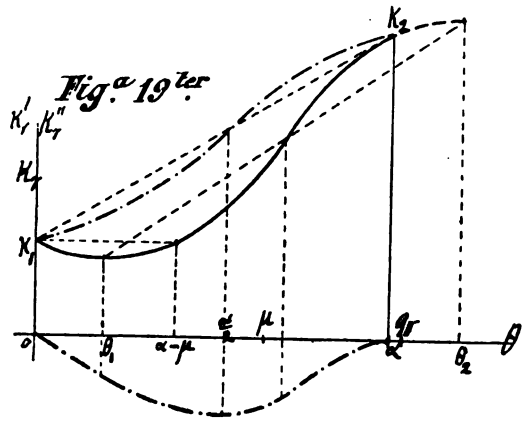
2.° $K_2 - K_1 = \operatorname{tang}\alpha$; $\mu = \alpha$; $\alpha - \mu = 0$. También la K_r es *siempre positiva y creciente*, con la particularidad de que el valor K_1 para $\theta = \theta_1 = 0$ es un *verdadero mínimo*: sigue siendo $\theta_2 > \alpha$, porque ahora $\theta_2 = 90$. (Véase la fig. 19.ª *bis*.)

3.° $K_2 - K_1 < \operatorname{tang}\alpha$; $\mu < \alpha$; $\alpha - \mu > 0$. Ya en este

caso no se puede asegurar que la K_r sea positiva, sino desde $\theta = \alpha - \mu$ hasta $\theta = \alpha$, y como ahora θ_1 es positivo y menor que α, se encuentra el *mínimo* de K_r. El máximo no, por-



que $\theta_2 > 90 > \alpha$. (Véase la figura 19.ª *ter.*) Y, naturalmente, si el mínimo de K_r es positivo, todas las K_r lo serán; si es



cero, todas lo serán excepto la correspondiente á $\theta = \theta_1$, y si es negativo, habrá una región del conoide con características negativas y dos generatrices de característica cero, á uno y otro lado de la mínima. La figura 19.ª es la que se refiere al caso de la figura 18.ª: se ve que en el arco de sinusoide desde 0 á α no se encuentran, ni el *mínimo* K_r, correspondiente á

$\theta_1 = \frac{\alpha - \mu}{2}$ (y allá en la elipse, refiriéndose á un vértice) ni el *máximo* correspondiente á $\theta_2 = \theta_1 + 90$ (que se refiere al vértice opuesto de la elipse). Se encuentra tan sólo el vértice que se refiere al punto de inflexión de la sinusoide para $\theta = \frac{\alpha - \mu}{2} + 45^\circ = \theta_1 + 45^\circ$, que naturalmente es menor que 45°.

Observación sobre el valor de α.

Después de haber examinado (con tanto detalle y con muchas figuras) las directrices de los conoides en arcos iguales á media elipse ($\alpha = 90$) ó mayores que media elipse ($\alpha > 90$), tanto en el primer caso de *ejes concurrentes*, como en el segundo caso de *ejes de igual característica*, y habiendo visto (fig. 18.ª) que en el *caso general* el arco de elipse que sirve de directriz curvilínea al conoide se deduce de los dos anteriores correspondientes al primero y segundo caso, es innecesario insistir nuevamente para presentar el arco igual á media elipse ó el mayor que media elipse, que servirá de directriz en el caso general cuando $\alpha = 90$ ó $\alpha > 90$.

Baste decir que si en la figura 18.ª se quisiera ver la directriz del conoide en el supuesto de que $\alpha > 90$ habría de considerarse con el mismo eje ($E_1 E'_1$), el eje ($E_2 E'_2$) en prolongación hacia abajo del que hemos considerado anteriormente cuando $\alpha < 90$. Y se vería en la porción de cilíndrica proyectada verticalmente en $H' P'_1 F'_1 P'_2 D'$:

1.° Para las δ''_r el arco de elipse proyectado horizontalmente en $HP_1F_1P_2D$ (el complemento para la elipse entera del arco proyectado en HFD);

2.° Para las δ'_r el arco de elipse que fuera el complemento del otro proyectado en HVa.

De estos dos se deduciría el arco de elipse complementario del HBD, y que se proyectaría (en la proyección vertical auxiliar) en la recta que complementara la $H''B''D''$.

Si se quisiera, con los datos E_1, E_2 y K_1, K_2, ver la elipse

entera y el conoide completo, diremos como resumen que se proceda del siguiente modo:

1.° Hállese la mínima distancia entre E_1 y E_2: en el plano que pasa por uno de ellos, E_1, por ejemplo, y que sea paralelo al otro E_2, y tomando sobre E_1, á partir del pie a de esa mínima distancia, una longitud arbitraria h, descríbase una circunferencia, y constrúyase el cilindro que la tenga por sección recta;

2.° Trácese en esta sección recta la cuerda complementaria $H'D'$ de la proyección sobre ella del eje E_2, y por ella el plano perpendicular á este eje E_2: este plano cortará al cilindro según dos generatrices; únanse los puntos (H, H') y (D, D') en que este plano corte á los ejes dados E_1 y E_2;

3.° Trácese por esta recta $(HD, H'D')$ (que es una cuerda en la superficie cilíndrica) un plano secante determinado por ella y por otra recta que pase por su punto medio, esté situada en el plano diametral del cilindro y tenga una inclinación i sobre el plano de sección recta dada por $\operatorname{tang} i = \frac{K_2 - K_1}{h \operatorname{sen} \alpha}$. Ese plano secante da, por su intersección con el cilindro, la elipse directriz del conoide.

Se aplica al pie de la letra este procedimiento á todos los casos particulares que puedan presentarse.

Si se trata de *ejes concurrentes* ($ba = 0$), la cuerda $(HD, H'D')$ está en la sección recta, y el plano secante que pasa por ella tiene la inclinación i y da la elipse directriz.

Si se trata de *ejes de igual característica* ($K_2 = K_1$), el ángulo i es *cero*, y el plano secante que pasa por $(HD, H'D')$ es vertical y da la elipse directriz.

Si se trata de *ejes paralelos* ($\alpha = 0$ ó $\alpha = 180$), la cuerda $(HD, H'D')$ coincide con la generatriz más alta del cilindro [se habrá preparado la sección recta de éste en el plano que, pasando por E_1 fuese perpendicular al plano $(E_1 E_2)$]; y como ($\operatorname{tang} i = \infty$) el ángulo i es recto, y resulta el plano secante coincidiendo con el mismo plano diametral del cilindro, y da la elipse directriz convertida en la generatriz misma, y el conoide es el plano mismo de los ejes dados $(E_1 E_2)$.

Observación sobre los valores de K_1 *y* K_2.

Los valores numéricos y los signos de K_1 y K_2 (sea $\alpha \lesseqgtr 90$) sólo influirán en el valor de tang i y en su signo, y, según resulte positivo ó negativo, así será el sentido (con respecto al plano de sección recta) en que se trace el plano secante. Ya hemos explicado esto detalladamente.

Para los valores de K_r bastará tomar en cuenta las magnitudes y signos de K_1 y K_2 para construir debidamente la sinusoide que dé la representación geométrica de la ley de variación de K_r.

Conclusión.

En vista de todo lo expuesto acerca de la composición de dos movimientos helizoidales en general, podemos concluir enunciando otras dos leyes generales de composición, que son:

Tercera ley general.

Cualesquiera que sean las características de los dos movimientos helizoidales componentes, y cualesquiera que sean los ejes respectivos, el conoide recto de los ejes helizoidales resultantes tiene siempre directriz elíptica.

Hemos dado el procedimiento para determinar la elipse que haya de servir como directriz curvilínea en relación con los dos ejes componentes, y las respectivas características de éstos.

Cuarta ley general.

La característica del eje helizoidad resultante es función del ángulo que forme con uno cualquiera de los ejes dados, y se representa por la ordenada de una sinusoide, si se adopta como abscisa aquel ángulo.

Hemos dado también el procedimiento para construir la sinusoide; se ha visto que sus ordenadas máxima y mínima y las de los dos puntos de inflexión se refieren á las generatrices del conoide que pasan por los cuatro vértices de la elipse directriz.

En el caso de *ejes paralelos* no existe el ángulo que se adopta

como variable independiente para enunciar esta *cuarta ley*. Siendo todos los ejes helizoidales resultantes paralelos á los dados, no hay posibilidad de representar así la ley de variación de las características.

Se han expresado éstas en función de la relación ρ de las velocidades angulares de los dos movimientos componentes, y se han representado en las ordenadas de una hipérbola equilátera.

DESCOMPOSICIÓN DE UN MOVIMIENTO HELIZOIDAL EN OTROS DOS

El problema inverso de la descomposición de un movimiento helizoidal en otros dos puede presentarse de varios modos:

Problema primero. Dado el movimiento helizoidal resultante por sus $(E_r\ K_r\ w_r)$ y uno de los componentes por sus $(E_1\ K_1\ w_1)$ hallar el otro movimiento componente por sus $(E_2\ K_2\ w_2)$.

Es evidente que el movimiento helizoidal pedido será el resultante del $(E_r\ K_r\ w_r)$ y del igual y opuesto al $(E_1\ K_1\ w_1)$, es decir, que habría que componer el $(E_r\ K_r\ w\ )$ con otro que tuviera el mismo eje E_1 con la misma característica K_1 y la misma rotación w_1, pero ésta *en sentido contrario.* Como el sentido de la rotación se indica en el sentido del eje, habrá que ver el eje E_1 en sentido contrario del dado.—Refiriéndonos, pues, á todo lo que hemos explicado al tratar de la composición, se deducirá:

1.° La dirección y sentido del eje E_2 por el valor de la relación dada $\frac{w_1}{w_r}$, que corresponderá á una determinada generatriz del conoide (hecho con E_r y $-E_1$); y esta generatriz será el eje E_2 pedido. Se sabe que esta generatriz E_2 aparece determinada por su distancia δ_r al eje dado E_1. Si resultara $\delta_r = 0$ esto indicaría la descomposición de $(E_r\ K_r\ w_r)$ en dos movimientos alrededor de *ejes concurrentes.*

2.° La magnitud de w_2 se obtendrá por la fórmula, ó como resultante de w_r y $-w_1$ (trasladadas paralelamente á sí mismas á un punto).

3.° La característica K_2 se obtendrá por la fórmula ó por la ordenada de la sinusoide correspondiente á la generatriz E_2 del conoide. Si esta característica K_2 resultara igual á K_1, esto indicaría la descomposición de $(E_r\ K_r\ w_r)$ en dos *ejes de igual característica*. Si esto ocurriera siendo el dato $K_1 = 0$, se habría hecho la descomposición de $(E_r\ K^r\ w_r)$ en *dos rotaciones conjugadas*. Es claro que no pueden *resultar á la vez* $\delta_r = 0$ *y* $K_2 = K_1$, sino en el supuesto de que E_r y E_1 se cortaran, y K_r fuera igual á K_1. Entonces el conoide quedaría reducido al plano mismo $E_1\ E_r$, teniendo todas las generatrices igual característica.

Antes de presentar de otro modo el problema de la descomposición de un movimiento helizoidal en otros dos, conviene observar que el eje helizoidal resultante y los dos componentes han de ser siempre (como sabemos) paralelos á un mismo plano y con sus respectivas mínimas distancias estando en una misma recta indefinida perpendicular á los tres ejes.

Por esto sería absurdo enunciar un problema de descomposición dando E_r, E_1 y E_2 si estas rectas no se dan *cumpliendo ya las condiciones dichas.*

Y si además se impusieran los sentidos de E_1 y E_2, el sentido de E_r habría de darse cumpliendo la condición de estar dentro del ángulo de los otros dos. (Sabemos que es cómodo, para verlo, proyectar los ejes sobre un plano perpendicular á la recta en que estén las mínimas distancias.)

Cumplidas estas condiciones, se puede presentar este problema de descomposición:

Problema segundo. Dado el eje resultante E_r y los dos componentes E_1 y E_2, y conocida la característica K_r del movimiento resultante, hallar las características K_1 y K_2 de los dos movimientos componentes, y hallar las relaciones $\frac{w_1}{w_r}$ y $\frac{w_2}{w_r}$.

Se ve primeramente que siendo datos α y θ (conservamos las anteriores notaciones) las relaciones de velocidades angulares son (fórmulas [2]):

$$\frac{w_1}{w_r} = \frac{\text{sen}\,(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha}, \qquad \frac{w_2}{w_r} = \frac{\text{sen}\,\theta}{\text{sen}\,\alpha}.$$

Ya se ve que no dependen más que de las inclinaciones mutuas de los ejes; cuando se asigne un valor á w_r se tendrán los correspondientes de w_1 y de w_2.

Para la determinación de las incógnitas K_1 y K_2, tenemos las fórmulas [3] y [4]:

$$\delta_r = (K_2 - K_1)\frac{\text{sen}\,\theta\,.\,\text{sen}\,(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha} + \frac{\text{sen}\,\theta_1 \cos(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha},$$

$$K_r = \frac{K_1\,\text{sen}(\alpha - \theta)\cos\theta + K_2\,\text{sen}\,\theta\cos(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha} - \frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha};$$

en las cuales, siendo datos δ_r, K_r y α, θ, se tienen dos ecuaciones de primer grado para hallar las dos incógnitas K_1 y K_2. De la primera se saca $K_2 - K_1 = \dfrac{\delta_r\,\text{sen}\,\alpha - \text{sen}\,\theta\cos(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,(\alpha - \theta)}$; y como la segunda ecuación se puede escribir (según vimos)

$$K^r = K_1 + \frac{\text{sen}\,\theta\,\text{sen}\,[\theta - (\alpha - \mu)]}{\text{sen}\,\alpha\cos\mu},$$

siendo μ tal que $\text{tang}\,\mu = K_2 - K_1$; se saca de aquí K_1 y luego K_2. Es claro que, si en virtud de los datos resultara $K_2 - K_1 = 0$, esto indicaría que se habría hecho descomposición de $E_r\,K_r$ en dos *ejes de igual característica.*

Se pueden dar concurrentes los dos ejes E_1 y E_2.

Problema tercero. Dados $(E_r\,K_r)$ y $(E_1\,K_1)$ y dada la relación $\dfrac{w_1}{w_r} = \rho$, hallar el otro eje componente E_2 con su característica K_2, y la relación $\dfrac{w_2}{w_r}$.

Desde luego, la dirección de E_2 se obtiene por la ecuación $\dfrac{w_1}{w_r} = \dfrac{\text{sen}\,(\alpha - \theta)}{\text{sen}\,\alpha} = \rho$, de donde $\cot\alpha = \dfrac{\cos\theta - \rho}{\text{sen}\,\theta}$, y se tiene α en función de los datos θ y ρ. Es claro que se hubiera

podido trazar por un punto cualquiera dos paralelas á E_r y E_1, y llevando sobre ellas dos longitudes que estén en la relación dada $\frac{w_1}{w_r}$, rehacer el paralelógramo de composición deduciendo así la dirección de E_2, y también la relación pedida $\frac{w_2}{w_r} = \frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\alpha}$. La posición de E_2 se determinará en el conoide correspondiente á $(E_r\, K_r)$ y $(E_1\, K_1)$ (tomando este E_1 en sentido contrario del dado), y se podrá hallar, porque ya está determinada su dirección por el ángulo α. Finalmente, la característica K_2 se obtendrá calculando

$$K_2 - K_1 = \frac{\delta_r \operatorname{sen}\alpha - \operatorname{sen}\theta \cos(\alpha - \theta)}{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}(\alpha - \theta)}.$$

No insistiremos en estos problemas inversos que no pueden ofrecer dificultad.

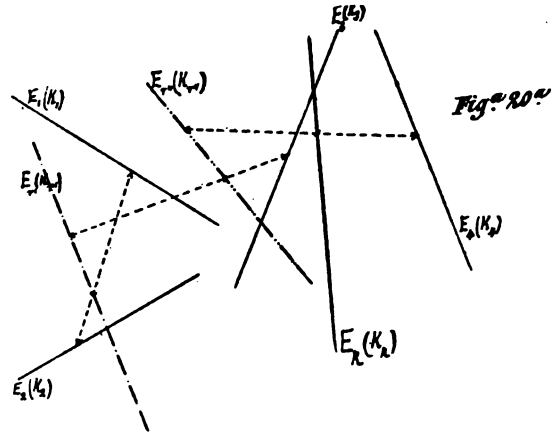
COMPOSICIÓN DE UN NÚMERO CUALQUIERA DE MOVIMIENTOS HELIZOIDALES

Sean cualesquiera en el espacio los ejes dados (en número n) y cualesquiera que sean las características también dadas de los respectivos movimientos helizoidales alrededor de ellos, puede determinarse el eje del movimiento helizoidal resultante y su característica, si se conocen las $(n - 1)$ *relaciones* de las velocidades angulares de las rotaciones á una cualquiera de éstas.

Sean los datos $(E_1\, K_1)$, $(E_2\, K_2)$, $(E_3\, K_3)$, $(E_4\, K_4)$, ... $(E_n\, K_n)$; y las $(n - 1)$ relaciones $\frac{w_2}{w_1}, \frac{w_3}{w_1}, \frac{w_4}{w_1}, \ldots\ldots \frac{w_n}{w_1}$.

El eje resultante E_R se determinará por $n - 1$ composiciones sucesivas (de dos), siguiendo la marcha ordinaria: los dos primeros movimientos helizoidales se componen en un movimiento helizoidal resultante, del cual se sabe determinar [por medio del conoide elíptico correspondiente entre E_1 y E_2, y la

sinusoide] el eje $E_{r'}$, la característica $K_{r'}$, y la relación $\frac{w_{r'}}{w_1}$, puesto que es conocida la relación $\frac{w_2}{w_1}$. Este primer movimiento resultante ($E_{r'}$ $K_{r'}$) se puede componer con el 3.° (E_3, K_3), porque habiendo hallado la relación $\frac{w_{r'}}{w_1}$, y siendo dada $\frac{w_3}{w_1}$, se conoce (por el cociente de éstas) la relación $\frac{w_3}{w_{r'}}$: hecha la composición (siempre determinando la generatriz correspondiente á esta relación $\frac{w_3}{w_{r'}}$ en el conoide que empieza en $E_{r'}$ y termina en E_3) se llega á un segundo movimiento helizoidal resultante ($E_{r''}$ $K_{r''}$), y se determina la relación $\frac{w_{r''}}{w_{r'}}$; pero como se halló antes la relación $\frac{w_{r'}}{w_1}$ se puede conocer la $\frac{w_{r''}}{w_1}$, y siendo dada la $\frac{w_4}{w_1}$, se determina $\frac{w_{r''}}{w_4}$, para poder hacer la



composición de ($E_{r''}$ $K_{r''}$) con (E_4 K_4). Si suponemos que son cuatro los movimientos helizoidales componentes, el resultante de estos dos será ya (fig. 20.ª) el (E_R K_R) con su eje y su carac-

terística perfectamente determinados, asi como la relación $\frac{w_R}{w_1}$.

Es claro que si se atribuye un valor á la velocidad angular w_1 (una determinada rapidez en la realidad cinemática), los movimientos dados helizoidales son todos ya perfectamente conocidos, y perfectamente conocido queda el movimiento helizoidal resultante de todos ellos (E_R: K_R, w_R).

OBSERVACIONES

Primera. Aunque los ejes E_1, E_2, ... E_n fueran todos concurrentes en un punto, nada particular se ofrecería, porque desde la primera composición de (E_1 K_1) con (E_2 K_2) ya no concurriría con ellos el eje resultaute, y, por consiguiente, las composiciones sucesivas, para llegar á (E_R K_R), estarían en el caso general.

Tampoco habría nada particular aunque los movimientos componentes tuvieran todos la misma naturaleza helizoidal, es decir, que las características K_1, K_2, ... K_n fueran todas iguales entre sí (iguales á K ó iguales á *cero*, si los movimientos dados fueran todos simples rotaciones). Porque siendo dados los ejes E_1, E_2, ... E_n en posiciones cualesquiera, desde la primera composición de (E_1 K) con (E_2 K) ya el primer movimiento resultante ($E_{r'}$, $K_{r'}$) no tendría característica $K_{r'}$ igual á la K, y, por consiguiente, las composiciones sucesivas para llegar á (E_R K_R) estarían en el caso general.

Pero en el caso más particular en que los ejes E_1 E_2 ..... E_n fueran todos concurrentes en un punto 0, y además todas las características K_1, K_2 ..... K_n fueran iguales entre sí (iguales á K ó iguales á cero) entonces sí hay que observar que todos los ejes resultantes parciales $E_{r'}$ $E_{r''}$, ... y el E_R resultante final pasarían por el punto 0, y además todos tendrían la misma característica K que los dados, porque en las operaciones sucesivas nos encontraríamos siempre con un problema de composición de dos movimientos helizoidales de *Ejes concurrentes y de igual característica* K (ó igual á cero).

La posición en el espacio que resultara para E_R y el valor

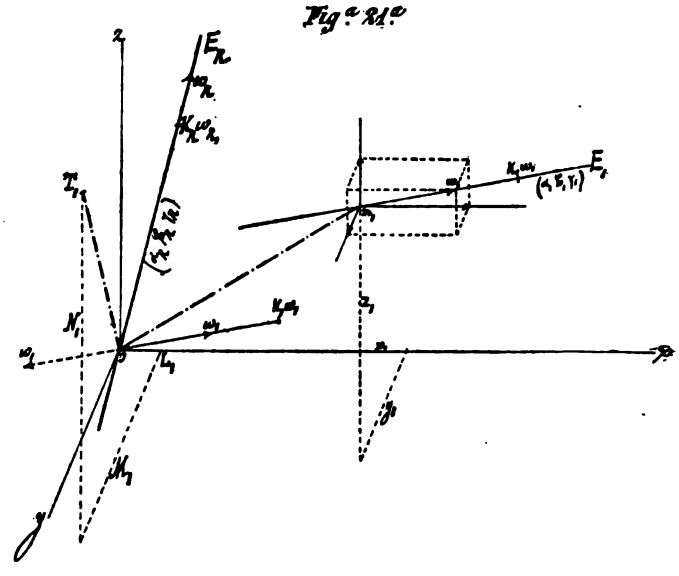
que resultara para $\frac{w_R}{w_1}$ dependerán de las posiciones de los ejes dados E_1, E_2, ... E_n, y de las relaciones dadas $\frac{w_2}{w_1}$, $\frac{w_3}{w_1}$ ..... $\frac{w_n}{w_1}$. Gráficamente lo más cómodo sería atribuir un valor arbitrario á w_1 y realizar las composiciones sucesivas, por la simple regla del contorno poligonal de los ejes concurrentes dados de igual característica; claro es que si los ejes estuvieran todos situados en un mismo plano, los ejes resultantes parciales y el eje final E_R estarían en ese plano.

Segunda. Si todos los ejes dados E_1, E_2, ... E_n fueran paralelos entre sí, aun siendo los movimientos helizoidales componentes de naturaleza diferente, se ve que los ejes resultantes parciales $E_{r'}$, $E_{r''}$, ... y el final E_R serían todos paralelos á los dados: la posición de E_R, así como la característica K_R y la relación $\frac{w_R}{w_1}$, se obtendrían al fin del proceso de composición por el método general que se explicó al tratar de la composición de dos movimientos helizoidales de ejes paralelos.

Si además de ser paralelos los ejes dados E_1, E_2, ... E_n fueran los movimientos helizoidales componentes de igual característica K (ó cero), esta naturaleza helizoidal se conservaría en todos los resultantes parciales, y en el final: para obtener la posición de E_R se procedería del mismo modo que se procede en la composición sucesiva de simples rotaciones alrededor de ejes paralelos. Y siendo la w_R igual á la suma algebraica de las w_1, w_2, ... w_n, se ve que la relación $\frac{w_R}{w_1}$ será igual á $1 + \left[\frac{w_2}{w_1} + \frac{w_3}{w_1} + \frac{w_n}{w_1}\right]$. Claro es que si los ejes dados de igual característica, además de ser paralelos, estuvieran todos situados en un mismo plano, todos los ejes resultantes parciales y el final E_R estarían en ese plano.

DESCOMPOSICIÓN DE UN MOVIMIENTO HELIZOIDAL EN OTROS VARIOS

Ya vimos (cuando se trató de la descomposición de un movimiento helizoidal en otros dos) el *Problema tercero*, en el cual, dados $(E_r\ K_r)$ y $(E_1\ K_1)$ y la relación $\frac{w_1}{w_r}$, se determinó $(E_2\ K_2)$ y la relación $\frac{w_2}{w_r}$.



Para examinar ahora la cuestión de la descomposición de un movimiento helizoidal dado $(E_R\ K_R)$ en otros varios dados $(E_1\ K_1)$, $(E_2\ K_2)$, $(E_3\ K_3)$....., veamos previamente la composición de éstos, llamando como siempre w_1, w_2, w_3..... sus respectivas velocidades angulares, y w_R la velocidad angular resultante. Si todo esto fuera conocido y lo refiriésemos á tres ejes coordenados rectangulares (fig. 21.ª), veríamos (tomando el origen 0 de coordenados en un punto del eje E_R):

1.º Que debiendo ser la w_R resultante de las w_1, w_2, w_3.....

(llevadas paralelamente á sí mismas al punto 0), se tienen las tres ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\, w \cos\alpha = w_R \cos\alpha_R \\ \Sigma\, w \cos\beta = w_R \cos\beta_R \\ \Sigma\, w \cos\gamma = w_R \cos\gamma_R\end{array}\right\} \text{ó bien, } \left\{\begin{array}{l}\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\alpha = \cos\alpha_R \\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\beta = \cos\beta_R. \\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\gamma = \cos\gamma_R\end{array}\right.$$

Además, la traslación $K_R\, w_R$ ha de ser resultante de todas las siguientes:

por una parte, las traslaciones $K_1\, w_1$, $K_2\, w_2$, $K_3\, w_3$....., que podemos ver en el origen 0 con sus respectivas direcciones $(\alpha_1\, \beta_1\, \gamma_1)$, $(\alpha_2\, \beta_2\, \gamma_2)$, $(\alpha_3\, \beta_3\, \gamma_3)$.....,

por otra parte, las traslaciones T_1, T_2, T_3..... equivalentes á los pares de rotación $(w_1, 0)$, $(w_2, 0)$, $(w_3, 0)$..... Llamando (notaciones usuales en Mecánica) $(L_1\, M_1\, N_1)$, $(L_2\, M_2\, N_2)$, $(L_3\, M_3\, N_3)$....., las proyecciones sobre los ejes coordenados de éstas T_1, T_2, T_3.....,

se tienen las tres ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\, K w \cos\alpha + \Sigma\, L = K_R\, w_R \cos\alpha_R \\ \Sigma\, K w \cos\beta + \Sigma\, M = K_R\, w_R \cos\beta_R \\ \Sigma\, K w \cos\gamma + \Sigma\, N = K_R\, w_R \cos\gamma_R\end{array}\right\}.$$

Pero se sabe que

$$\left.\begin{array}{l}L = w \cos\gamma\,.\,y - w \cos\beta\,.\,z \\ M = w \cos\alpha\,.\,z - w \cos\gamma\,.\,x \\ N = w \cos\beta\,.\,x - w \cos\alpha\,.\,y\end{array}\right\}$$

siendo éstas x, y, z las coordenadas de un punto m del eje E (en general) para que cada uno de los ejes esté definido *en posición* por un punto m (x, y, z), y su dirección (α, β, γ).

Las tres ecuaciones referentes á traslaciones se pueden escribir de este modo:

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\alpha + \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[y\,.\cos\gamma - z\,.\cos\beta] = K_R\cos\alpha_R\\
&\Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\beta + \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[z\,.\cos\alpha - x\,.\cos\gamma] = K_R\cos\beta_R\\
&\Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\gamma + \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[x\,.\cos\beta - y\,.\cos\alpha] = K_R\cos\gamma_R
\end{aligned}\right\}.$$

Unidas estas tres ecuaciones á las otras tres (que se refieren á las rotaciones), vemos un sistema de *seis ecuaciones.*

Si se dan las posiciones del eje resultante E_R, y de todos los ejes componentes E_1, E_2, E_3....., con la característica K_R y las K_1 K_2 K_3....., quedan en estas ecuaciones las relaciones $\frac{w_1}{w_R}, \frac{w_2}{w_R}, \frac{w_3}{w_R}$,..... como cantidades de que disponer para que las ecuaciones se cumplan, y sea (E_R K_R) resultante de (E_1 K_1), (E_2 K_2)..... Se puede, por consiguiente, decir que:

Si son *menos de seis* los ejes helizoidales que se nos den como componentes del E_R dado, se podrán determinar los valores de las relaciones $\frac{w_1}{w_R}, \frac{w_2}{w_R}$; pero, además, habrá un cierto número de *condiciones entre los datos* que habrían de cumplirse para que la descomposición *fuese posible.*

Si son seis los ejes componentes dados, el problema de la descomposición es *determinado.* Se resuelven las seis ecuaciones de primer grado, y con los valores de $\frac{w_1}{w_R}, \frac{w_2}{w_R}$, ... $\frac{w_6}{w_R}$, se podrá hacer la descomposición como ahora diremos:

Si se dieran *más de seis* ejes componentes, hay *indeterminación* en los valores de las $\frac{w_1}{w_R}, \frac{w_2}{w_R}$, ...

Para el caso de seis ejes componentes (problema determinado) la descomposición del movimiento (E_R K_R) se operará por descomposiciones sucesivas (de dos), siguiendo para este pro-

blema de las descomposiciones sucesivas de dos el procedimiento indicado en el *problema tercero* de descomposición.

Se puede seguir el proceso en el siguiente cuadro:

$$E_R = (E_6\, E_{r''''}) = (E_6\, E_5\, E_{r'''}) = (E_6\, E_5\, E_4\, E_{r''}) =$$
$$= (E_6\, E_5\, E_4\, E_3\, E_{r'}) = (E_6\, E_5\, E_4\, E_3\, E_2\, E_1).$$

$$E_R \begin{cases} E_6 - \dfrac{w_6}{w_R} \\ E_{r''''} - \dfrac{w_{r''''}}{w_R} \begin{cases} E_5 - \dfrac{w_5}{w_{r''''}} \\ E_{r'''} - \dfrac{w_{r'''}}{w_{r''''}} \begin{cases} E_4 - \dfrac{w_4}{w_{r'''}} \\ E_{r''} - \dfrac{w_{r''}}{w_{r'''}} \begin{cases} E_3 - \dfrac{w_3}{w_{r''}} \\ E_{r'} - \dfrac{w_{r'}}{w_{r''}} \begin{cases} E_2 - \dfrac{w_2}{w_{r'}} \\ E_1 - \dfrac{w_1}{w_{r'}} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases} \end{cases}$$

Siguiendo este cuadro de descomposiciones sucesivas, se ve el proceso observando que una vez hecha la primera descomposición, por ejemplo, de $(E_R\, K_R)$ en $(E_6\, K_6)$ conociendo la relación $\frac{w_6}{w_R}$, se obtiene, no sólo el otro eje componente con su característica $(E_{r''''}\, K_{r''''})$, sino además la relación $\frac{w_{r''''}}{w_R}$, y al proceder á la descomposición de éste en $(E_5\, K_5)$ y otro, se tiene conocida la relación $\frac{w_5}{w_{r''''}}$, porque $\frac{w_5}{w_{r''''}} = \frac{w_5}{w_R} : \frac{w_{r''''}}{w_R}$. Lo mismo que decimos para esta segunda descomposición se repite en todas.

Debe de ocurrir al fin del proceso que la descomposición de $(E_{r'}\, K_{r'})$ en $(E_2\, K_2)$ y $(E_1\, K_1)$ conociendo $\frac{w_2}{w_{r'}}$ y $\frac{w_1}{w_{r'}} = \frac{w_1}{w_R} : \frac{w_{r'}}{w_R}$, *se pueda efectuar*, á pesar de ser *más que determinado* (como se dice ordinariamente), y haber *dos condiciones de más*, porque los valores de $\frac{w_1}{w_R}$, $\frac{w_2}{w_R}$, ... $\frac{w_6}{w_R}$, fue-

ron obtenidos para que el movimiento $(E_R\, K_R)$ fuera el resultante de los seis $(E_1\, K_1)$ $(E_2\, K_2)$ ..... $(E_6\, K_6)$.

OBSERVACIONES

Primera. Si los ejes dados E_1, E_2, ... y E_R fueran todos concurrentes en un punto 0, y éste se adoptara como origen de coordenadas, las tres primeras ecuaciones que ligan á las incógnitas $\frac{w_1}{w_R}$, $\frac{w_2}{w_R}$, ... no ofrecerían nada particular, y serían (como siempre)

$$\left.\begin{aligned} \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\alpha &= \cos\alpha_R \\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\beta &= \cos\beta_R \\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\gamma &= \cos\gamma_R \end{aligned}\right\};$$

pero las tres últimas ecuaciones se reducirán á éstas

$$\left.\begin{aligned} \Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\alpha &= K_R\cos\alpha_R \\ \Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\beta &= K_R\cos\beta_R \\ \Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\gamma &= K_R\cos\gamma_R \end{aligned}\right\};$$

porque las L, M, N, serían todas iguales á cero.

Como se ve, es más sencillo que en el caso general el sistema de las seis ecuaciones de primer grado que habría que resolver para dejar resuelto el problema *determinado* de la descomposición de un movimiento helizoidal $(E_R\, K_R)$ en otros seis helizoidales de ejes dados que corten en un mismo punto á E_R (y de características dadas, se sobreentiende).

Si todas las características K_1, K_2, ... y K_R fueran iguales entre sí (iguales á K ó iguales á cero), porque se quisiera descomponer el movimiento ($E_R K$) en otros varios movimientos helizoidales (con ejes dados cualesquiera) *de igual naturaleza que él;* las tres primeras ecuaciones siguen siendo las mismas, naturalmente; pero las tres últimas se simplifican, si se observa que, por virtud de las tres primeras, los segundos miembros son iguales á los primeros términos, y quedan reducidas á

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[y\,.\cos\gamma - z\,.\cos\beta] &= 0\\
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[z\,.\cos\alpha - x\,.\cos\gamma] &= 0\\
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)[x\,.\cos\beta - y\,.\cos\alpha] &= 0
\end{aligned}\right\}$$

Se resolvería el sistema de estas seis ecuaciones, que es determinado si son seis los ejes de los movimientos componentes: esto se aplica, como se ve, á la descomposición de una rotación E_R en seis rotaciones alrededor de ejes cualesquiera dados.

En el caso más particular de que todos los ejes E_1, E_2, ... y E_R concurrieran en un punto (adoptado como origen), y además, las características K_1, K_2, ... K_R; fueran todas iguales entre sí (iguales á K ó iguales á cero); después de escribir las tres primeras ecuaciones

$$\left.\begin{aligned}
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\alpha &= \cos\alpha_R\\
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\beta &= \cos\beta_R\\
\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right)\cos\gamma &= \cos\gamma_R
\end{aligned}\right\}$$

se observa que las tres últimas ecuaciones son idénticas á esas tres primeras (ó se reducen á identidades $0 = 0$). Por tanto, el

problema de la descomposición de un movimiento helizoidal ($E_R K$) en otros varios de su misma naturaleza y de ejes que corten á E_R en un mismo punto, es *determinado* cuando sean *tres* los ejes helizoidales componentes, y queda resuelto en esas tres ecuaciones de primer grado con las incógnitas $\frac{w_1}{w_R}$, $\frac{w_2}{w_R}$, $\frac{w_3}{w_R}$. Son las ecuaciones usuales para la descomposición de una rotación simple E_R en tres rotaciones simples alrededor de ejes dados E_1 E_2 E_3, que se corten en un punto 0 con E_R.

Segunda. Si todos los ejes E_1, E_2 ..... y E_R fueran paralelos entre sí, y los movimientos helizoidales fueran de diferente naturaleza, se ve primeramente que las tres primeras ecuaciones se reducen á una sola, que dice:

$$\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right) = 1; \text{ ó bien, } w_R = \Sigma w,$$

como era de esperar. Y si para escribir más cómodamente las tres últimas, se adopta un eje coordenado (el de las z, por ejemplo) coincidiendo con el mismo eje resultante dado E_R [$\cos\alpha = \cos\alpha_R = 0$; $\cos\beta = \cos\beta_R = 0$; $\cos\gamma = \cos\gamma_R = 1$] esas tres ecuaciones toman la forma siguiente:

$$\left.\begin{array}{l} \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right).y = 0 \\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right).x = 0 \\ \Sigma K\left(\frac{w}{w_R}\right) = K_R \end{array}\right\};$$

como era de esperar también.

Habiendo cuatro ecuaciones, el problema de la descomposición de un movimiento helizoidal ($E_R K$) en otros varios de ejes paralelos al suyo, es *determinado*, si se dan *cuatro* ejes componentes, y queda resuelto en esas cuatro ecuaciones de primer grado.

Si además de ser paralelos los ejes E_1, E_2, ... y E_R, los movimientos fueran de igual naturaleza

$$[K_1 = K_2 = ... = K_R = K];$$

las tres primeras ecuaciones se reducen siempre á la sola ecuación

$$\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right) = 1,$$

y las tres últimas se reducen á estas dos:

$$\left.\begin{array}{l}\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right).\,y = 0\\ \Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right).\,x = 0\end{array}\right\}$$

porque la tercera es la misma $\Sigma\left(\frac{w}{w_R}\right) = 1$.

Y vemos, como era de esperar, que el problema de la descomposición de un movimiento helizoidal (E_R K) en otros *tres* de su misma naturaleza y de ejes paralelos al suyo E_R, es *determinado*, y se resuelve por esas tres ecuaciones de primer grado en $\left(\frac{w_1}{w_R}\right)$, $\left(\frac{w_2}{w_R}\right)$, $\left(\frac{w_3}{w_R}\right)$. Son las ecuaciones usuales para la descomposición de una rotación simple E_R en otras tres alrededor de ejes dados E_1 E_2 E_3 paralelos á E_R.

APENDICE

El estudio que precede ha sido hecho exclusivamente con el fin teórico de descubrir y enunciar las leyes analíticas y geométricas de la composición de dos ó más movimientos helizoidales de cualesquiera naturaleza que sean.

En los *Apuntes para la clase de máquinas*, de D. Vicente de Garcini, se resuelve gráficamente el problema de la composición de dos movimientos helizoidales cualesquiera por un procedimiento muy apropiado para las aplicaciones, apoyándose en la propiedad conocida de que el eje helizoidal resultante ha de cortar normalmente á la mínima distancia ab entre los ejes dados, y á la recta que una los extremos de las velocidades de los puntos a y b. Habiendo adoptado ab por unidad, se ven en la figura 22.ª las construcciones gráficas, que son las siguientes:

1.ª Componer para el punto (a, a') las tres velocidades $K_1 w_1 — w_2 — K_2 w_2$, todas proyectadas horizontalmente en E_1: se tiene así el extremo (a_1, a'_1) de la velocidad del punto (a, a').

2.ª Componer para el punto (b, b') las tres velocidades $w_1 — K_1 w_1 — K_2 w_2$, todas proyectadas horizontalmente en E_2: se tiene así el extremo (b_1, b'_1) de la velocidad del punto (b, b').

3.ª Unir los extremos por medio de la recta $(a_1 b_1, a'_1 b'_1)$ y hallar la recta $(E_r E'_r)$ que corta perpendicularmente á ésta y á la mínima distancia $(ab, a'b')$.

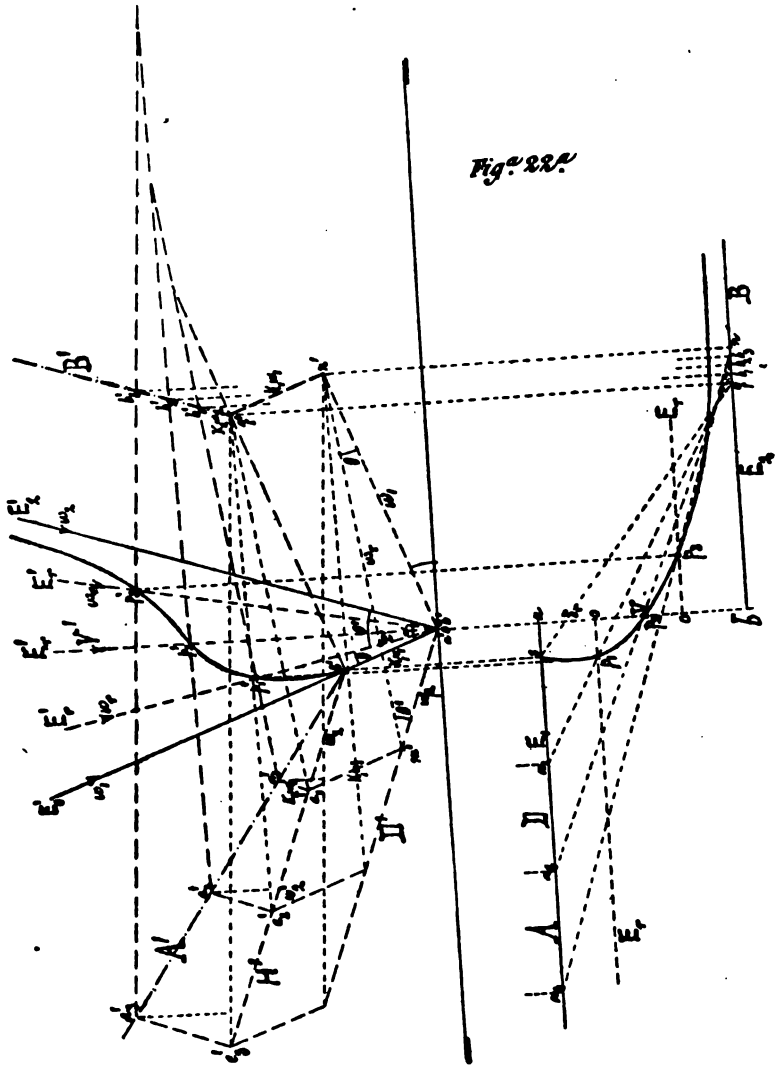
Por estas construcciones se ve desde luego que *la dirección* del eje (E'_r) no depende más que de las magnitudes y direcciones de w_1 y w_2, puesto que no depende más que de la dirección de la recta $m' n'$, que (como se ve en la figura) es igual y paralela á la $c'_1 q'$ y á la $a'_1 b'_1$.

Las características influyen en *la posición* de $(E_r E'_r)$, ó sea en la distancia δ_r.

Para concluir la solución, basta observar que la velocidad

de la traslación resultante es $T_r = K_r\, w_r = o'\, p'_1$, y que la velocidad angular de la rotación resultante es

$$w_r = \frac{p'_1 a'_1}{a o} = \frac{p'_1 b'_1}{b o} = \frac{a'_1 b'_1}{1};$$



siendo, por consiguiente, la característica del movimiento helizoidal resultante $K_r = \frac{o' p'_1}{a'_1 b'_1}$.

Nótese que en los datos de la figura K_1 y K_2 son negativas, y resulta negativa K_r (*).

(*) De la construcción gráfica se podrían deducir las mismas fórmulas que se han empleado antes, porque, en efecto, se ve:

1.° Que el triángulo $o' m' n'$ enseña que $\frac{\operatorname{sen}\theta}{\operatorname{sen}\theta'} = \frac{w_2}{w_1}$;

2.° Que el mismo triángulo da $w_r = \frac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta'}$ ó bien

$$w_r = \frac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta};$$

3.° Que, según dicen la proyección horizontal y la vertical, $\frac{\delta_r}{1} = \frac{a_1 p_1}{a_1 b_1} = \frac{a'_1 p'_1}{a'_1 b'_1} = \frac{a'_1 p'_1}{w_r}$; pero se ve en la proyección vertical, que $a'_1 p'_1 = w_2 \,.\, \cos\theta' + K_1 w_1 \operatorname{sen}\theta - K_2 w_2 \operatorname{sen}\theta'$. Luego

$$\delta_r = \frac{w_2 \cos\theta'}{\left(\frac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}\right)} + \frac{K_1 w_1 \operatorname{sen}\theta}{\left(\frac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta'}\right)} - \frac{K_2 w_2 \operatorname{sen}\theta'}{\left(\frac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}\right)} =$$

$$= \frac{\operatorname{sen}\theta \,.\, \cos\theta'}{\operatorname{sen}\alpha} - (K_2 - K_1) \,.\, \frac{\operatorname{sen}\theta \,.\, \operatorname{sen}\theta'}{\operatorname{sen}\alpha}.$$

Es la misma fórmula [3] que se usó antes, en la cual están de manifiesto los signos negativos que en esta figura tienen K_2 y K_1.

4.° Que, según dice también la construcción, $T_r = K_r w_r = o' p'_1 = w_1 \,.\, \operatorname{sen}\theta + K_1 w_1 \cos\theta + K_2 w_2 \cos\theta'$.

Y siendo esta traslación resultante en sentido contrario de w_r, se tiene:

$$K_r = -\frac{w_1 \operatorname{sen}\theta}{\left(\frac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta'}\right)} - \frac{K_1 w_1 \cos\theta}{\left(\frac{w_1 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta'}\right)} - \frac{K_2 w_2 \cos\theta'}{\left(\frac{w_2 \operatorname{sen}\alpha}{\operatorname{sen}\theta}\right)} =$$

$$= -\frac{\operatorname{sen}\theta \operatorname{sen}\theta'}{\operatorname{sen}\alpha} - \frac{K_1 \operatorname{sen}\theta' \cos\theta + K_2 \operatorname{sen}\theta \cos\theta'}{\operatorname{sen}\alpha}.$$

Es la misma fórmula [4] empleada anteriormente con los signos negativos de K_1 y K_2 puestos de manifiesto.

Se ven comprobadas por las construcciones gráficas las dos primeras *leyes generales de composición*. Efectivamente, si con los mismos ejes $(E_1E'_1)$ y $(E_2E'_2)$, y las mismas características K_1 y K_2 se aumentaran (ó se disminuyeran) las velocidades angulares w_1 y w_2, pero conservando *constante* la relación $\frac{w_2}{w_1}$, la nueva recta $m'n'$, y también las nuevas rectas c'_1q' y $a'_1b'_1$, se conservarían paralelas á las que están en la figura; por lo tanto, la proyección vertical E'_r *sería la misma.*

Pero como, además, toda la figura ampliándose (ó reduciéndose) se conservaría semejante á sí misma en proyección vertical con el centro de homotecia, en o' se ve que en la proyección horizontal la nueva recta a_1b_1 se cortaría con ésta en el punto de intersección con ab, porque las aa_1 y bb_1 se aumentarían (ó disminuirían) en la misma relación; luego el nuevo punto p'_1 habría de proyectarse en un punto que estaría en la misma op_1, y esta longitud aumentaría (ó disminuiría) así en esa misma relación. Se ve, pues, gráficamente, que el eje resultante $(E_rE'_r)$ se conserva él mismo, y como la traslación $o'p'_1$ y la rotación $a'_1b'_1$ conservan su relación constante (por la semejanza de las figuras), se ve que también la característica *se conserva constante.*

Para comprobar la segunda *ley general* basta observar que, según indica la figura, al variar la relación $\frac{w_2}{w_1}$ de 0 á ∞ (suponiendo, por ejemplo, que $w_1 = b'n'$ sea constante, y $w_2 = a'm'$ crezca de 0 á ∞), la E'_r gira alrededor de o' en proyección vertical, mientras avanza el punto de apoyo de E_r en ab en proyección horizontal; luego el lugar geométrico de los ejes helizoidales resultantes $(E_rE'_r)$ en el espacio es un *conoide recto*, que tiene por directriz rectilínea la mínima distancia ab entre $(E_1E'_1)$ y $(E_2E'_2)$ y por plano director el vertical de proyección.

Se ve en el dibujo que el eje helizoidal resultante $(E_rE'_r)$ parte de la posición $(E_1E'_1)$ para $w_2 = 0$, $\theta = 0$, con la característica K_1, como debía de ser;

va girando la proyección vertical E'_r á medida que por el aumento de w_2 vaya alejándose al infinito el punto a'_1 sobre la recta A' en $a'_2 a'_3$ ....., y también el punto b'_1 se vaya alejando al infinito sobre la recta B' en $b'_2 b'_3$ ..... Los puntos $p'_1 p'_2 p'_3$ ..... referidos á las proyecciones horizontales respectivas $a_1 b_1$, $a_2 b_2$, $a_3 b_3$, ... irán dando los puntos $p_1 p_2 p_3$ ....., por los cuales van pasando las proyecciones horizontales E_r. La dirección V' (para $\theta = \frac{\alpha}{2}$, $w_2 = w_1$) corresponde, en la disposición adoptada para la figura, á una generatriz vertical (VV') del conoide.

Se ve en la figura que las rectas $(a_1 b_1, a'_1 b'_1)$, $(a_2 b_2, a'_2 b'_2)$ ....., que se apoyan en las dos rectas (A, A') y (B, B'), paralelas al vertical, forman en el espacio un *paraboloide hiperbólico* que tiene por planos directores el vertical de proyección y el plano que pasa por el punto (q, q') y por la recta $(sH, s'H')$ [ó el que pasa por (n, n') y la recta $(aD, a'D')$]. Como se ve, el eje de ese paraboloide hiperbólico es paralelo al vertical en la dirección perpendicular á E'_2, y por eso la parábola envolvente de sus generatrices, en proyección vertical, tiene su eje en esta dirección, y el límite de la dirección de sus tangentes, siendo esta dirección misma, indica que para $w_2 = \infty$ llega la E'_r á coincidir con E'_2. Y si se mira la proyección horizontal de la figura se ve que, siendo E_2 el límite de las proyecciones horizontales de las generatrices del paraboloide, el eje resultante viene también á coincidir en proyección horizontal con E_2.

Parece que el procedimiento indicado (muy propio para hallar el movimiento helizoidal resultante de dos dados en un problema concreto de aplicación) no se presta bien al descubrimiento de la configuración del conoide, ni al estudio de la ley que sigue la variación de las características. La directriz curvilínea que esta figura ofrece para ver la configuración del conoide es una curva muy complicada, que tiene su proyección vertical en la podar de una parábola (asintótica de E'_2), y su proyección horizontal en otra curva asintótica de E_2.

Las construcciones se pueden efectuar igualmente en el caso particular en que las características dadas fueran iguales

($K_2 = K_1$) ó en el caso más particular aún de ser ambas iguales á *cero*, que es el problema de la composición de dos rotaciones conjugadas. Nada nuevo hay que añadir. Todo se simplificaría.

La resolución gráfica de los problemas (inversos) de descomposición de un movimiento helizoidal en otros dos se hará partiendo de los datos que se ofrezcan en cada problema, y completando (por decirlo así) la figura para hallar los elementos desconocidos. Veamos, por ejemplo, el problema de descomposición que ofrece mayor interés, que es el siguiente:

Dados ($E_r\ K_r$) y ($E_1\ K_1$) y la relación $\frac{w_1}{w_r}$ hallar el otro eje componente E_2 con su característica K_2, y la relación $\frac{w_2}{w_r}$.

Gráficamente puestos los datos ($E_r\ E''^r$) y ($E_1\ E'_1$) (fig. 22.ª) se podría completar la figura:

trazando $o'\ n'$ perpendicular á E'_1, y tomando sobre ella una longitud arbitraria $o'\ n'$;

bajando desde n' la perpendicular $n'\ T'$ á E'_r;

tomando sobre ella una longitud $n'\ m'$ tal que $\frac{o'\ n'}{n'\ m'} = \frac{w_1}{w_r}$;

y uniendo o' con m'.

Ya se tiene con esto el valor de $\frac{w_2}{w_r}$, y la dirección de E'_2, que será perpendicular á $o'\ m'$.

La proyección horizontal E_2 de este eje estará á la distancia $ab = 1$.

Después:

trazando la $n'\ q'$ paralela á E'_1, y llevando sobre ella una longitud igual á $K_1 \times o'\ n'$; y por su extremo q' trazando la $q'\ b'_1$ indefinida paralela á E'_2;

tomando sobre E'_r la longitud $o'\ p'_1$ igual á $K_r \times m'\ n'$; y por su extremo p'_1 la $p'_1\ b'_1$ indefinida perpendicular á E'_r.

Marcado el punto b'_1 de intersección de estas dos rectas indefinidas ya se tiene en $q'\ b'_1$ una longitud que permite determinar la característica pedida K_2, puesto que en longitud debe de ser igual á $K_2 \times o'\ m'$.

Claro es que se podría hacer la construcción gráfica por la izquierda (en vez de hacerla por la derecha) trazando la $m' c'_1$, y luego la $c'_1 a'_1$, la cual sería igual también á $K_2 \times o' m'$. Como comprobación, los puntos a'_1, p'_1, b'_1 referidos á la proyección horizontal, deberán dar tres puntos a_1, p_1, b_1 en línea recta.

XLII.—Premio Lobatchefsky.

(TERCER CONCURSO 1903)

La Sociedad físico-matemática de Kasan tiene el honor de informar que ha adjudicado, en su sesión solemne de 27 de Febrero (14 Febrero) de 1904, el premio de N. J. Lobatchefsky al Sr. *D. Hilbert*, profesor en la Universidad de Gottingue, por su obra *Die Grundlagen der Geometrie (Zweite durch Zusätze vermehrte und mit fünt Anhängen versehene Auflage*. Leipzig, 1903), y por el conjunto de su obra sobre los principios fundamentales de la Geometría. El informe ha sido dado por el Sr. *Poincaré*, miembro del Instituto.

Las menciones honoríficas han sido adjudicadas á los señores *Barbarin*, *Lemoine*, *Pieri* y *Study*.

El informe sobre las obras presentadas al concurso por el Sr. *Barbarin*, profesor de Matemáticas superiores en el Liceo de Burdeos, ha sido dado por el Sr. *Mansion*. El informe sobre los trabajos geométricos del Sr. Emilio Lemoine ha sido escrito por el Sr. *C. A. Laisant;* el relativo á las obras del Sr. Pieri, profesor en la Universidad de Catania, por el Sr. *G. Peano*,

profesor en la Universidad de Turín, y, finalmente, el señor *D. Seiliger*, profesor en la Universidad de Kasan, ha redactado el que se refiere á las obras presentadas al concurso por el Sr. Study, profesor en la Universidad de Greifswald.

Para demostrar su gran reconocimiento á los ilustres informadores que han ayudado á la Sociedad físico-matemática en su tarea, esta Sociedad ha adjudicado en la misma sesión solemne la medalla de oro de N. J. Lobatchefsky, destinada, según el párrafo 16 del Reglamento del premio Lobatchefsky para recompensa al trabajo de las personas que ayuden á la Sociedad físico-matemática de Kasan en el examen de las obras presentadas al concurso, al Sr. H. Poincaré, miembro del Instituto, por su informe sobre las obras del Sr. Hilbert, y ha determinado conferir el título de miembros honorarios de la Sociedad físico-matemática á los Sres. Mansion, Laisant y Peano.

EXTRACTO DEL REGLAMENTO DEL PREMIO LOBATCHEFSKY

El premio Lobatchefsky se adjudica cada tres años. Es de un valor de 500 rublos en papel. Queda al arbitrio de la Sociedad el aumentar con el tiempo dicha cantidad, si el estado del capital lo permite (párrafo 4).

El premio Lobatchefsky está destinado á las obras relativas á la Geometría, y de preferencia á la Geometría no-Euclidiana (párrafo 5).

Son admitidas al concurso para este premio las obras impresas en ruso, francés, alemán, italiano y latín, dirigidas á la Sociedad físico-matemática por sus autores y publicadas durante los seis años anteriores á la decisión de la Sociedad acerca del premio (párrafo 6).

En ningún caso puede ser dividido el premio entre dos ó

más autores concurrentes. Cuando se presenten muchas obras de igual valor, decidirá la suerte (párrafo 7).

El premio será adjudicado por cuarta vez el 4 de Noviembre de 1906. Según el párrafo 11 del Reglamento, las obras destinadas al concurso deben dirigirse á la Sociedad físico-matemática de Kasan hasta el 4 de Noviembre de 1905.

El Presidente de la Sociedad físico-matemática,

A. VASSILIEF.

XLIII.—Enumeración por orden alfabético de los géneros mencionados en el Catálogo de los moluscos de Filipinas, publicado en el presente tomo.

POR JOAQUÍN GONZÁLEZ HIDALGO.

La primera columna de números indica las especies de cada género que pertenecen á la fauna de dichas islas; la segunda, otras especies citadas, pero todavía dudosas; la tercera, las páginas del presente tomo en que se enumeran los diversos géneros.

Géneros y autores.	Especies admitidas.	Especies citadas.	Páginas.
Actæopyramis *Fischer*.....	9	+ 1	413
Adamsia *Dunker*.....	1		168
Afer *Conrad*.....	1		186
Amathina *Gray*.....	1		397
Ancillaria *Lamarck*.....		9	295
Argonauta *Linné*.....	6	+ 1	161
Bivonia *Gray*.....	1	+ 1	401
Borsonia *Bellardi*.....	1		335
Buccinum *Linné*.....			192
Bullia *Gray*.....	1		196
Calyptræa *Lamarck*.....	1		384
Cancellaria *Lamarck*.....	15	+ 11	350
Cantharus *Bolten*.....	8	+ 3	191
Capulus *Montfort*.....	2		397
Cassis *Lamarck*.....	13	+ 5	372
Cavolinia *Gioeni*.....	5		162
Chelynotus *Swainson*.....	1	+ 2	382

Géneros y autores.	Especies admitidas.	Especies citadas.	Páginas.
Chrysallida *Carpenter*.....	1		413
Cithara *Schumacher*.....	35	+ 3	337
Clathurella *Carpenter*.....	45	+ 1	340
Clea *A. Adams*.....		1	193
Columbella *Lamarck*.....	39	+ 40	298
Cominella *Gray*.....	1		193
Conus *Linné*.....	162	+ 53	305
Coralliophila *H. y A. Adams*.	10	+ 1	176
Crepidula *Lamarck*.....		3	397
Crucibulum *Schumacher*....		1	384
Cuma *Humphreys*.....	1	+ 1	174
Cylindra *Schumacher*.....	6	+ 1	287
Cyllene *Gray*.....	3		195
Cypræa *Linné*.....	73	+ 13	357
Daphnella *Hinds*.....	16	+ 4	343
Dibaphus *Philippi*.....	1		279
Dolium *Lamarck*.....	7	+ 5	370
Drillia *Gray*.....	33	+ 13	325 y 333
Eburna *Lamarck*.....	3	+ 3	193
Eglisia *Gray*.....	2		405
Elusa *A. Adams*.....	5		412
Engina *Gray*.....	17	+ 4	296
Erato *Risso*.....	6	+ 2	288
Eulima *Risso*.....	18	+ 7	405
Eulimella *Forbes*.....	1		416
Fasciolaria *Lamarck*.....	3		186
Fulgur *Montfort*.....		1	190
Fusus *Lamarck*.....	9	+ 1	185
Galeropsis *Hupé*.....	1		177
Genotia *A. Adams*.....	1		324
Harpa *Lamarck*.....	7	+ 3	295
Hemifusus *Swainson*.....	3	+ 2	190

Géneros y autores.	Especies admitidas.	Especies citadas.	Páginas.
Hindsia *Gray*.....	4	+ 4	195
Hipponyx *Defrance*.....	5	+ 2	398
Hoplopteron *Fischer*.....		1	409
Imbricaria *Schumacher*.....	3		288
Janthina *Lamarck*.....	1		418
Jopas *H. y A. Adams*.....	1		170
Lamellaria *Montagu*.....	2	+ 3	382
Latiaxis *Swainson*.....	5	+ 2	175
Latirus *Montfort*.....	13	+ 3	188
Leucozonia *Gray*.....	1		189
Magilus *Montfort*.....	1		177
Malea *Valenciennes*.....	1		371
Mangilia *Risso*.....	22	+ 4	335
Marginella *Lamarck*.....	6	+ 10	289
Melo *Humphreys*.....	4	+ 2	209
Melongena *Schumacher*.....	3		189
Mesalia *Gray*.....	2		405
Metula *H. y A. Adams*.....		1	191
Mitra *Lamarck*.....	103	+ 13	269
Mitroidea *Pease*.....	1	+ 1	279
Mitrularia *Schumacher*.....	19	+ 2	398
Mormula *A. Adams*.....	2		413
Mucronalia *A. Adams*.....	6		408
Mumiola *A. Adams*.....	2		414
Murex *Linné*.....	48	+ 12	163
Narica *Recluz*.....	10	+ 2	383
Nassa *Lamarck*.....	120	+ 19	196
Natica *Adanson*.....	57	+ 15	374
Nautilus *Breyn*.....	1		162
Niso *Risso*.....	4	+ 1	408
Northia *Gray*.....	2		196
Odostomia *Fleming*.....	2	+ 6	416

Géneros y autores.	Especies admitidas.	Especies citadas.	Páginas.
Oliva *Bruguière*.....	28	+ 10	290
Olivella *Swainson*.....	3	+ 3	290
Oniscia *Sowerby*.....	1	+ 1	374
Oscilla *A. Adams*.....	2		412
Otopleura *Fischer*.....	6		411
Ovula *Bruguière*.....	19	+ 7	367
Peristernia *Mörch*.....	10	+ 4	187
Persona *Montfort*.....	4	+ 1	182
Phos *Montfort*.....	17	+ 4	194
Pinaxia *A. Adams*.....	1		174
Pisania *Bivona*.....	3	+ 1	191
Pleurotoma *Lamarck*.....	20	+ 7	322
Pterocera *Lamarck*.....	8	+ 2	355
Purpura *Bruguière*.....	19	+ 3	168
Pyramidella *Lamarck*.....	13	+ 1	409
Pyrula *Lamarck*.....	2	+ 1	371
Ranella *Lamarck*.....	25	+ 1	183
Rapa *Klein*.....	1	+ 1	177
Rapana *Schumacher*.....	2		175
Raphitoma *Bellardi*.....	2		345
Ricinula *Lamarck*.....	36		170
Rostellaria *Lamarck*.....	4	+ 2	356
Scalaria *Lamarck*.....	43	+ 7	419
Separatista *Gray*.....	2		177
Sigaretus *Adanson*.....	12	+ 1	381
Siliquaria *Bruguière*.....	3	+ 1	403
Siphonalia *A. Adams*.....	1		190
Siphonium *Browne*.....	4	+ 2	402
Solarium *Lamarck*.....	7	+ 2	416
Spiroglyphus *Daudin*.....	1	+ 1	402
Spirula *Lamarck*.....	1		162
Strombus *Linné*.....	31	+ 6	352

Géneros y autores.	Especies admitidas.	Especies citadas.	Páginas.
Stylifer *Broderip*.....	4	+ 2	409
Styloptygma *A. Adams*.....	1		413
Subularia *Monterosato*.....	4		407
Surcula *H. y A. Adams*.....	6	+ 3	324
Syrnola *A. Adams*.....	9	+ 2	411
Terebellum *Lamarck*.....	1		357
Terebra *Bruguière*.....	52	+ 15	345
Thala *H. y A. Adams*.....	3		278
Thylacodes *Guettard*.....	3	+ 2	402
Torinia *Gray*.....	6		418
Triton *Montfort*.....	49	+ 7	178
Trophon *Montfort*.....	1	+ 1	167
Truncaria *Adams y Reeve*...		1	196
Tudicla *Bolten*.....		1	190
Turbinella *Lamarck*.....		1	208
Turbonilla *Risso*.....	11	+ 8	414
Turricula *Klein*.....	94	+ 14	279
Turritella *Lamarck*.....	2	+ 12	404
Typhis *Montfort*.....		1	167
Urosalpinx *Stimpson*.....	1		168
Vasum *Bolten*.....	3	+ 1	208
Velutina *Fleming*.....		1	383
Vermetus *Adanson*.....	4	+ 1	401
Vermicularia *Lamarck*.....	3		403
Vexilla *Swainson*.....	2		170
Voluta *Linné*.....	4	+ 8	209
Xenophora *Fischer de Waldheim*.....	3	+ 6	400

XLIV.—Informe sobre la Memoria intitulada: «De Undulationibus electricis, Libri II», presentada con opción á premio al concurso del año 1900, con el lema: «Hertzii discipulus».

POR JOSÉ M. DE MADARIAGA.

Cumplo el honroso encargo que recibí de la Sección de Ciencias Físicas de esta Academia, en sesión de 15 de Abril de 1903, sometiendo á su examen el informe que he redactado, después de un detenido estudio, sobre la memoria intitulada «DE UNDULATIONIBUS ELECTRICIS, LIBRI II», presentada al concurso de premios del año 1900, con el lema «*Hertzii discipulus*».

Consta esta memoria de 73 páginas manuscritas en latín, con letra muy menuda, y tiene, intercaladas en el texto, 35 figuras, que son otros tantos grabados en madera, ó fotograbados, recortados de alguna publicación anterior.

En el prólogo que precede al desarrollo de este estudio, indica el autor que fué discípulo, en Bonn, del malogrado Enrique Hertz, en los años 1892 y 93, y que, después, se ha dedicado al estudio teórico y experimental de las ondulaciones eléctricas, advirtiendo que en su memoria se encuentran algunos puntos originales, sobre los cuales llama concretamente la atención. Son los siguientes:

1.° Experimentos sobre los poderes inductores específicos de los dieléctricos.

2.° Deducción de las leyes que rigen el flujo oscilatorio.

3.° Máquina para comprobar experimentalmente estas leyes.

4.° Teoría y mecanismo para realizar el experimento de los *dos* alambres.

5.° Mecanismo para el estudio de la resonancia eléctrica.

6.° Teoría de la resonancia múltiple.

7.° Teoría sobre la luz solar.

8.° Aparatos para el estudio de la resonancia eléctrica.

9.° Experimento sobre la doble refracción eléctrica.

10. Experimentos con conductores sistemáticamente combinados.

Para facilitar la exposición del juicio que he formado sobre esta memoria, y el de los señores Académicos de la Sección y de la Academia en pleno, haré de ella un breve análisis.

Trata en el libro primero de la teoría de las fuerzas eléctricas y magnéticas, según los puntos de vista de Jacobo Maswell, y en el capítulo I de este libro, de las leyes que rigen las acciones eléctricas y magnéticas, deducidas de la experimentación. Formula, en primer lugar, la ley de Coulomb $E = \frac{e \cdot e'}{\varepsilon \cdot r^2}$, en la que ε es el *índice*, que llama de *electricidad*, es decir, la cantidad inversa del coeficiente de proporcionalidad de Coulomb, y que corresponde al *poder inductor específico*, distinto para los diferentes dieléctricos. Comentando esta ley, recuerda la expresión de lo que Maxwell llama en los dieléctricos *displacement*, que corresponde á la densidad superficial σ, y vale

$$\sigma = \frac{E}{4\pi} \cdot \varepsilon \text{ (*)}$$

en función de la fuerza eléctrica E ó intensidad del campo, y del índice ε.

Refiérese á este punto el experimento, nuevo en la forma, sobre que el autor llama, en primer término, la atención en el prefacio, efectuado con el objeto de demostrar la influencia que

---

(*) Sin duda por error de escritura se estampa en la memoria la fórmula

$$E = \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \sigma.$$

en el fenómeno de la condensación tiene la naturaleza del dieléctrico. La fórmula

$$\frac{dq}{dc} = Q = \frac{C}{(c + C)^2}$$

á que llega, está, sin duda, equivocada, debiendo ser el segundo signo de igualdad, signo de multiplicación (*).

La segunda ley que se consigna, descubierta también experimentalmente por Coulomb, y confirmada por los trabajos más delicados de Gauss, se refiere al magnetismo, y puede formularse

$$H = \frac{m \,.\, m'}{\mu \,.\, r^2}$$

en donde μ es lo que el autor llama *índice magnético*, y corresponde á la inversa del coeficiente de permeabilidad magnética.

La tercera ley—de Biot y Savart—puede escribirse bajo esta forma:

$$H = \frac{2 \,.\, A \,.\, i \,.\, m}{r},$$

en la que A es una constante que corresponde á la relación de

---

(*) Se tiene

$$\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{c} = \frac{q_1 + q_2}{C + c} = \frac{Q}{C + c};\ q_2 = \frac{c}{c + C} \,.\, Q;$$

y como

$$\frac{dq_2}{dc} = \frac{C}{c^2 + C \,.\, c} \,.\, q_2,$$

sustituyendo, se tendrá

$$\frac{dq_2}{dc} = \frac{C}{c^2 + C \,.\, c} \,.\, \frac{c}{c + C} \,.\, Q = Q \,.\, \frac{C}{(c + C)^2},$$

fórmula ya homogénea, como no lo es en la memoria.

una misma cantidad de electricidad, medida por procedimientos electrostáticos y electromagnéticos, y expresada en la respectiva clase de unidades.

Recordadas estas tres leyes de carácter experimental, sienta el autor, en el capítulo II de este primer libro, cinco postulados que á ellas se refieren.

El primero da el valor de las componentes de la polarización dieléctrica

$$f = \frac{\varepsilon}{4\pi} . X$$

$$g = \frac{\varepsilon}{4\pi} . Y$$

$$h = \frac{\varepsilon}{4\pi} . Z$$

en función de las componentes X, Y y Z de la fuerza eléctrica E; y el segundo, el de las relativas á la polarización magnética

$$\alpha = \frac{\mu}{4\pi} . L$$

$$\beta = \frac{\mu}{4\pi} . M$$

$$\gamma = \frac{\mu}{4\pi} . N,$$

en cuyas expresiones L, M y N son las componentes de la fuerza magnética H.

Expresando las componentes f, g y h en función del tiempo, halla las de la corriente que Maxwell llama de polarización:

$$u = \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} . \frac{\partial X}{\partial t}$$

$$v = \frac{\partial g}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} . \frac{\partial Y}{\partial t}$$

$$w = \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\varepsilon}{4\pi} . \frac{\partial Z}{\partial t}.$$

Expresa el postulado tercero que las corrientes de polarización ejercen acciones magnéticas que obedecen á la ley tercera de Biot y Savart, y el autor de la memoria deduce, por razonamiento riguroso, la expresión analítica de este postulado, que es

$$\begin{aligned} A \,.\, \varepsilon \frac{\partial X}{\partial t} &= \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y} \\ A \,.\, \varepsilon \frac{\partial Y}{\partial t} &= \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z} \\ A \,.\, \varepsilon \frac{\partial Z}{\partial t} &= \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}. \end{aligned} \qquad [\mathrm{I}]$$

Sentando, acertadamente, que el trabajo de las fuerzas eléctricas y magnéticas, en un medio en el que se ha producido la polarización, medirá la variación de la energía potencial del sistema, halla los valores que dan los trabajos de las fuerzas eléctricas y magnéticas, que son, respectivamente,

$$W_e = \frac{\varepsilon}{8\pi} \,.\, \iiint (X^2 + Y^2 + Z^2)\, dv$$

y

$$W_m = \frac{\mu}{8\pi} \,.\, \iiint (L^2 + M^2 + N^2)\, dv.$$

El postulado cuarto, expresado analíticamente, se refiere á las componentes de la fuerza magnética, que son:

$$\begin{aligned} A\mu \,.\, \frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial z} \\ A\mu \,.\, \frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x} \\ A\mu \,.\, \frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial y}. \end{aligned} \qquad [\mathrm{II}]$$

Hace relación el quinto á los cuerpos conductores, y llamando λ á la conductividad específica, puede formularse

$$A\varepsilon . \frac{\partial X}{\partial t} + 4\pi A \lambda X = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}$$

$$A\varepsilon . \frac{\partial Y}{\partial t} + 4\pi A \lambda Y = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z}$$

$$A\varepsilon . \frac{\partial Z}{\partial t} + 4\pi A \lambda Z = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Como se ve, estas fórmulas, escritas con la notación de Hertz, resumen la teoría de Maxwell sobre las acciones eléctricas y magnéticas en los dieléctricos y en los cuerpos conductores, independientemente de toda hipótesis que el célebre profesor de Cambridge dejase entrever en sus escritos. Nada habla el autor del efecto magnético de las corrientes que podrían llamarse, en castellano, *por transporte (convectio)*, puesto en duda por Mr. Cremieu, y hoy comprobado por los trabajos de Rowland y Pender, y los de Karpen.

Trata, en el capítulo III, de la transmisión de la energía, y llega á deducir, rigurosamente, la expresión de su variación, que es

$$\frac{\partial (W_e + W_m)}{\partial t} =$$

$$= -\int\int\int dv . \lambda . E^2 - \int\int dS \frac{E . H . \operatorname{sen}(\widehat{EH})}{4\pi A} . \cos(\widehat{\nu n}),$$

en cuya fórmula v representa el volumen comprendido por la superficie cerrada S, al que se extienden los límites de la integración; n la dirección normal al elemento superficial dS, y ν la que lo es á la superficie plana de los dos vectores de las fuerzas eléctrica y magnética E y H. El autor considera, en seguida, el caso en que estas fuerzas sean nulas en el espacio comprendido por la superficie S, y deduce la expresión

$$\frac{\partial (W_e + W_m)}{\partial t} = 0,$$

que antes sirvió para formular el cuarto postulado.

El capítulo IV está dedicado al estudio de las oscilaciones eléctricas en un conductor único. Recuerda el autor, al empezarlo, las fórmulas que dan el valor de las componentes de la fuerza eléctrica, que, en el caso de un cuerpo conductor, deben ser la suma de las correspondientes á la corriente de polarización y á la de conducción, y pueden escribirse

$$u = \lambda X + \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{\partial X}{\partial t}$$

$$v = \lambda Y + \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{\partial Y}{\partial t}$$

$$w = \lambda Z + \frac{\varepsilon}{4\pi} \cdot \frac{\partial Z}{\partial t},$$

y demuestra analíticamente que, en tal caso, se tiene

$$4\pi A \cdot u = \frac{\partial M}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial y}$$

$$4\pi A \cdot v = \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial z}$$

$$4\pi A \cdot w = \frac{\partial L}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial x}.$$

Halla, después, y ésta y las que siguen de este capítulo son exposiciones originales del autor, el valor de la energía magnética, que, suponiendo dos conductores lineales y la permeabilidad igual á uno, puede ponerse bajo la forma

$$W_m = \frac{1}{2} A^2 \cdot \iint \frac{I \cdot I' \cdot \cos\theta}{r} \cdot df \cdot df',$$

en donde I é I' son las corrientes que pasan, respectivamente, por los dos conductores; df y df' los elementos lineales que se consideran en los mismos; θ el ángulo que forman, y r la distancia que los separa.

Si el conductor es único y la corriente constante, la fórmula anterior se convierte en

$$W_m = \frac{1}{2} A^2 . I^2 . \iint \frac{\cos\theta}{r} . df . df',$$

que, llamando L al coeficiente de autoinducción

$$A^2 . \iint \frac{\cos\theta}{r} . df . df',$$

da

$$W_m = \frac{1}{2} L . I^2$$

que, como es sabido, representa la energía intrínseca de la corriente.

Partiendo siempre de las fórmulas fundamentales, encuentra para expresión de la energía eléctrica la ecuación de Poisson

$$W = \frac{1}{2} \iiint \Phi . \rho . dv,$$

que, en el caso de ser constante la función potencial Φ, se convierte en la conocida

$$W_e = \frac{1}{2} \Sigma \Phi . e,$$

en la que e es la cantidad de electricidad que carga al conductor que se considera.

Toma, por separado, la expresión antes hallada

$$\iiint dv . \lambda . E^2$$

á la que llega á dar la forma

$$\Sigma R I^2,$$

siendo R el valor de la resistencia eléctrica, y la fórmula estampada, la expresión analítica de la ley de Joule; viniendo, de este modo, á hacer ver que la energía total del sistema está compuesta de dos partes, la electromagnética ó intrínseca, que afecta al medio ambiente, y la transformada en calor en el conductor.

Considerando, después, el caso de dos cuerpos conductores iguales y separados, con cargas de distinto signo, y relacionados eléctricamente por otro conductor filiforme, calcula el valor de la corriente que puede atravesar á este último, y deduce la naturaleza de la misma, según la magnitud relativa de los elementos del sistema, capacidad, autoinducciónu y resistencia, llegando á la conocida ecuación de la descarga oscilatoria

$$I = \frac{E}{\sqrt{c \cdot L}} \cdot E^{-\frac{R t}{2 L}} \cdot \operatorname{sen} \frac{2 \pi t}{2 \pi \cdot \sqrt{L \cdot c}},$$

y al valor de su período

$$T = 2 \pi \cdot \sqrt{L \cdot c},$$

siendo la condición necesaria para que la misma se verifique

$$R^2 < 4 \cdot \frac{L}{c}.$$

Con esto sienta el autor de esta memoria la base indispensable para desarrollar el tema propuesto por la Academia.

Ocúpase en los capítulos V, VI y VII, que comprenden 22 páginas, y que, respectivamente, intitula «De machina quadan auctoris per quam leges oscillatoriae currentis declarantur»,

«Auctoris theoria de experimento quod ex bivio appellant», y «De mutua influentia conductorum et de electrica resonantia», en la descripción de diferentes mecanismos ó aparatos por él ideados, y en la de diversos experimentos que con ellos pueden realizarse, para hacer una demostración de las leyes que lleva deducidas, por analogía de los fenómenos físicos estudiados, con otros de naturaleza propiamente mecánica que en aquellos experimentos se observan.

Así, por ejemplo, si se supone que sobre un eje apoyado en sus cojinetes, y que puede hacerse girar á voluntad, se fijan, por medio de unos brazos, pesos cuya distancia al eje es variable de un experimento á otro, pero constante en cada uno, y además unas paletas metálicas que en su movimiento encontrarán en el aire una cierta resistencia, se tendrá un sistema cuyo momento de inercia, y aun la dicha resistencia podrán variarse, y en el cual, llamando L_1 á aquel momento tomado con relación al eje de giro, q_1 al ángulo que ha recorrido el árbol en un tiempo t, y T_1 á la fuerza viva, $i_1 = \frac{dq_1}{dt}$ la velocidad angular correspondiente, se puede escribir:

$$T_1 = \frac{1}{2} L_1 i_1^2$$

que es la expresión de la energía intrínseca de un circuito eléctrico, cuyo coeficiente de autoinducción fuese L_1, é i_1 la intensidad de la corriente. La fuerza que obra sobre la *coordenada cíclica* q_1, hecha abstracción de las resistencias pasivas, puede escribirse, según la ecuación de Lagrange, de este modo:

$$E'_1 = \frac{d\left(\frac{\partial T_1}{\partial i_1}\right)}{dt} = \frac{d(L_1 i_1)}{dt},$$

y, si se tiene en cuenta la resistencia del aire,

$$E_1 = \frac{d(L_1 i_1)}{dt} + R_1 i_1,$$

puesto que, si la velocidad no es muy grande, la indicada resistencia, y, por consiguiente, la fuerza necesaria para vencerla, es proporcional á la primera potencia de aquélla. En la indicada expresión se ve que la fuerza mecánica corresponde á la electromotriz; el momento de inercia, al coeficiente de autoinducción; la velocidad angular, á la intensidad de la corriente, y la resistencia del aire, á la resistencia óhmica. Si i_1 y L_1 son constantes, la fórmula anterior da, como se ve, la expresión de la ley de Ohm.

El autor considera el caso de dos conductores que puedan tener ó no capacidad, la cual está representada en el sistema mecánico correspondiente por una cuerda elástica hábilmente dispuesta, y, por razonamiento semejante al expuesto, llega á las dos ecuaciones generales conocidas

$$E_1 = \frac{d(L_1 i_1 + M i_2)}{dt} + R_1 i_1 + \frac{q_1}{c_1}$$

$$E_2 = \frac{d(L_2 i_2 + M i_1)}{dt} + R_2 i_2 + \frac{q_2}{c_2},$$

en las que se ven claramente manifiestas las fuerzas electromotrices de autoinducción, de inducción mutua, las de capacidad, y las necesarias para vencer la resistencia óhmica. Con su auxilio puede estudiarse la influencia mutua de dos conductores, y, por consiguiente, el fenómeno de *resonancia* que entre ellos se produzca.

Basta, me parece, con lo indicado para que puedan comprenderse el objeto y alcance de estos tres capítulos, en los que el autor hace resaltar, de modo ingenioso, las analogías ya apuntadas por Faraday, de que queda hecho mérito.

Un estudio enteramente semejante á éste ha sido publicado en las *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* del año 1897.

Trata el capítulo VIII del primer libro, del interesante fenómeno de la *resonancia múltiple*, del cual da el autor una teoría muy conforme con los puntos de vista que sobre el asun-

to formularon los físicos de Ginebra Sres. Sarazín y de La Rive, y recuerda, antes de desarrollarla, las opiniones de Mr. H. Poincaré, que, como es sabido, cree que, más bien que por una selección de ondas de parte del resonador, es el fenómeno producido por el amortiguamiento de las directas del excitador, mucho más rápido que el de las del resonador; de lo que resulta que éste reciba la impulsión de la onda reflejada cuando aún dura en él la acción de la directa, ya extinguida en el hilo, produciendo, unas veces, un refuerzo, y otras, una debilitación de la chispa en el mismo resonador.

Apunta el autor de la memoria que vengo examinando, para exponer su teoría, las conocidas fórmulas

$$\int_0^\infty \cos c\lambda \,.\, e^{-c'\lambda} \,.\, d\lambda = \frac{c'}{c^2 + c'^2}$$

$$\int_0^\infty \operatorname{sen} c\lambda \,.\, e^{-c'\lambda} \,.\, d\lambda = \frac{c}{c^2 + c'^2},$$

de las cuales se puede deducir (el autor no entra en este detalle) la siguiente, dada por primera vez, por Laplace (*):

$$e^{-Kt} = \frac{2}{\pi} \,.\, \int_0^\infty \frac{\alpha \,.\, \operatorname{sen} \alpha t}{K^2 + \alpha^2} \,.\, d\alpha \qquad \text{[III]}$$

(*) Hágase

$$I = \frac{2}{\pi} \int_0 \alpha \,.\, \frac{\operatorname{sen} \alpha t}{K^2 + \alpha^2} \,.\, d\alpha$$

y derívese dos veces con relación al tiempo t, y se tendrá

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \alpha^2 \,.\, \frac{\cos \alpha t}{K^2 + \alpha^2} \,.\, dt;$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = -\frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\alpha^3 \,.\, \operatorname{sen} \alpha t}{K^2 + \alpha^2} \,.\, d\alpha;$$

Dando en esta expresión á K la forma general de una cantidad compleja $(a \mp bi)$, y restando las dos resultantes, obtiene que

$$e^{-at}.\operatorname{sen} bt = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \operatorname{sen}\alpha t.d\alpha\left[\frac{a}{(\alpha-b)^2+a^2}-\frac{a}{(\alpha+b)^2+a^2}\right];$$

de la cual, haciendo $b=\frac{2\pi}{T}$; $\alpha=\frac{2\pi}{\tau}$ y $a=\frac{\nu}{T}$, deduce

$$e^{-\frac{\nu}{T}t}.\operatorname{sen}\frac{2\pi}{T}.t=\frac{2\nu}{T}\int_0^\infty \operatorname{sen}\frac{2\pi}{\tau}.t\times$$

$$\left[\frac{1}{\nu^2\left(\frac{\tau}{T}\right)^2+4\pi^2\left(1-\frac{\tau}{T}\right)^2}-\frac{1}{\nu^2\left(\frac{\tau}{T}\right)^2+4\pi^2\left(1+\frac{\tau}{T}\right)^2}\right]d\tau.$$

Representando el primer miembro una oscilación amortiguada, se ve que ésta puede considerarse como la suma de un

---

multiplicando por K^2 la primera, y restando del producto la segunda, será:

$$K^2 I-\frac{d^2 I}{dt^2}=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{\alpha\operatorname{sen}\alpha t.d\alpha}{K^2+\alpha^2}(K^2+\alpha^2)=$$

$$=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \alpha.\operatorname{sen}\alpha t.d\alpha,$$

que es igual á cero, como puede verse haciendo en [III] $c'=0$, y derivando con relación á t.

Luego

$$K^2 I-\frac{d^2 I}{dt^2}=0,$$

y, por consiguiente, I será de la forma $I=\lambda.e^{-Kt}$, en donde λ es una constante que puede determinarse haciendo $K=0$ en

$$\lambda.e^{-Kt}=\frac{2}{\pi}\int\frac{\alpha.\operatorname{sen}\alpha t}{\alpha^2+K^2}.d\alpha,$$

lo cual da $\lambda=1$.

número infinito de oscilaciones de amplitud y período diferentes. La cantidad que multiplica á sen $\frac{2\pi}{\tau}.t$, y que representa la amplitud de la vibración de período τ, es función, como se ve en la fórmula, de esta variable, lo que demuestra por qué un excitador dado puede hacer vibrar ciertos resonadores mejor que otros; pudiendo explicarse en esta elegante teoría el hecho de que un mismo excitador haga vibrar resonadores de período diferente, por la circunstancia de que sólo entren en juego los elementos de la integral, cuyo período sea, aproximadamente, el mismo que el de los resonadores ensayados. No obstante esta explicación, es preciso reconocer que los experimentos de Strimberg y de Decombe, que el autor no cita, deponen en favor de las ideas de Mr. Poincaré.

Emite, á continuación, el autor, la opinión de que un rayo de luz blanca puede ser debido á una oscilación compleja paulatinamente amortiguada, y la justifica apoyándose en la teoría expuesta de la resonancia múltiple, fenómeno en gran modo semejante al que produce la luz. Al efecto, parte de los diagramas de Langley que dan la distribución de la energía de las radiaciones del espectro solar para la superficie de la tierra, para la de la atmósfera terrestre, y para la de la cromo-esfera, en función de la relación del período de cada una de las radiaciones elementales al de la que considera como fundamental. Halla, después, la raíz cuadrada de las ordenadas de estos diagramas, que representarán magnitudes proporcionales á las de las curvas de las oscilaciones correspondientes, que supone sinusoides de período y amplitud diferentes: compone estas sinusoides para cada ordenada de los diagramas primitivos, y halla, finalmente, tres curvas que representarán, en función del tiempo, las tres oscilaciones complejas relativas á los tres diagramas de Langley, las cuales aparecen en el dibujo como otras tantas oscilaciones amortiguadas (*).

(*) Un estudio, de índole parecida á la de éste, ha sido publicado en las *Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino* en el año 1895.

Esta deducción interesante viene, como puede verse, en apoyo de la opinión del autor y de los Sres. Sarazín y de La Rive, sobre la explicación del fenómeno de la resonancia múltiple.

Con esto se termina el libro primero de la memoria de que vengo dando cuenta. El segundo trata de la producción de las oscilaciones eléctricas, y está dividido en seis capítulos.

Describe en el I los conocidos experimentos de Feddersen y de Bezold, anteriores á Hertz, y en el II los realizados con corrientes oscilatorias en la época del gran físico alemán, y posteriormente á ella.

Después de relatar los primeros trabajos de Hertz en este sentido, demuestra que las corrientes oscilatorias de frecuencia elevada no penetran en la masa de los conductores, y describe los experimentos de Lecher, que hacen ver que la relación de las longitudes de onda en el aire, y en diferentes líquidos dieléctricos, es la misma que la de las velocidades de la luz en los mismos medios, y expone los muy interesantes de Blondlot para demostrar que las magnitudes de estas velocidades son entre sí semejantes, valiendo la de propagación de las ondas en el aire $3 \times 10^{10} C . G . S$, es decir, lo mismo que la de la luz.

Termina el capítulo II con la descripción de un experimento original del autor, que pone de manifiesto la modificación que en el período de un resonador puede producir la variación de la auto-inducción y capacidad del excitador ó circuito primario, á cuya influencia aquél se someta.

El capítulo III trata de los rayos de fuerza eléctrica, de los fenómenos de reflexión que con ellos pueden observarse, y de la conformidad de las leyes que la rigen con las de la reflexión en óptica. Indica los procedimientos de determinación de la longitud de onda, por la medida de la separación de los *internudos* que en la interferencia de las directas y reflejadas se producen, cuando se hacen estacionarias, y da el número $3 \times 10^{10} C . G . S$ hallado por Hertz para el aire, aunque no cita las dimensiones de los espejos ni las del vibrador y resonador empleados, lo que habría sido muy conveniente, limitándose á decir que el profesor de Karlsruhe obtuvo para λ valores desde seis á sesenta centímetros.

Era de rigor, al tocar este punto, poner de acuerdo las ecuaciones de Maxwell con la existencia de estas radiaciones eléctricas, y el autor aborda la cuestión y le da cima con acierto. Partiendo del hecho, que demuestran algunos experimentos, de que estas vibraciones son transversales y están polarizadas rectilíneamente, deduce que han de verificarse las ecuaciones (I, II), y que éstas son, por consiguiente, condición necesaria para que aquellas vibraciones tengan el carácter que se les atribuye. No pueden ser condición suficiente porque las ecuaciones de Maxwell tienen mayor generalidad.

De esta elegante demostración analítica deduce el valor de la velocidad de propagación de las ondas de Hertz

$$V = \frac{1}{A \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu}},$$

que para el aire queda reducida á

$$V_0 = \frac{1}{A},$$

lo que resulta conforme con la experiencia.

Como el índice de refracción de la luz vale

$$n = \frac{V_0}{V},$$

para el aire en que $\mu = 1$, se tiene la conocida relación de Maxwell

$$n^2 = \varepsilon,$$

que verificada para algunos cuerpos por experimentación directa, parece resistir, ante las dudas por algunos suscitadas respecto de su exactitud.

El capítulo IV del segundo libro trata de la doble refrac-

ción de los rayos de fuerza eléctrica, fenómeno que el autor afirma haber descubierto el primero, *primus invenit.*

Describe sus experimentos realizados con un excitador de Righi y un resonador formado por las fajas de un depósito de plata sobre una lámina de cristal, determinadas en aquél por los trazos finísimos de un estilete apropiado. A través de estas sutilísimas porciones descubiertas, salta la chispa que puede observarse con un microscopio. Para reforzar el efecto, excitador y resonador se colocan en las líneas focales de dos espejos parabólicos. La longitud de onda fué en este experimento de siete centímetros. Cuando por una rotacion conveniente del espejo del resonador dejan de percibirse en éste las chispas, se las puede hacer reaparecer introduciendo una lámina cristalina entre los dos espejos, y, por rotación de la misma en su plano, encontrar dos posiciones, para las cuales el efecto de la interposición es nulo. En ellas, las direcciones de los rayos de fuerza eléctrica que atraviesan la lámina son paralelas á las líneas focales de los dos espejos. Como se ve, es este experimento una demostración, aunque indirecta, eficaz y fácil, de la existencia de la doble refracción eléctrica, que corresponde á los de polarización de la luz en los cristales birrefringentes, cuando se observa una lámina de los mismos entre dos *nicoles*.

En el capítulo V describe brevemente algunos experimentos realizados con las ondas eléctricas, que corresponden, en cierto modo, á los de inversión de las rayas de un espectro luminoso, á los de dispersión de la luz, y á los de coloración de los cuerpos en determinadas condiciones de la luz incidente.

Algunos de estos experimentos recuerdan los realizados por el físico italiano Sr. Garbasso (*).

En el capítulo VI y último, el autor hace una sumaria descripción del sistema telegráfico de Marconi.

Como puede juzgarse por el análisis que acabo de hacer, la memoria objeto de él es un trabajo de carácter verdaderamente científico, por la materia sobre que versa y por el modo de

(*) Véase *Atti della R. Accademia delle Scienze de Torino,* 1892 y 93; y Poincaré, *Les oscillations électriques.*

exposición, que revela en el autor un profundo conocimiento teórico y experimental del asunto, y un dominio completo del cálculo. La redacción es clara, pero la concisión muy grande, en términos de que con la misma materia que contiene la memoria en 73 páginas, se podría, ampliando las explicaciones, formar un volumen de más de 200.

El que suscribe no cree que en un estudio dirigido á la Academia, esta concisión, en parte debida á la circunstancia de estar escrita en latín la memoria, sea un defecto, en cuanto no falta la claridad, como lo sería si se tratase de una obra destinada á la enseñanza.

Lástima es que quien tan gallardas muestras de su saber da en la parte fundamental, no se haya extendido más en las aplicaciones de las ondas de Hertz á la transmisión de señales, dando la explicación del papel que desempeñan las antenas en la telegrafía sin conductores, y abordando el interesante problema de la sintonización.

Esto no obstante, el que suscribe, reconociendo el mérito relevante de este estudio, en el que no pueden señalarse lunares de concepto ni de forma, cree de justicia proponer que se adjudique al autor del mismo el premio anunciado en el concurso de 1900.

La Sección, sin embargo, acordará lo más acertado.—Madrid y Noviembre de 1904 (*).

(*) En sesión general del 21 de Diciembre se aprobó este informe por la Academia, y se concedió el premio propuesto por la Sec ción. (Véase pág. 564.)

XLV.—Premios.

Concurso del año 1900.

De las dos Memorias presentadas con opción á premio en el referido concurso, ha sido agraciada con *Premio* propiamente dicho la señalada con el lema «*Hertzii discipulus*», que lleva por título: «DE UNDULATIONIBUS ELECTRICIIS, LIBRI II», y cuyo autor ha resultado ser el Profesor D. Antonio Garbasso, actualmente Director del Instituto de Física de la Real Universidad de Génova.

Y la señalada con el lema: «*Vitis quasi vita*», titulada «LAS ISLAS CANARIAS COMO REGIÓN VITÍCOLA», de la que es autor D. José González Gómez, Maestro de la Escuela Pública de la Victoria de Tenerife (Canarias), ha sido recompensada con *Mención honorífica*.

Concurso del año 1904.

Se han recibido en la Academia tres Memorias, correspondientes todas ellas al tema «*Estudio de las máquinas dinamo-eléctricas de corriente alterna*», señaladas respectivamente con los siguientes lemas:

Núm. 1. *Para adquirir perfecta idea de un fenómeno será necesario estudiarlo cualitativa y cuantitativamente.*»

Núm. 2. «*Electron.*»

Núm. 3. «*Labor.*»

Programa para el concurso del año 1906.

ARTÍCULO 1.° La Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid abre concurso público para adjudicar tres premios á los autores de las Memorias que des-

empeñen satisfactoriamente, á juicio de la misma Corporación, los temas siguientes:

1.°

«Calcular y disponer ordenadamente en tablas numéricas »los valores de una ó varias funciones transcendentes que »sean de utilidad y uso frecuente en las aplicaciones de las »ciencias matemáticas y que todavía no estén calculadas de »este modo.»

El trabajo deberá comprender, poco más ó menos, la extensión de las tablas trigonométricas usuales, y disponerse del modo que, á juicio del autor, produzca mayor comodidad, y con la aproximación que las necesidades de su uso especial requieran.

2.°

«Alteraciones que sufren las piedras naturales expuestas á »la intemperie, por efecto de los elementos constitutivos del »aire, de los que proceden de los materiales de agregación, y »de organismos vegetales.»

«Métodos físicos y químicos que se consideren más eficaces »para el ensayo en los laboratorios de la resistencia á la in»temperie que presentan las diversas variedades de piedras de »construcción.»

3.°

«Descripción geológico-agronómica de una región vitícola de »nuestra Península.»

El autor ha de estudiar separadamente las condiciones agronómicas, climatológicas y específicas que determinen las circunstancias de los veduños, haciendo cuantas consideraciones crea necesarias para comprender las variaciones que se observen en la calidad y cantidad de la producción, y, al propio tiempo que proponga la manera de corregir los defectos y enfermedades de las viñas en la región que describa, explicará los resultados científicos y económicos obtenidos con los medios que se hayan empleado en el país para el mejor cultivo y aprovechamiento de la vid.

2.° Los premios que se ofrecen y adjudicarán, conforme lo merezcan las Memorias presentadas, serán de tres clases: *Premio* propiamente dicho, *Accésit* y *Mención honorífica.*

3.° El *Premio* consistirá en un diploma especial en que conste su adjudicación; una medalla de oro, de 60 gramos de peso, exornada con el sello y lema de la Academia, que en sesión pública entregará el Sr. Presidente de la Corporación á quien le hubiese merecido y obtenido, ó á persona que le represente; retribución pecuniaria, al mismo autor ó concurrente premiado, de 1.500 pesetas; impresión, por cuenta de la Academia, en la Colección de sus Memorias, de la que hubiere sido laureada, y entrega, cuando esto se verifique, de 100 ejemplares al autor.

4.° El *Premio* se adjudicará á las Memorias que, no sólo se distingan por su relevante mérito científico, sino también por el orden y método de exposición de materias, y redacción bastante esmerada, para que desde luego pueda procederse á su publicación.

5.° El *Accésit* consistirá en diploma y medalla iguales á los del *Premio*, y adjudicados del mismo modo; y en la impresión de la Memoria, coleccionada con las de la Academia, y entrega de los mismos 100 ejemplares al autor.

6.° El *Accésit* se adjudicará á las Memorias poco inferiores en mérito á las premiadas y que versen sobre los mismos temas, ó, á falta de término superior con que compararlas, á las que reúnan condiciones científicas y literarias aproximadas, á juicio de la Corporación, á las impuestas para la adjudicación ú obtención del premio.

7.° La *Mención honorífica* se hará en un diploma especial, análogo á los de *Premio* y *Accésit*, que se entregará también en sesión pública al autor ó concurrente agraciado, ó á persona que le represente.

8.° La *Mención honorífica* se hará de aquellas Memorias verdaderamente notables por algún concepto, pero que, por no estar exentas de lunares é imperfecciones, ni redactadas con el debido esmero y necesaria claridad para proceder inmediatamente á su publicación por cuenta y bajo la responsabilidad de la Academia, no se consideren dignas de *Premio* ni de *Accésit*.

9.° El concurso quedará abierto desde el día de la publi-

cación de este Programa en la *Gaceta de Madrid*, y cerrado en 31 de Diciembre de 1906, hasta cuyo día se recibirán en la Secretaría de la Academia, calle de Valverde, núm. 26, cuantas Memorias se presenten.

10. Podrán optar al concurso todos los que presenten Memorias que satisfagan á las condiciones aquí establecidas, sean nacionales ó extranjeros, excepto los individuos numerarios de esta Corporación.

11. Las Memorias habrán de estar escritas en castellano ó latín.

12. Las Memorias que se presenten optando al *Premio* se entregarán en la Secretaría de la Academia, dentro del plazo señalado en el anuncio de convocatoria al concurso, y en pliegos cerrados, sin firma ni indicación del nombre del autor; pero con un lema perfectamente legible en el sobre ó cubierta que sirva para diferenciarlas unas de otras. El mismo lema de la Memoria deberá ponerse en el sobre de otro pliego, también cerrado, dentro del cual constará el nombre del autor y las señas de su domicilio ó paradero.

13. De las Memorias y pliegos cerrados el Secretario de la Academia dará, á las personas que los presenten y entreguen, un recibo en que consten el lema que los distingue y el número de su presentación.

14. Los pliegos señalados con los mismos lemas que las Memorias dignas de *Premio* ó *Accésit* se abrirán en la sesión en que se acuerde ó decida otorgar á sus autores una ú otra distinción y recompensa, y el Sr. Presidente proclamará los nombres de los autores laureados en aquellos pliegos contenidos.

15. Los pliegos señalados con los mismos lemas que las Memorias dignas de *Mención honorífica* no se abrirán hasta que sus autores, conformándose con la decisión de la Academia, concedan su beneplácito para ello. Para obtenerle se publicarán en la *Gaceta de Madrid* los lemas de las Memorias en este último concepto premiadas, y, en el improrrogable término de dos meses, los autores respectivos presentarán en Secretaría el recibo que de la misma dependencia obtuvieron

como concurrentes al Certamen, y otorgarán por escrito la venia que se les pide para dar publicidad á sus nombres. Transcurridos los dos meses de plazo, que para llenar esta formalidad se conceden, sin que nadie se dé por aludido, la Academia entenderá que los autores de aquellas Memorias renuncian á la honrosa distinción que legítimamente les corresponde.

16. Los pliegos que contengan los nombres de los autores no premiados ni con *Premio* propiamente dicho, ni con *Accésit*, ni con *Mención honorífica*, se quemarán en la misma sesión en que la absoluta falta de mérito de las Memorias respectivas se hubiese decidido. Lo mismo se hará con los pliegos correspondientes á las Memorias agraciadas con *Mención honorífica* cuando, en los dos meses de que trata la regla anterior, los autores no hubiesen concedido permiso para abrirlos.

17. Las Memorias originales, premiadas ó no premiadas, pertenecen á la Academia, y no se devolverán á sus autores. Lo que, por acuerdo especial de la Corporación, podrá devolvérseles, con las formalidades necesarias, serán los comprobantes del asunto en aquellas Memorias tratado, como modelos de construcción, atlas ó dibujos complicados de reproducción difícil, colección de objetos naturales, etc. Presentando en Secretaría el resguardo que de la misma dependencia recibieron al depositar en ella sus trabajos como concurrentes al Certamen, obtendrán permiso los autores para sacar una copia de las Memorias que respectivamente les correspondan.

Madrid 31 de Diciembre de 1904.